

令和 2 年 7 月 3 日現在

機関番号：62615

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15K00014

研究課題名(和文) エフェクトシステムの表示的意味論にまつわる数学的構造

研究課題名(英文) Mathematical Structures for Effect Systems

研究代表者

勝股 審也 (Katsumata, Shin-ya)

国立情報学研究所・アーキテクチャ科学研究系・特任研究員

研究者番号：30378963

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：LucassenとGiffordらはプログラムの挙動の静的な分析を型理論的に行う手法としてエフェクトシステムを導入した。本研究は次数付きモナドによるエフェクトシステムの表示的意味論をもとに、エフェクトシステムにまつわる様々な数学的構造とその応用について研究を行った。その結果、1) 次数付きモナドの圏論的性質(特に随伴への分解)、2) 次数付きモナドと次数付きコモナドの分配束、3) 線形べきコモナドの二重圏による定義、4) モナドの次数付き!-持ち上げの導入と差分プライバシーの検証への応用といった研究成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

エフェクトシステムはプログラムの安全性や効率を高めるためのプログラム解析技術として様々な形で用いられてきた。本研究はエフェクトシステムの背後にある様々な数学的構造の理解を追求し、エフェクトシステムが実用上の技法というだけでなく、理論的な広がりを持つことを示した。また、本研究で得られた理論的な知見はプログラム解析やホア論理などのプログラム論理の正しさに応用され、安全なソフトウェアの開発に貢献するものである。

研究成果の概要(英文)：Lucassen and Gifford introduced a type-theoretic approach, called effect system, to statically estimate computational effects of programs. Based on the categorical semantics of effect systems using graded monads, this research pursues various mathematical structures around effect systems. The obtained results are: 1) formal categorical properties of graded monads (especially the decomposition of graded monads into adjunctions) 2) introducing a distributive law between graded monads and graded linear exponential comonads 3) a double-category theoretic analysis of the linear exponential comonad, 4) introducing graded !-lifting of monads, with application to the differential privacy.

研究分野：プログラミング言語理論

キーワード：次数付きモナド 表示的意味論 エフェクトシステム 型理論

## 1. 研究開始当初の背景

プログラムの挙動の静的な分析はプログラムの最適化及び安全性の検証を行う上で基盤となる重要な技術である。プログラムの挙動の中でも特にプログラムが引き起こす入出力やメモリのアクセス、非決定的選択といった副作用の分析に関しては様々なアプローチが取られてきた。代表的なものの一つが Lucassen と Gifford が導入したエフェクトシステムと呼ばれる型理論的なアプローチである[1]。エフェクトシステムの基本的なアイデアは、型判定の後にエフェクトと呼ばれる副作用の範囲を表す記号を添え、プログラムを実行した時に起きる副作用の範囲をプログラムの型導出と共に見積もる、というものである。



エフェクトの具体的な定義は、プログラムが引き起こす副作用に関するどのような性質を見積もるかに依存する。例えばプログラムが引き起こすメモリの読み書きの範囲を分析したい場合、エフェクトは  $rd\ \rho, wr\ \rho$  といった記号(ここで  $\rho$  は範囲を表す記号)の集合として定義される。他にもプログラムが行う通信の様子を見積もるため、プロセス式に類似したものをエフェクトとする研究[2]もある。

エフェクトシステムを用いる先行研究の多くは、操作的意味論の枠組みの中で、個別の問題設定に応じたエフェクトシステムを設計し、その中でエフェクトシステムが正しく副作用を見積もる事(エフェクト健全性)を示す。これに対し、「正反対にあたる対象、つまり一般的なエフェクトシステムの表示的意味論はどのようなものであるか?」という問題が Wadler により提起された。この問題に対する答えとして研究代表者は、エフェクトを前順序モノイドとして一般化した場合のエフェクトシステムの表示的意味論を与えた。この意味論は「エフェクトが指示する範囲内の副作用」を、モノイドの一般化である次数付きモノイド[3]によりモデル化する点が特徴である。

## 2. 研究の目的

上述の成果から、研究代表者は「操作的意味論による扱いが先行しているエフェクトシステムを表示的意味論の観点で再検討する」ための技術的な見通しが立ったと考えた。本研究はこの見通しに基づき、エフェクトシステムの表示的意味論にまつわる様々な数学的構造を次数付きモノイドを中心として研究する事を目的とする。

