

令和 2 年 5 月 22 日現在

機関番号：32644

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15K00023

研究課題名(和文) 順序付き特性を有する巡回路問題に対するアルゴリズムの研究

研究課題名(英文) A study on the algorithms for touring a sequence of geometric objects

研究代表者

譚 学厚 (Tan, Xuehou)

東海大学・情報理工学部・教授

研究者番号：50256179

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：順序付き特性を有する巡回路および関連問題に対して、効率の良いアルゴリズムを開発することが研究の目的である。まず、 n 本の直線によるネットワーク上の警備員巡回路問題と射線版の巡回セールスマン問題に対してそれぞれ $O(n^6)$ と $O(n^5)$ 時間のアルゴリズムを提案し、従来の解法を改善した。次に、与えられた凸多角形の序列を訪れる最短の経路を求める問題に対して効率的なアルゴリズムを提案した。さらに、オンライン警備員巡回路問題やオンライン避難戦略等については、新しいアルゴリズムを提案し、従来の解法を大きく改善した。最後に平面的グラフにおける警察・泥棒ゲーム等に対しても効率の良いアルゴリズムを与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

研究テーマが巡回セールスマン問題や警備員巡回路問題等に関係しているため、研究成果の学術的意義が高い。本研究で考案した最短路パスマップというデータ構造は、幾何学的対象物を与えられた序列で訪れる最短の経路を求めるのに役に立つ。また、 n 本の射線を訪れる最短の巡回路を求める問題および関連問題に対する初めての多項式時間解法は提案することができた。これらの研究成果は計算幾何やアルゴリズム論の発展に寄与することに違いない。

研究成果の概要(英文)： This research focusses on the development of efficient algorithms for computing a shortest route that visits a set of geometric objects, in a given or computed order. For the watchman route problem for lines and the traveling salesman problem for rays, we presented $O(n \exp(6))$ and $O(n \exp(5))$ time solutions respectively, improving upon the known results. For the problem of touring a sequence of convex polygons, we developed a simplified version of the so-called last step shortest path maps, which can be used to give new and efficient solutions. For the on-line watchman route and related problems, we gave new on-line strategies, whose competitive factors are far smaller than the known ones. Finally, we also presented efficient algorithms for the coppers and robbers game on a plane graph.

研究分野：アルゴリズム論

キーワード：計算幾何 巡回セールスマン問題 警備員巡回路問題 順序性 最短路問題

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

巡回セールスマン問題は情報科学においてよく知られている。それが与えられた n 個の点をちょうど 1 回だけ通る最短の閉路を求めることである。多くの応用問題が巡回セールスマン問題に帰着できるため、この問題の解法は極めて重要である。しかし、巡回回路問題の多くは NP 困難である。本研究は対象物の巡回順序が与えられた、または計算できる問題を取り扱う。巡回対象の順序が予め分かるため、多項式時間の解法は可能となり、応用問題への適応幅も増す。巡回回路の順序性は多くの難解問題に密かに潜んでいる。それを解き明かすことにより、初めての多項式時間アルゴリズムを提案することは期待できる。

順序付きの特性を有する巡回問題に関する研究は 1980 年代にも遡る。美術館の鑑賞回路を考えよう。美術館の平面図を多角形 P と見なすとき、 P の任意の点が巡回路上の少なくとも 1 点から見えるような最短の閉路を求めることは警備員巡回回路問題と呼ばれる。申請者らは動的計画法に基づいて初めて $O(n^4)$ 時間の解法を与えることに成功した (Tan et al., 1999)。その後、時間計算量は $O(n^3 \log n)$ に改善され、巡回の対象も平面上の多角形の序列等に拡張された (Dror et al., 2003)。

2. 研究の目的

本研究は対象物の巡回順序が与えられた、または計算できる問題を取り扱い、それらに対する効率の良い解法を提案する。対象物の順序が与えられた場合、巡回回路の計算構造を順次に解析して行き、部分的な計算構造を組み合わせて最終的な解法を与えるという手法を提案する。さらに、巡回の順序が潜在的に含まれる幾つかの問題に対して、巡回対象の組合せ特性を解明したうえで、既知の巡回回路問題に帰着させ、初めての多項式時間アルゴリズムを提案したい。具体的に、本研究の主な目的は 3 つある。

