

令和元年6月3日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K01190

研究課題名(和文) 株式市場の時間相関についての統計力学的手法による確率モデルの研究

研究課題名(英文) Statistical mechanical study of stochastic models for time correlation in stock markets

研究代表者

村井 浄信 (Murai, Joshin)

岡山大学・社会文化科学研究科・教授

研究者番号：00294447

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：株式市場における巨大な高頻度データを分析することで、日次データでは観測できない現象が次々と発見されている。本研究では、それらの現象のうち、取引符号の長期記憶の発生原因について、統計力学的手法を用いて理論的な研究を行なった。その発生原因が個々の投資家による潜在的注文の分割発注にあるという仮説に基づき、累積取引符号を表す離散型確率過程を定義し、統計力学のクラスター展開という方法を用いてそのスケール極限の連続時間確率過程がブラウン運動と異なるハースト指数を持つ複数の非整数ブラウン運動の重ね合わせになることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

累積取引符号を表す離散型確率過程のスケール極限の連続時間確率過程がブラウン運動と異なるハースト指数を持つ複数の非整数ブラウン運動の重ね合わせになることを示したが、これらのハースト指数は $1/2$ 以上、すなわち得られた確率過程の増分は長期記憶を持つことが示された。先行研究では、取引頻度の高い投資家の投資行動が取引符号の長期記憶を生み出す主な原因と考えられていたが、本研究で構成された連続時間確率過程のハースト指数に最大の寄与をするのは、取引頻度が中間的な投資家であるという興味深い結果が得られた。

研究成果の概要(英文)：By analyzing huge high frequency data in stock market, phenomena that can not be observed in daily data are discovered one after another. In this study, we have theoretically studied the causes of long-term memory of the transaction signs among those phenomena, using statistical mechanics methods. Based on the hypothesis that the origin is in the divided orders of potential orders by individual investors, we define a discrete time stochastic process that represents the cumulative transaction signs, and use the method of the cluster expansion of statistical mechanics to obtain a continuous time stochastic processes as its scale limit. It is shown that the time stochastic process is the superposition of Brownian motion and multiple fractional Brownian motions with different Hurst exponents.

研究分野：確率モデル論, 経済物理学

キーワード：クラスター展開 ハースト指数 取引符号 長期記憶 非整数ブラウン運動

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

世界の株式市場で一般的な連続オークション方式(ザラバ方式)という取引方法において、「板」に表示された売り注文の最安値を最良売気配とよび、買い注文の最高値を最良買気配とよぶ。この市場に新たに買いの成行注文(あるいは最良売気配での買いの指値注文)が入ると、最良売気配で取引が成立し、このときの取引符号を「+」と定義する。同様に、最良買気配で取引が成立したとき、その取引符号を「-」と定義する。ハイペルとマクラウドにしたがい、定常な確率過程が長期記憶をもつとは、その自己相関関数のラグについての和が発散することと定義する。

2004年に2つの経済物理学の研究者グループがロンドン証券取引所とフランス証券取引所のそれぞれの高頻度データを分析して、取引符号が長期記憶をもつことを同時に発見した。筆者も、東京証券取引所の高頻度データを用いて、取引符号が長期記憶をもつことを確かめた。取引符号が長期記憶をもつことの原因については、2005年にリローとマイクとファーマーによって提案された大口の潜在的注文の分割発注がその原因であるという説が現在のところ最も有力である。

ある投資家による規模の大きな未発注の売買計画(潜在的注文)は、価格変動による売買コストを抑制するために分割して市場に発注されることがある。このような大口投資家の投資行動が取引符号の長期記憶の発生原因である、という仮説である。

また間接的ではあるが、投資家の分割発注を支持する実証結果も知られている。

リローらはこの仮説のもとで、潜在的注文のサイズはベキ分布にしたがうという仮定において取引符号の離散モデルを構成し、その自己相関関数を直接計算している。ただし、彼らは技術的な制約から、潜在的注文の個数が常に一定であるという不自然な仮定を追加することで、取引符号の長期記憶性を示している。

それに対して、筆者らは、同じ仮説のもとで、分割発注の時間間隔はベキ分布にしたがうという仮定において、潜在的注文の個数に対する制限を与えずに、離散モデルのスケール極限として得られる連続時間確率過程が非整数ブラウン運動と標準ブラウン運動の重ね合わせであることを示した。

また、大口の潜在的注文の分割発注という原因のみで理論的に説明できる取引符号のハースト指数は、実際のデータから得られるハースト指数より小さな値である。また、流動性の高い銘柄については、銘柄や期間によらずにそのハースト指数の揺らぎは小さい。これらの事実は、取引符号の長期記憶には大口投資家の投資行動以外にも原因があることを強く示唆する。

### 2. 研究の目的

電子化された近年の株式市場では、すべての取引情報と板情報が記録された高頻度データ(ティック・データ)が保存されている。高頻度データを分析することで、日次データでは観測不可能な新しい現象が次々と発見されている。

本研究では、それらの発見のうち市場の記憶に関する取引符号の時系列データの長期記憶性という現象に着目する。その現象について、ある仮説にもとづき離散時間の確率過程(離散モデル)を定義し、離散モデルがその現象を再現していることを確かめる。さて、離散モデルがある現象を再現していることを確かめるには、一般的に3通りの方法が考えられる。ひとつはコンピュータ・シミュレーションによる方法で人工市場の研究などで広く用いられている。2番目は離散モデルの分布を直接求める方法であり、間口の広い方法ではあるが技術的にはとても難しい。そして3番目は離散モデルのスケール極限により連続モデルを用いて分布を求める方法であり、本研究ではこの方法を用いる。特に、スケール極限を求めるために、クラスター展開とよばれる統計力学の手法を用いる。これらのアプローチにより、その現象の発生原因を理論的に考察することが本研究の目的である。