## 3. 研究の方法

具体的には以下の2つのプロジェクトに取り組む。

- (1) 型や型システムに付加的な情報を添えてプログラムの挙動をより精密に理解する試みは様々なものがある。次数付きモノイドで得た知見を応用し、付加情報のある型システムの表示的意味論を与え、それらの背後にある数学的構造を特定する。
- (2) 次数付きエフェクトモノイドはモノイドの一般化であるものの、モノイドが持つ良い性質を引き継ぐかどうかはよく分かっていない。従って、次数付きモノイドの圏論的性質をモノイドとの対比を通して研究する。例えば、モノイドは随伴と呼ばれる圏論的構造で分解できることが知られており、類似の分解を次数付きエフェクトモノイドで行えるかを検討する。

## 4. 研究成果

- (1) この研究ではモノイドの随伴による分解という古典的な事実を次数付きモノイドに拡張した。ある固定されたモノイド  $T$  に対し、それを誘導する随伴  $L \dashv R$  のことを  $T$ -Resolution という。  $T$ -Resolution とそれらの間の射は  $T$ -Resolution の圏をなし、この圏の始対象と終対象はそれぞれ Kleisli 圏と Eilenberg-Moore 圏を用いたモノイド  $T$  の Resolution に対応する。今年度はこの古典的な結果の類似物を次数付きモノイドに対して与えた。まず Resolution の概念を次数付きモノイドに対して拡張した。随伴だけでは次数付きモノイドのデータを復元するには不十分だったため、モノイドが圏に作用する構造を加えて Resolution の定義とした。次に、次数付きモノイドに対する Kleisli 圏と Eilenberg-Moore 圏を定義し、それらが Resolution の圏において始対象と終対象となることを示した。これらの成果に加えて、適

切に構成された 2-圏の中では、上述の Eilenberg-Moore 圏と Kleisli 圏が Street の意味の Eilenberg-Moore 対象と Kleisli 対象となることが判明した。

(FoSSaCS'16 で発表、藤井宗一郎氏(東京大学)、Paul-André Mellies 氏(パリ・ディドゥロ大学)との共同研究)

- (2) プログラミング言語の表式的意味論において、計算効果を表す構造としてモナドが用いられる一方、プログラムが消費する資源を(モナドの双対である)コモナドで表すアプローチがある。ここで、モナドとコモナドの間に分配束とよばれる構造を導入すると、これらの意味論を組み合わせ、資源を消費し外界に作用するプログラムの意味を合成的に与えることができる。このアプローチを次数付きモナド及びコモナドに拡張することで、副作用の生成と資源の消費の両方を詳細に捉える型システムと、その意味論が展開できると考えた。この着想の元、次数付きモナドと次数付きコモナドの間の分配束を定義し、その具体例を与えた。また、この分配束を与えるにはモナドおよびコモナドの次数の間に外部 Zappa-Szep 積の構造が必要であることがわかった。  
(ICFP'16 で発表、Marco Gaboardi 氏(ニューヨーク州立大学バッファロー校)、Dominic Orchard 氏(ケント大学)、Flavien Breuvert(INRIA)、Tarmo Uustalu 氏(タリン工科大学)との共同研究)
- (3) 次数付きモナドの双対となる次数付きコモナドの研究を行った。Girard の導入した線形論理では冪様相を持つ論理式に対してのみ contraction や weakening を行うことができる。後に Girard, Scedrov, Scott らは有界線形論理を導入し、冪様相にパラメータを追加して contraction や weakening の回数を制御できるようにした。このパラメータ化された冪様相は非明示的計算量理論において威力を発揮した他、関数型言語のコンパイルや、プログラムの感度を見積もるのに応用されている。パラメータ化された冪様相の圏論的意味論は、Gaboardi らの 2014 年の研究で「次数付き線形冪コモナド」として与えられているが、その定義は複雑で、端的にどのような構造を表しているのか不明であった。これは線形論理の冪様相に対応する圏論的構造(線形べきコモナド)が対称モノイドル随伴から導かれるというエレガントな特徴づけがあるのとは対照的である。そこで「次数付き線形冪コモナドはどのような構造を表しているのか?」という疑問に取り組み、以下の成果を得た。まず、次数付き線形冪コモナドの定義中の 4 つの非自明な公理が、対称モノイドル圏のなす二重圏の 2-セルに関する公理の 2 通りのインスタンスとなっていることを見出した。次に対称モノイドル圏のなす二重圏の水平方向を多重圏へと拡張した結果、次数付き線形冪コモナドはこの多重圏の中の特定の形式のモノイドとぴったり対応することがわかった。そしてこの特徴づけを利用して、次数付き線形冪コモナドの Eilenberg-Moore 圏に相当するものを導出し、これが線形冪コモナドの分解を与えることを示した。  
(FoSSaCS'18 で発表)
- (4) 次数付きモナドの応用の一つとして、アルゴリズムの差分プライバシーを型理論的に保証する研究を行った。この研究の基礎となったのは、Reed と Pierce らのアフィン型システムの基本的な部分に対する距離空間を用いた意味論である。この距離空間の意味論を、確率的計算を表す型に対して拡張した。この拡張において導入したのがモナドの次数付き!-持ち上げと呼ばれる構造である。これは、確率的計算を表す型に関する推論規則に自然に対応するものとして導入したが、確率分布モナドと距離空間のセッティングで吟味すると、ある種の性質を満たす確率分布間の距離(Kullback-Leibler divergence、statistical divergence)と丁度対応するものであることが判明した。また、この対応を応用し、確率的計算を表す型を適切な次数付き!-持ち上げにより解釈することで、プログラムの(epsilon,delta)-差分プライバシーを表現することがわかった。  
(LICS'19 で発表、Arthur Azevedo de Amorim 氏(カーネギーメロン大学)、Justin Hsu 氏(ウィスコンシン-マディソン大学)、Marco Gaboardi 氏(ニューヨーク州立大学バッファロー校)との共同研究)