(1) 与えられた凸多角形の序列を訪れる最短の経路を求める問題に対する $O(n^3 \log n)$ 時間のアルゴリズムは報告されたが、平面分割や点位置決定等の複雑なデータ構造に依存するという欠点がある。本研究は簡単かつ効率的な解法を提案する。さらに、この手法は警備員やサファリなどの巡回回路問題に適用し、既存結果の改善を図る。

(2) 平面上に与えられた n 本の射線を訪れる最短の経路を求める問題は巡回セールスマン問題の変形版であり、多項式時間の解法があるかどうかは今まで分かっていない。本研究は、最短巡回回路との接触が反射的であるすべての可能な射線に着目し、それらの組合せ特性を解析する。 $O(n)$ 個の警備員巡回回路問題に帰着させ、初めての多項式時間アルゴリズムを提案したい。この手法は、与えられた線分集合のどの線分も少なくとも 1 点含む境界最短の凸多角形を求める問題にも拡張する。

(3) 多角形の形状が予め知られていない場合、今まで見てきた地理情報に基づいて多角形の内部を巡回する問題はオンライン型警備員巡回回路問題という。評価方法はオンラインで見つかった巡回回路の長さとの競合比を用いて行う。これまで最良の競合比は 26.5 であった (Hoffmann et al. 2001)。本研究は、最適解の長さの $\sqrt{2}$ 倍を超えない警備員巡回回路を線形時間で見つける既知アルゴリズムを活用して、その競合比を $(4\sqrt{2}+1) \leq 6.7$ 以下に下げたい。

3. 研究の方法

(1) 凸多角形序列の巡回路問題に対して、本研究では下のような新しいアプローチを提案する。まず、互いに分離される凸多角形の序列を巡回する問題について考えよう。始点から1番目の多角形の辺、例えば、 E_1 へのどの最短路も、始点と E_1 の2端点を頂点とする三角形に含まれる。1番目の多角形を訪れてから2番目の多角形の辺、例えば、 E_2 に到達する最短路の集合は、4つの部分集合に分けられる： E_1 を横切って E_2 に到着； E_1 を反射的に接触してから E_2 に辿り着き； E_1 の1つの端点を通過して E_2 に到着する。最短路の最後部分（直線線分）は1つの三角形または四角形に含まれ、それまでの距離も計算しておくことができる。このようにして $O(n^2)$ 時間で各々の辺への最短路マップを作ることができる。最短の巡回路を計算するとき、最後の多角形の（各辺の）最短路マップから、終点に到着される巡回路の最後部分を決めることができる。最短路マップをさらに遡って訪れていけば、最短の巡回路が求められる。交差が許される凸多角形の序列については、交差によって生じる多角形の“跳び訪問”現象を処理することができれば、上に述べられた方法は同様に使える。警備員巡回路問題は多角形内の順序直線弧（特殊な凸多角形）の集合を訪れることに帰着されたため、同じ方法で効率の良いアルゴリズムを得ることもできる。

(2) 平面上に与えられた n 本の射線を訪れる最短の経路を求める問題および関連問題については次のようなアプローチを提案する。まず、射線の起点をすべて含む最小の凸包を求め、その凸包を P とする。どの射線も凸多角形 P と1回または2回交わるため、 P の内部にある射線の線分を巡回する最短路を考えることができる。端点が P の境界線上に2点か1点かあることにより、それらの線分は P の直線弧または半弧と呼ぶ。次に、既知の警備員巡回路アルゴリズム（Tan, 2001）に半弧の対処方法を新たに追加して、これらの順序弧・半弧を巡回する最短の閉路を求める。一部の半弧が計算した最短の巡回路の外部に出るのを許すため、外部に出た半弧を交差させるように新しい最短巡回路を計算し直す必要がある。解答の凸多角形を計算できるまでに $O(n)$ 回の繰り返しが見込んでいるため、 $O(n^5)$ 時間のアルゴリズムを提案したい。この手法は与えられた線分集合のどの線分も少なくとも1点含む境界最短の凸多角形を求める問題にも拡張できる。

