

平成 30 年 6 月 19 日現在

機関番号：12613

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K03348

研究課題名(和文) ベイジアンゲームにおける内生的情報構造と情報の社会的価値

研究課題名(英文) Social Value of Information and Endogenous Information Structures

研究代表者

宇井 貴志 (Ui, Takashi)

一橋大学・大学院経済学研究科・教授

研究者番号：60312815

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：社会や組織において望ましい情報開示はどのようなものを明らかにするため、ベイジアンゲームのプレイヤーに対して情報提供を行う情報の送り手を考える。情報を受取ったプレイヤーは均衡に従って行動を選ぶとする。情報設計問題とは、情報の送り手の目的関数を最大にする情報構造を求める問題である。とくにベイジアンゲームが二次利得構造と正規情報構造をもつLQG (linear-quadratic Gaussian) ゲームで、送り手の目的関数が二次関数である場合の情報設計問題をLQG情報設計問題とよぶ。本研究では私的情報が外生的な場合と内生的な場合のそれぞれについてLQG情報設計問題を提起し分析した。

研究成果の概要(英文)：To improve social welfare or performance of an organization, what information should the leader of the organization disclose to its members? To study this issue theoretically, we propose an LQG (linear-quadratic Gaussian) information design problem. Consider a Bayesian game, in which the payoff functions are quadratic, and the payoff state and players' signals are jointly normally distributed. Such a Bayesian game is referred to as an LQG game. LQG information design is a problem to find the optimal Gaussian information structure that maximizes a quadratic objective function, which is formulated as semidefinite programming. We study two types of LQG information design: information design with exogenous private information and information design with endogenous private information. We obtain the optimal information structures assuming symmetric payoff structures. In the case of general payoff structures, we obtain the optimal public information structures.

研究分野：経済学

キーワード：ゲーム理論 ベイジアンゲーム LQGゲーム 情報構造 情報設計

1. 研究開始当初の背景

不確実性下における意志決定者が一人の場合、より正確な情報を提供することで、その意志決定者の厚生を高めることができる。すなわち、情報は常に正の価値をもつ。しかし、意志決定者が複数の場合には、より正確な情報を提供すると、意志決定者の厚生を低めてしまう場合がある。

このことは古くから次のような例などで知られている。2 状態 2 行動 2 プレイヤーのベイジアンゲームを考える。2 状態は等確率で実現する。行動は「協力」と「非協力」であり、いずれの状態でも「協力」がパレート最適であるが、状態 1 ならば「協力」が支配戦略で、状態 2 ならば「非協力」が支配戦略である。一方、(状態が実現する前の期待利得で評価する)事前ゲームにおいては「協力」が支配戦略である(実際、そのような利得表を作ることができる)。もし真の状態が分からないならば、プレイヤーは事前ゲームの利得に基づき「協力」を選ぶ。一方、真の状態をプレイヤーに開示するならば、状態 2 が実現するときプレイヤーは「非協力」を選ぶ。したがって、状態についての情報を開示しないことが最適な情報構造になる。

この古い問題が新たな注目を集めている。その契機は、Morris and Shin (2002, Amer. Econ. Rev. 92, 1521-1534) による情報の社会的価値の研究である(以下 MS と略記)。MS はケインズの美人投票を模した美人投票ゲームを分析し、より正確な公的情報によって社会的厚生が減少し得ることを示した。さらにその政策的インプリケーションとして、金融政策の高い透明性が経済に対して負の効果をもち得ることを指摘した。こうした結果を踏まえて Bergemann and Morris (2016, Amer. Econ. Rev. 106, 586-591) は、社会や組織における望ましい情報構造を明らかにすることを目的に、情報設計問題を提起した(以下 BM と略記)。これは、ベイジアンゲームにおける最適な情報構造を求める問題である。BM はこの問題が最適相関均衡を求める問題と等価であることを示した。

情報の社会的価値や情報設計問題の既存研究においては、美人投票ゲームなど特定のモデルが仮定されてきた。このため、望ましい情報構造が社会的厚生関数やプレイヤーの利得構造にどのように依存するのかなどについての研究は不十分であった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、主に以下の問題を考察することである。

どのような厚生関数やプレイヤーの利得構造の下で情報は正の価値をもつか？

厚生関数を最大にするには、意思決定者に対してどのような情報伝達を

行えばよいか？最適情報構造は厚生関数やプレイヤーの利得構造にどのように依存するか？

とに対する答えは、意思決定者が内生的に私的情報を取得する場合にどう変化するか？

3. 研究の方法

本研究では主に LQG ゲームを分析対象とする。LQG ゲームとは、情報が正規分布に従い利得が二次関数であるベイジアンゲームである。LQG ゲームには均衡を具体的に計算できるという特長があり、クールノーゲーム、ベルトランゲーム、ネットワークゲームなどの幅広い応用が知られている。また、MS の美人投票ゲームも LQG ゲームである。