## 参考文献

- [1] John M. Lucassen, David K. Gifford: Polymorphic Effect Systems. POPL 1988: 47-57
- [2] Flemming Nielson, Hanne Riis Nielson: From CML to its Process Algebra. Theor. Comput. Sci. 155(1): 179-219 (1996)
- [3] Shin-ya Katsumata: Parametric effect monads and semantics of effect systems. POPL 2014: 633-646

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 4件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Shin-ya Katsumata	4. 巻 10803
2. 論文標題 A Double Category Theoretic Analysis of Graded Linear Exponential Comonads	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proc. Foundations of Software Science and Computation Structures FoSSaCS 2018, Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 110 ~ 127
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) <a href="https://doi.org/10.1007/978-3-319-89366-2_6">https://doi.org/10.1007/978-3-319-89366-2_6</a>	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Marco Gaboardi, Shin-ya Katsumata, Dominic A. Orchard, Flavien Breuvert, Tarmo Uustalu	4. 巻 -
2. 論文標題 Combining effects and coeffects via grading	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Proceedings of the 21st ACM SIGPLAN International Conference on Functional Programming, ICFP 2016	6. 最初と最後の頁 476-489
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/2951913.2951939	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Arthur Azevedo de Amorim, Marco Gaboardi, Justin Hsu, Shin-ya Katsumata, Ikram Cherigui	4. 巻 -
2. 論文標題 A semantic account of metric preservation	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the 44th ACM SIGPLAN Symposium on Principles of Programming Languages, POPL 2017	6. 最初と最後の頁 545-556
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3009837.3009890	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Soichiro Fujii, Shin-ya Katsumata, and Paul-Andre Mellies	4. 巻 9634
2. 論文標題 Towards a Formal Theory of Graded Monads	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 513-530
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-662-49630-5_30	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Arthur Azevedo de Amorim, Marco Gaboardi, Justin Hsu, Shin-ya Katsumata	4. 巻 -
2. 論文標題 Probabilistic Relational Reasoning via Metrics	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the 34th Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science (LICS)	6. 最初と最後の頁 1-19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LICS.2019.8785715	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計2件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 勝股 審也
2. 発表標題 A Double Category Theoretic Analysis of Graded Linear Exponential Comonads
3. 学会等名 Foundations of Software Science and Computation Structures FoSSaCS 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 勝股 審也
2. 発表標題 A Double Category Theoretic Analysis of Graded Linear Exponential Comonads
3. 学会等名 理論計算機科学と圏論ワークショップ CSCAT 2019
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

勝股 審也のページ <a href="http://group-mmm.org/~s-katsumata/">http://group-mmm.org/~s-katsumata/</a> <a href="http://group-mmm.org/~s-katsumata/research.html">http://group-mmm.org/~s-katsumata/research.html</a>
---

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----