(3) 今まで見てきた地理情報に基づいて未知多角形の内部を探検するというオンライン型警備員巡回路問題については新しい方法でアタックする。警備員巡回路問題は、 $\pi/2$ を超える内部角度を持つ頂点を端点とする辺から多角形の境界線までに延長された直線弧の集合を巡回することに帰着されている。直線弧を、それらが多角形の境界線上に“現れる”順番で訪れようとする貪欲型アルゴリズムは無策であるが、時計回り（反時計回り）の方向に延長された弧同士に対する貪欲法は有効である。このため、時計回りと反時計回りの巡回路を交互に使い、同じタイプの直線弧のみ訪れる部分的オンライン問題に帰着させたい。さらに、既知の近似アルゴリズム（Tan, 2004）をオンラインアルゴリズムの指南役として使い、部分的な問題に対する1つの巡回路を見つける。この方法で求めた巡回路の長さが最短巡回路の $2\sqrt{2}$ 倍を超えないことを証明したい。最終的に、競合比 $4.5\sqrt{2}$ のオンラインアルゴリズムを与えたい。

4. 研究成果

(1) ラインネットワークにおける警備員巡回問題とは警備員の巡回路がライン上に限定されたとき、与えられたラインをすべて訪れる最短の巡回路を求めることである。従来の解法は時間計算量 $O(n^8)$ を要し、とても複雑であった。我々はこの問題に潜む順序付き特性を調べたうえ、より簡単な $O(n^6)$ 時間のアルゴリズムを提案した。

(2) 与えられた凸多角形の序列を訪れる最短の経路を求める問題については、多角形間の交差が許さない場合に $O(n^2 \log n)$ 時間のアルゴリズム、交差がある場合に $O(n^3 \log n)$ 時間のアルゴリズムは報告されていたが、最短路パスマップと呼ばれる複雑なデータ構造に依存するなどの欠点があった。本研究では、より簡単な最短路パスマップを考案し、従来アルゴリズムの時間計算量をそれぞれ $O(n^2)$ と $O(n^3)$ に改善した。

(3) 与えられた n 本の射線を訪れる最短の経路を求める問題については、最短路がある順序で射線を巡回するとの特性を証明し、 $O(n^5)$ 時間のアルゴリズムを提案することができた。さらに、この解法を与えられた線分集合のどの線分も少なくとも 1 点含む境界最短の凸多角形を求める問題 (the minimum-perimeter intersecting polygon problem) にも拡張して、これらの問題に対する多項式時間の解法を初めて与えることができた (論文投稿中)。

(4) 多角形の形状を予め知ることが許されない場合、今まで見てきた地理情報に基づいて多角形の内部を巡回する問題はオンライン (on-line) 型警備員巡回問題と呼ばれている。アルゴリズムの評価はオンラインで見つかった巡回路の長さ and 最短警備員巡回路の長さとの競合比を用いて行う。これまで最良の競合比は 26.5 であり、十分な結果ではなかった。本研究は、オフライン型の近似アルゴリズムをオンラインアルゴリズムの指南役として利用して競合比 $4.5\sqrt{2}$ (≈ 6.4) のアルゴリズムを開発することに成功した。これまでの競合比 26.5 を大きく改善した。

(5) 突然災害 (例えば、海難など) に遭遇したとき、いかにして早く災害領域から逃げ出すのが避難経路の計画問題に関わる。本研究では、災害領域を未知の凸多角形としたとき、いかにして早く凸領域の境界線に到達することができるかという避難戦略を調べる。螺旋状の回路 (logarithmic spiral) を利用して、競合比 13.812 の避難戦略を提案することができた。

(6) 平面的グラフにおける警察・泥棒ゲームについては、警察が 3 人で必ず泥棒を捕まえることがわかったが、ゲームのプレー時間の上界はあまり知られていない。本研究は、その上界が $2n$ であることを証明した。

< 引用文献 >

Tan, X. et al., 1999, Corrigendum to an incremental algorithm for constructing shortest watchman routes, *Int. J. Comput. Geom. Appl.* **9**, 319-323.

