

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 30 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K03392

研究課題名(和文)大規模モーメント不平等モデルに対する統計推測手法の開発

研究課題名(英文) Inference for many moment inequalities models

研究代表者

加藤 賢悟 (KATO, Kengo)

東京大学・大学院経済学研究科(経済学部)・准教授

研究者番号：50549780

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：モーメント不平等モデルとは、関心のあるパラメータがモーメント不平等制約によって定義されるモデルであり、近年の計量経済学において多くの関心を集めている。本研究課題においては、不等式数が標本サイズよりも大きいような場合にも有効な、識別集合内の各パラメータへの統計推測手法の確立に従事した。具体的には、まず理論解析に必要な確率論的手法を整備したあとに、これらの結果をベースにして、大規模モーメント不平等モデルに対して、最大値型の統計量に基づく統計推測手法を提案し、その理論的な妥当性を証明するとともに、数値的な妥当性を検証した。

研究成果の概要(英文)：A moment inequality model is a model where the parameter of interest is defined by moment inequality restrictions, and has attracted much interest in the recent econometrics literature. In this research project, I have worked on developing inference methods for parameters defined by moment inequalities the number of which may exceed the sample size. Specifically, I first developed probabilistic techniques required for the theoretical analysis, and then building upon such probabilistic results, I proposed inference methods based on max type statistics and proved their theoretical validity. Finally, I also conducted numerical studies to verify the practical performance of the proposed inference methods.

研究分野：数理統計学、計量経済学

キーワード：計量経済学 モーメント不平等

1. 研究開始当初の背景

モーメント不等式モデルとは、関心のあるパラメータがモーメント不等式制約によって定義されるモデルであり、近年の計量経済学において多くの関心を集めている。モーメント不等式モデルにおいては、パラメータが点識別されることはまれであり、多くの場合、モーメント不等式をみたすパラメータ集合(識別集合と呼ばれる)が得られる。例えば、航空会社の新規航路への参入メカニズムを考察した Ciliberto and Tamer (2009, ECMT)は、複数均衡が許される場合、企業の利得関数に含まれるパラメータを識別する制約がモーメント不等式として与えられることを示した。

Ciliberto and Tamer の例で顕著なのは、企業数を m とした時、不等式制約の個数が、企業の取りうる行動のペア全体の個数(2^m)に比例して増えていく点である。また、Chesher, Rosen, and Smolinski (2013, Quantitative Economics)は、内生性のある離散選択モデルにおいて、内生変数が離散的で m 個の値をとる時、効用関数を識別する制約が、 2^m に比例するモーメント不等式で与えられることを示した。以上の例で明らかのように、経済理論から誘導される不等式制約の個数はかなり大きくなりうる。しかしながら、モーメント不等式モデルを扱った計量理論の既存の文献は、不等式制約の個数を固定した漸近理論しか考察していないため、扱われている統計推測手法が不等式制約の個数が大きい場合でも妥当かどうかは不明であった。恣意的に選んだ少数の不等式制約のみを利用するというアプローチもあるが、制約が緩和される分、パラメータの信頼領域はより保守的になる。従って、よりタイトな信頼領域の構成を目指すためには、利用可能な多くの不等式制約をすべて使うことが望ましい。

2. 研究の目的

本研究課題は、モーメント不等式によって部分識別されるパラメータに対して、不等式制約の個数が標本サイズより大きい場合でも理論的に正当となる信頼領域を構成する手法を確立し、提案する統計的推測手法の最適性を明らかにする。

また、応用上、パラメータ全体の信頼領域よりも、パラメータの一部、より一般的に、パラメータの関数の信頼領域の構成に関心がある場合がある。そこで、パラメータ全体が大規模モーメント不等式をみたしている時、その関数の信頼領域をどう構成すべきかも明らかにする。

3. 研究の方法

Rosen (2008, JoE)が指摘しているように、モーメント不等式によって定義されるパラメータに対する信頼領域は、モーメント不等式

の個数を p としたとき、次元 p の多変量片側検定を反転させることにより得られる。注意すべきは、次元 p が大きい時は、(i) そもそもの検定統計量を用いたらよいか、そして、(ii) 検定統計量の帰無分布をどう近似するか、という2点は非自明な問題となる。本研究課題では、 p 個の t 統計量の最大値により定義される検定統計量に焦点をあて、そのような最大値型の統計量に対して、申請者が取り組んできた高次元中心極限定理を応用し、帰無分布を近似することを考える。