まず、LQG ゲームにおける情報設計問題を定式化し、対称な情報構造と利得構造をもつ対称 LQG ゲームにおける情報の社会的価値と最適情報構造を明らかにする。対称 LQG ゲームにおける情報の社会的価値については、プレイヤーの私的情報が外生的な場合についての Angeletos and Pavan (2007, Econometrica 75, 1103-1142) の研究と、プレイヤーの私的情報が内生的な場合についての Colombo, Femminis, and Pavan (2014, Rev. Econ. Stud. 81, 1438-1483) の研究がある(以下 AP および CFP とそれぞれ略記)。AP と CFP の分析は上述の問題に対して部分的な解答を与えている。本研究では AP のモデルと CFP のモデルをそれぞれ情報設計問題の設定に拡張し、上述の問題に対して完全な解答を与える。

つぎに、非対称な情報構造と利得構造をもつ LQG ゲームに分析対象を拡げる。非対称 LQG ゲームについては均衡の一意性や存在などについての既存研究がない。このため、まず均衡の基本的性質を調べた上で、非対称 LQG ゲームにおける情報設計問題を分析する。

4. 研究成果

(1) LQG 情報設計問題の定式化

ベイジアンゲームのプレイヤーに対して自らが選んだ情報を提供する情報の送り手がいるとする。情報を受取ったプレイヤーはベイジアンナッシュ均衡に従って行動を選ぶとする。情報設計問題とは、情報の送り手の目的関数を最大にするような情報構造を求める問題である。

本研究では、以下の条件を満たす情報設計問題を提唱した。これを LQG 情報設計問題と呼ぶ。

ベイジアンゲームが LQG ゲーム
情報の送り手の目的関数が二次関数
提供する情報の確率分布が正規分布

目的関数の特別な場合として総期待利得を考えることもできる。そこで以下の説明で

は目的関数の値を社会的厚生と呼ぶことにする。

LQG 情報設計問題を解くための指針として、情報設計問題が半正定値計画問題と呼ばれる最適化問題として定式化できることを示した。半正定値計画問題については、双対性やKKT条件など様々な性質が知られているほか、効率的に数値解を求めることができる上、中には解析解が知られている問題も存在する。こうしたことを用いれば、様々なLQG情報設計問題を解くことが可能になる。

(2) 対称 LQG 情報設計問題

利得構造と情報構造がプレイヤーに関して対称な場合のLQG情報設計問題を分析した。プレイヤーの均衡行動を、すべてのプレイヤーに共通な確率変数からなる項と、そのプレイヤー固有の確率変数からなる項に分解し、前者の分散をプレイヤー行動の共通分散、後者の分散をプレイヤー行動の個別分散と呼ぶことにする。目的関数は共通分散と個別分散の線形和で表すことができる。さらに、共通分散は情報の精度について増加関数であるが、個別分散は情報の精度について減少関数である。したがって、情報の社会的価値は目的関数における共通分散と個別分散の相対的な大きさによって決まる。

まず、実現可能な情報構造が私的情報と公的情報の組合せからなる場合を考えた。私的情報とは個別のプレイヤーがそれぞれに持つ情報、公的情報とは全員が共有する情報である。上述の目的関数の性質を用いて、私的情報と公的情報が正の価値をもつための必要十分条件を導出した。さらにこの結果を用いて、社会的厚生を最大にする私的情報と公的情報の最適な組合せを解析的に特定した。

また、(私的情報と公的情報の組合せも含む)すべての情報構造の中で社会的厚生を最大にするものも解析的に特定した。これは社会的厚生を最大にする最適相関均衡に対応する。

(3) LQG ゲームへの変分不等式アプローチ

(2)で用いた対称LQGゲームには一定の条件の下で一意的な均衡が存在する。しかし、非対称LQGゲームの均衡の存在や一意性についての既存研究はない。

そこで、非対称LQGゲームを含む広いクラスのベイジアンゲームにおけるベイジアンナッシュ均衡を求める問題を変分不等式として定式化し、一意なベイジアンナッシュ均衡が存在するための十分条件を求めた。この条件は「利得勾配ベクトルが狭義単調性と呼ばれる条件を満たす」というものである。

(4) 一般の LQG 情報設計問題

(3)の結果を用いて、一般のLQG情報設計

問題を分析した。まず、実現可能な情報構造に制約をおかない場合を考察した。目的関数を行動ベクトルの二次形式の期待値に書き表した上で、二次形式を表す行列が半負定値ならば無情報開示が最適、半負定値でも半正定値でもないならば部分情報開示が最適、半正定値ならば完全情報開示もしくは部分情報開示が最適であることなどを示した。

つぎに、実現可能な情報構造が公的情報のみからなるものに限定し、半正定値計画問題の結果を用いて最適な公的情報構造を解析的に特定した。この結果は、金融政策における情報開示など、個別の経済主体に異なる情報を伝達することが困難な場合などに応用可能である。

(5) 内生的私的情報下の対称 LQG 情報設計問題

費用を払って私的情報の精度を内生的に決定するプレイヤーに対して情報の送り手が公的情報を提供する状況を分析した。この場合、公的情報の精度が増加すると、プレイヤーが取得する私的情報の精度が減少する。これを公的情報のクラウドディングアウト効果と呼ぶ。