Dror, M. et al., 2003, Touring a sequence of polygons, *Proc. 35th STOC*, 473-482.

Hoffmann F. et al., 2001, The polygon exploration problem, *SIAM J. Comput.* **31**, 577-600.

Tan, X., 2001, Fast computation of shortest watchman routes, *Inform. Process. Lett.*, **77**, 27-33

Tan, X., 2004, Approximation algorithms for the watchman route and zookeeper's problems, *Discrete Applied Math.* **136**, 363-376.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計13件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 12件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Xuehou Tan and Bo Jiang	4. 巻 257
2. 論文標題 Computing simple paths from given points inside a polygon	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 67-76
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.10.16/j.dam.2018.09.020	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 P. Pisantechakool and Xuehou Tan,	4. 巻 36
2. 論文標題 The capture time of a planar graph	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Combinatorial Optimization	6. 最初と最後の頁 1103-1117
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10878-017-0173-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Xuehou Tan and Bo Jiang	4. 巻 E102-A
2. 論文標題 Charactering link-2 LR-visibility polygons and related problems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals	6. 最初と最後の頁 423-429
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.E102.A.423	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Xuehou Tan and Bo Jiang	4. 巻 E101-A
2. 論文標題 The touring polygons problem revised	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals	6. 最初と最後の頁 772-777
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.E101.A.772	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Xuehou Tan and Bo Jiang	4. 巻 131
2. 論文標題 An improved algorithm for computing a shortest watchman route for lines	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Information Processing Letters	6. 最初と最後の頁 51-54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) doi.org/10.1016/j.ipl.2017.11.011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Xuehou Tan and Bo Jiang	4. 巻 10392
2. 論文標題 Simple $O(n \log^2 n)$ algorithms for the planar 2-center problem	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 481-491
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-6238-4_40	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Qi Wei, Xuehou Tan, Bo Jiang and Lijun Wang	4. 巻 30
2. 論文標題 Evacuation from an unknown effected area	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Internal Journal of Pattern Recognition	6. 最初と最後の頁 1659022 -1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0218001416590229	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Qi Wei, Xuehou Tan and Bo Jiang	4. 巻 E99-D
2. 論文標題 Competitive Strategies for evacuating from an unknown affected area	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 IEICE Trans. Information and Systems	6. 最初と最後の頁 2585-2590
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transinf.2016EDP7118	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Xuehou Tan and Bo Jiang	4. 巻 10185
2. 論文標題 Efficient algorithms for touring a sequence of convex polygons and related problems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 614-627
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-55917_4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Photchchara Pisantechakool and Xuehou Tan	4. 巻 10185
2. 論文標題 On the conjecture of the smallest 3-cop-win planar graph	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 499-514
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-55917_36	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Photchchara Pisantechakool and Xuehou Tan	4. 巻 10043
2. 論文標題 On the capture time of Cops and Robbers game on a planar graph	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 3-17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-48749-6_1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Xuehou Tan and Wei Qi	4. 巻 9486
2. 論文標題 An improved on-line algorithm for exploring unknown polygons	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 163-177
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-26626-8_13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 P. Pisantechakool and Xuehou Tan	4. 巻 9130
2. 論文標題 A new distributed algorithm for computing a dominating set on grids	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 217-228
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-19647-3_21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計2件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 P. Pisantechakool and Xuehou Tan
2. 発表標題 On the capture time of cops and robbers game on a planar graph
3. 学会等名 The 19th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 P. Pisantechakool and Xuehou Tan
2. 発表標題 On the cops and robbers game on a graph and in a polygonal region
3. 学会等名 The 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, and Graphs (国際学会)
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----