### 3. 研究の方法

本研究では、「取引符号の長期記憶」という現象を発生させる原因を理論的に考察するため、統計力学の手法を用いて、離散モデルのスケール極限により現象を再現する連続モデルを構成する理論研究を行う。そのために、理論や実証の関連文献を入手し新たな知見を吸収するとともに、経済物理学や確率論の国内外の学会に積極的に参加して情報の収集を行う。また、学会発表やセミナーでの議論を通じて研究を深化させていく。

さらに、本研究では理論研究だけでなく、東京証券取引所の高頻度データを入手し実証研究も併せて行う。取引符号のハースト指数について、分析対象の銘柄や期間をさまざまに変化させながら推定を行う。また、理論モデルで仮定する取引間隔の分布などについて分析を行う。

### 4. 研究成果

現代の多くの株式市場では、取引情報が秒単位あるいはそれ以下の単位で記録された高頻度データが保存されている。膨大な量の高頻度データを分析することで、日次データでは観測できない現象が次々と発見されている。本研究では、それらの現象のうち、取引符号の長期記憶の発生原因について、統計力学の手法を用いて理論的な研究を行なった。取引符号とは、世界の株式市場で一般的な連続オークション方式において、最良売気配での取引をプラス、最良買気配での取引をマイナスとして定義される。古典的に価格変動は長期記憶を持たないことが知ら

れていることから、取引符号の長期記憶性は高頻度データの解析により明らかになった興味深い現象である。その発生原因が個々の投資家による潜在的注文の分割発注にあるという仮説に基づき、機関投資家から個人投資家までタイプの異なる投資家それぞれの投資行動を統計力学のポリマーを用いて表現し、累積取引符号を表す離散型確率過程を定義した。さらにクラスター展開を用いて、そのスケール極限の連続時間確率過程がブラウン運動と異なるハースト指数を持つ複数の非整数ブラウン運動の重ね合わせになることを示した。これらのハースト指数は1/2以上、すなわち得られた確率過程の増分は長期記憶を持つことが示された。先行研究では、取引頻度の高い投資家の投資行動が取引符号の長期記憶を生み出す主な原因と考えられていたが、本研究で構成された連続時間確率過程のハースト指数に最大の寄与をするのは、取引頻度が中間的な投資家であるという興味深い結果が得られた。

## 5. 主な発表論文等

### 〔雑誌論文〕(計6件)

- (1) J.Maskawa, K.Kuroda, J.Murai, Multiplicative random cascades with additional stochastic process in financial markets, *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 15(2), (2018), 515-529. DOI:10.1007/s40844-018-0112-y 査読有
- (2) J.Murai, A model of transaction signs with order splitting and public information, *Evolutionary and Institutional Economics Review*, 13(2), (2016), 469-480. DOI:10.1007/s40844-016-0050-5 査読有
- (3) 村井浄信, 公開情報への反応関数をもつポリマーモデルにおける大数の強法則, *岡山大学経済学会雑誌 (Okayama economic review)*, 47 (2), (2016), 117-128. 査読無
- (4) 村井浄信, 公開情報と取引符号, *統計数理研究所共同研究レポート(The Institute of Statistical Mathematics Cooperative Research Report)*, 360, (2016), 116-125. 査読無
- (5) J.Murai, Signs of market orders and human dynamics, *Proceedings of the International Conference on Social Modeling and Simulation, plus Econophysics Colloquium 2014*, ed. by H.Takayasu, N.Ito, I.Noda, M.Takayasu, Springer-verlag Tokyo, (2015), 39-50, ISBN 978-3-319-20590-8 査読有
- (6) 村井浄信, 取引間隔の多様なベキ指数と取引符号のハースト指数, *統計数理研究所共同研究レポート(The Institute of Statistical Mathematics Cooperative Research Report)*, 332 (2015), 97-102. 査読無

### 〔学会発表〕(計6件)

- (1) 村井浄信, 注文分割と公開情報による取引符号モデル, *統計数理研究所共同研究集会「経済物理とその周辺」平成27年度第2回*, (2016)
- (2) Joshin Murai, Order signs model with order splitting and exogenous herding, *International Conference on Big data in Economics, Science and Technology*, (2015)
- (3) 村井浄信, 公開情報と取引符号, *統計数理研究所共同研究集会「経済物理とその周辺」平成27年度第1回*, (2015)
- (4) Joshin Murai, A model of order signs under multiple order splitting and public information, *ECONOPHYS-2015*, (2015)
- (5) 村井浄信, 注文分割と公開情報による取引符号モデル, *経済物理学 2015: 新たな方向性を求めて*, (2015)
- (6) 村井浄信, 公開情報への反応関数をもつポリマーモデルにおけるトレンド項, *無限粒子系、確率場の諸問題 XI*, (2015)

### 〔図書〕(計0件)

### 〔産業財産権〕

出願状況（計 0 件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年：  
国内外の別：

取得状況（計 件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等  
なし

6 . 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8桁）：

(2)研究協力者

研究協力者氏名：黒田 耕詞

ローマ字氏名：Koji Kuroda

研究協力者氏名：増川 純一

ローマ字氏名：Jun-ichi Maskawa

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。