まず、内生的私的情報の場合でも、情報の社会的価値は目的関数における共通分散と個別分散の相対的な大きさによって決まることを示した。この性質を用いて公的情報が正の価値をもつための必要十分条件を導出し、さらに社会的厚生を最大にする公的情報を解析的に特定した。外生的私的情報の場合との違いはクラウドディングアウト効果の大小で説明できる。また、クラウドディングアウト効果の大小は私的情報の精度に関する限界費用の弾力性の大小で説明できる。とくに弾力性が無限大の場合が、クラウドディングアウト効果のない外生的私的情報の場合に対応することを示した。

(6) 情報取得費用と社会的厚生

内生的私的情報の場合、情報取得費用が増加すると、プレイヤーが取得する私的情報の精度は減少する。したがって、情報が負の価値をもつ場合には、費用の増加によって社会的厚生が増す可能性がある。そこで、こうしたことが起こるための必要十分条件を導出し、この結果を用いて社会的に最適な情報取得費用を特定した。

(7) 非正則事前分布の対称 LQG 設計問題

LQGゲームの分析では、未知の状態の事前分布について正則な正規分布を仮定する場合と非正則な一様分布を仮定する場合とがある。非正則事前分布下では均衡の計算が簡単になるため、MSは美人投票ゲームの研究において非正則事前分布を採用した。美人投票

ゲームにおいては、正則事前分布下の情報の社会的価値と非正則事前分布下の情報の社会的価値は一致する。一方、すべてのLQGゲームにおいて両者が一致するかどうかは未解決の問題であった。そこで、非正則事前分布下の対称LQG情報設計問題を定式化し、非正則事前分布下の最適情報構造と正則事前分布下の最適情報構造とが一致しないことがあり得ることを示した。

(8) ナイト的不確実性を含む曖昧な情報

標準的な情報設計問題では、開示する情報の確率分布をプレイヤーが知っていることと仮定する。一方、確率分布を一つに特定できないナイト的不確実性を含む曖昧な情報開示を考えることもできる。ナイト的不確実性を含む情報と含まない情報とで、プレイヤーの行動は異なり得るだろうか？また、曖昧な情報開示によってより高い社会的厚生を実現することは可能だろうか？

この問題を考えるために、LQGゲームとは別のクラスのベイジアンゲームであるグローバルゲームとベイジアンコンテストゲームにおける曖昧な情報の効果を調べ、曖昧な情報によって社会的厚生が増加することがあり得ることを示した。

また、ナイト的不確実性を含む情報をもつプレイヤーが集団的な意思決定をする状況を分析し、ナイト的不確実性下でパレート効率性を実現する投票ルールは重み付き多数決のみであることを示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計3件)

宇井貴志(2018)『情報設計問題とLQGゲーム』大橋弘・照山博司・原千秋・細野薫編「現代経済学の潮流 2018」東洋経済新報社。[査読有]

ISBN 978-4-492-31509-5

所収(印刷中)

Ui, T., 2016. Bayesian Nash Equilibrium and Variational Inequalities. *Journal of Mathematical Economics* 63, 139-146. [査読有]

doi.org/10.1016/j.jmateco.2016.02.004

Ui, T., Yoshizawa, Y., 2015. Characterizing Social Value of Information. *Journal of Economic Theory* 158, 507-535. [査読有]

doi:10.1016/j.jet.2014.12.007.

〔学会発表〕(計9件)

宇井貴志, 情報設計問題とLQGゲーム, 日本経済学会 2017年度秋季大会特別報告, 2017年9月9日, 東京.

宇井貴志, Robust Voting under Uncertainty, The 70th European Meeting of the Econometric Society, 2017年8月21日, Lisbon(ポルトガル).

宇井貴志, Robust Voting under Uncertainty, Risk, Uncertainty and Decision Conference 2017, 2017年6月11日, London(イギリス).

宇井貴志, Robust Voting under Uncertainty, Workshop on Decision Making and Contest Theory, 2017年1月25日, Ein Gedi(イスラエル).

宇井貴志, Ambiguity and Risk in Global Games, AMES 2016, 2016年8月13日. 京都.

宇井貴志, Ambiguity and Risk in Global Games, Games 2016, 2016年7月24日, Maastricht(オランダ).

宇井貴志, Ambiguity and Risk in Global Games, 2nd Workshop on Ambiguity in Games and Mechanisms, 2015年11月25日, Paris(フランス).

宇井貴志, Optimal Disclosure of Public Information with Endogenous Acquisition of Private Information, The 11th World Congress of the Econometric Society, 2015年08月18日, Montreal(カナダ).

宇井貴志, Ambiguity and Risk in Global Games, ZIF Research Group Workshop: Knightian Uncertainty in Strategic Interactions and Markets, 2015年6月11日, Bielefeld(ドイツ).

〔その他〕

ホームページ等

<http://sites.google.com/site/takashiui/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宇井 貴志 (Ui, Takashi)

一橋大学・大学院経済学研究科・教授

研究者番号: 60312815