しかしながら、帰無分布の近似が容易であることは、最大値型の検定統計量を使う絶対的な理由とはならない。そこで、(i) に関して、最大値型の検定統計量の最適性を明らかにする。また、帰無分布の近似も、直接的な高次元正規近似だけでなく、さまざまな改良が考えられる。例えば、データからモーメント不等式が制約的になっていないと判断できる座標がある時は、それらをあらかじめ取り除いて帰無分布の近似を実行した方が検出力の点で望ましいことが指摘されている。そのような実行方法はモーメント選択と呼ばれるが、 p が大きい時に、モーメント選択を組み合わせた帰無分布の近似の妥当性を理論的に、および数値実験によって明らかにする。モーメント選択はデータに依存した選択法なので、特に p が大きい時、その理な解析は非自明である。

4. 研究成果

本研究課題に関して、まず、理論的なバックグラウンドになる高次元の中心極限定理、およびブートストラップ近似定理に関する論文をまとめた。具体的には、独立な高次元確率ベクトルの正規化された和の分布に対して、超長方形のクラスに関して様に正規近似が成り立つための条件を考察し、そういった正規近似は次元が標本数よりもかなり大きくても成り立つことを示した。また、類似の結果を疎な凸集合と呼ばれるクラスに対しても示した。この論文は確率論のトップジャーナルである *Annals of Probability* に採録された。以上の確率論的な結果を用いて、大規模モーメント不等式モデルに対して、最大値型の統計量を考察し、その帰無分布を近似する方法を提案した。また、モーメント選択や検定手法のミニマクスな意味での最適性を考察し、以上の結果を論文にまとめ、経済学のトップジャーナルである *Review of Economic Studies* に投稿し、改訂要求を得た。その後、レフェリーのコメントに従い、論文の改訂に取り組み、再投稿した。具体的には、いくつか理論的な考察を追加したほか、シミュレーション実験において、既存の手法との比較を行った。いままで提案されているモーメント不等式モデルに対する統計推測手法は、モーメント不等式の個数を固定してサンプルサイズを無限大に発散するという漸近

理論のもとでの正当性は示されているが、モーメント不等式の個数が非常に大きい場合での理論的な正当性は不明であった。今回、シミュレーション実験において、そのような既存の手法をモーメント不等式の個数が非常に大きい場合に無理やり適用した場合、サイズのゆがみが生じること、一方で我々の手法はそのような場合でも正しいサイズをもつことが確認された。また、Cilibert and Tamer (2007, ECMT) のモデルからデータを発生させ(パラメータは適当に決める)、我々の統計推測手法を適用し、その妥当性も検証した。以上の追加的なシミュレーション実験により、われわれの手法が経済分析上意味のある設定のもとで、既存の手法と比べてもより有用なものであることが確認された。また、以上の成果は V. Chernozhukov 氏 (MIT) と D. Chetverikov 氏 (UCLA) との共同研究に基づく。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計9件)

M. Imazimu and K. Kato, A simple method to construct confidence bands in functional linear regression, *Statistica Sinica*, 査読有, 2018, 印刷中, (掲載確定).

DOI: 10.5705/ss.202017.0208

A. Belloni, V. Chernozhukov, and K. Kato, Valid post-selection inference in high-dimensional approximately sparse quantile regression models, *Journal of the American Statistical Association*, 査読有, 2018, 印刷中, (掲載確定).

DOI: 10.1080/01621459.2018.1442339

M. Imaizumi and K. Kato, PCA-based estimation for functional linear regression with functional responses, *Journal of Multivariate Analysis*, 査読有, Vol. 163, 2018, 15-36.

DOI: 10.1016/j.jmva.2017.10.001

A. Galvao and K. Kato, Quantile regression methods for longitudinal data, *Handbook of Quantile Regression* (R. Koenker et al. eds.), 査読有, Chapter 19, 2017.

DOI: 10.1201/9781315120256-3

A. Belloni, V. Chernozhukov, and K. Kato, High-dimensional quantile regression, *Handbook of Quantile Regression* (R. Koenker et al. eds.), 査読有, Chapter 15, 2017.

DOI: 10.1201/9781315120256-3

V. Chernozhukov, D. Chetverikov, and K. Kato, Central limit theorems and bootstrap in high dimensions, *Annals of Probability*, 査読有, Vol. 45, 2017, 2309-2352.

DOI: 10.1214/16-AOP1113

A. Galvao and K. Kato, Smoothed quantile regression for panel data, *Journal of Econometrics*, 査読有, Vol. 193, 2016, 92-112.

DOI: 10.1016/j.jeconom.2016.01.008

V. Chernozhukov, D. Chetverikov, and K. Kato, Empirical and multiplier bootstraps for suprema of empirical processes of increasing complexity, and related Gaussian couplings, *Stochastic Processes and their Applications*, 査読有, Vol. 126, 2016, 3632-3651.

DOI: 10.1016/j.spa.2016.04.009

A. Belloni, V. Chernozhukov, D. Chetverikov, and K. Kato, Some new asymptotic theory for least squares series: pointwise and uniform results, *Journal of Econometrics*, 査読有, Vol. 187, 2015, 345-366.

DOI: 10.1016/j.jeconom.2015.02.014

[学会発表](計25件)

Kengo Kato, CLT and bootstrap in high dimensions, with extensions to empirical and U-processes, University of Illinois-Urbana Champaign, 2018 年.

Kengo Kato, Inference for measurement error models, University of Illinois-Urbana Champaign, 2018 年.

Kengo Kato, CLT and bootstrap for sample averages and incomplete U-statistics in high dimensions, Cornell University, 2018 年.

Kengo Kato, A simple method to construct confidence bands in functional linear regression, *CMStatistics*, 2017 年.

Kengo Kato, Jackknife multiplier bootstrap: finite sample approximations to the U-process supremum with applications, SNU-Tokyo Conference, 2017 年.

加藤賢悟, ノンパラメトリック変数誤差回帰に対する信頼バンド, 統計関連学会連合大会, 2017 年.

Kengo Kato, Uniform confidence bands

for nonparametric errors-in-variables regression, Econometric Society European Meeting, 2017 年.

Kengo Kato, Bootstrap confidence bands for spectral estimation of Levy densities under high frequency observations, Workshop on Advances in Econometrics, 2017 年.

Kengo Kato, Uniform confidence bands for nonparametric errors-in-variables regression, Statistical Foundations of Uncertainty Quantification for Inverse Problems, 2017 年.

Kengo Kato, Uniform confidence bands for nonparametric errors-in-variables regression, University of California Los Angeles, 2017 年.

Kengo Kato, Uniform confidence bands for nonparametric errors-in-variables regression, University of California San Diego, 2017 年.

Kengo Kato, Uniform confidence bands for deconvolution with unknown error distribution, London School of Economics, 2016 年.

Kengo Kato, Testing many moment inequalities, CMStatistics, 2016 年.

Kengo Kato, Uniform confidence bands for deconvolution with unknown error distribution, 韓国統計学会, 2016 年.

加藤賢悟, Uniform confidence bands for deconvolution with unknown error distribution, 大規模統計モデリングと計算統計 III, 2016 年.

Kengo Kato, Uniform confidence bands for deconvolution with unknown error distribution, University of Illinois-Urbana Champaign, 2016 年.

Kengo Kato, Gaussian approximation to the supremum of a general empirical

process, University of Illinois-Urbana Champaign, 2016 年.

Kengo Kato, CLT and bootstrap in high dimensions, University of Illinois-Urbana Champaign, 2016 年.

Kengo Kato, CLT and bootstrap in high dimensions, University of Macau, 2016 年.

Kengo Kato, High dimensional quantile regression, New Directions in Quantile Regression, 2015 年.

⑳ Kengo Kato, Smoothed quantile regression for panel data, Waseda International Symposium, 2015 年.

㉑ Kengo Kato, Testing many moment inequalities, 厦門大学経済学部セミナー, 2015 年.

㉒ Kengo Kato, Gaussian approximation of suprema of empirical processes, Workshop on New Directions in Stein's Method, 2015 年.

㉓ Kengo Kato, Gaussian approximation of suprema of empirical processes, Oberwolfach workshop: Probabilistic Techniques in Modern Statistics, 2015 年.

㉔ Kengo Kato, Central limit theorems and bootstrap in high dimensions, Cemmap workshop: Advances in Microeconometrics, 2015 年.

〔その他〕
ホームページ等
<https://sites.google.com/site/kkatostat/home>

6 . 研究組織

(1) 研究代表者

加藤 賢悟 (KATO, Kengo)
東京大学・大学院経済学研究科・准教授
研究者番号 : 50549780