

令和元年6月11日現在

機関番号：34316

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K03405

研究課題名(和文) 応用計量経済学におけるノンパラメトリック・セミパラメトリック法の改善と発展

研究課題名(英文) Improvement and Development of Nonparametric and Semiparametric Methods in Applied Econometrics

研究代表者

蛭川 雅之(Hirukawa, Masayuki)

龍谷大学・経済学部・教授

研究者番号：10597628

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：経済データに固有の特性を考慮に入れて、ノンパラメトリック及びセミパラメトリック法を改良し発展させた。ここにいうデータ特性とは以下の通りである。第一に、経済変数の多くは非負の値をとり、その分布の形状にも原点付近に観測値が集中する一方裾も重いという特徴が見られる。第二に、ミクロ経済データを用いて回帰分析を行う際、モデル推定に必要な経済変数が単一のデータセットに揃っていない場合が多い。前者に対しては、非対称カーネル関数をノンパラメトリック推定・検定の諸問題に応用した。後者に対しては、回帰モデルの説明変数の一部を別のデータセットからノンパラメトリックなやり方で補完した後に一致推定する方法を探求した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ノンパラメトリック推定・検定問題に対する非対称カーネル関数の利用可能性を拡大した。また、経済・ファイナンスにおける非対称カーネル関数の応用を取り扱う初の書籍も出版した。さらに、以前から実務家の間では二標本を接合したデータを用いて最小二乗推定を行う慣行が存在したが、一致性の確保、収束速度等統計的に重要な問題は見落とされていた。本研究ではこれらの問題に対する回答を与えた。

研究成果の概要(英文)：Nonparametric and semiparametric methods in which the properties peculiar to economic data sets are taken into account are improved and developed. The properties are as follows. First, many economic variables take only nonnegative values by definition. In addition, their distributions have many observations concentrated in the vicinity of the origin, whereas they also possess a long tail with sparse data. Second, it is often the case that a single data set does not contain all necessary variables for regression analyses in empirical microeconomics. For the former, asymmetric kernel functions are applied to a variety of estimation and testing problems. For the latter, methods of estimating regression models consistently in which the missing regressors are imputed nonparametrically from another sample are explored.

研究分野：社会科学・経済学・経済統計

キーワード：ノンパラメトリック計量経済学 接合データの計量経済学 非対称カーネル関数 回帰不連続デザイン

## 1. 研究開始当初の背景

経済モデルはしばしばその一部ないし全部が未知母数に依存しないノンパラメトリックな形で特定される。加えて、経済学で一般に行われる条件付き期待値及びモーメント制約モデルの推定は、それ自体ノンパラメトリックな性格を帯びている。このような学問上の要求とコンピュータ性能の飛躍的な向上とが相俟って、近年ノンパラメトリック及びセミパラメトリック法が経済学の実証研究において広く応用されている。

そこで、本研究では、経済データに固有の特性を考慮に入れたノンパラメトリック及びセミパラメトリック法の開発に主眼を置いた。特に、本研究で取り扱った主要課題2点について、その背景を説明する。

### (1)非対称カーネル関数の発展・改良及び推定・検定の諸問題への応用：

経済学で最も広く応用されているノンパラメトリック法は、恐らくカーネル関数による局所平滑化であろう。平滑化を実行する際、伝統的には、カーネル関数として原点对称の確率密度関数が用いられてきた。その一方、経済変数の多くは非負の値をとり(=その分布の台が原点に境界を持ち)さらに、その分布の形状にも原点付近に観測値が集中する一方裾も重いという特徴が見られる。このような経済変数の例として、所得、財の取引量、短期金利、保険請求額等が挙げられる。これらの経済変数に対して原点对称カーネル関数を利用する場合、境界バイアスへの対処が必要となるのと同時に、単一のバンド幅では分布の形状を正確にとらえることが困難となる点も考慮しなければならない。前者に対しては境界補正法、一方、後者に対しては可変カーネル法が開発され、それぞれ独自の発展を遂げてきた。しかし、近年、台に境界を持ち、形状も変化する(=境界補正法・可変カーネル法双方の特性を併せ持つ)非対称カーネル関数が多数提案され、非対称カーネル推定量の小標本特性が原点对称カーネル推定量のそれを上回る事例も報告されている。そこで、上述のような経済データを用いるノンパラメトリック推定・検定の諸問題に対して非対称カーネル関数を応用する場合の統計的特性を確認したいと考えた。

### (2)データ接合を伴う回帰モデル推定へのノンパラメトリック法の応用：

匿名ミクロ経済データ(個票データ)を用いて回帰分析を行う際、モデル推定に必要な経済変数が単一のデータセットに揃っていない場合は多い。そのような場合、必要な経済変数を含む別のデータセットと組み合わせるモデル推定を行う手法が幾つか提案されている。しかしながら、既存の手法は、各データセットからモーメント条件の別々の部分を推定でき、結果的に二つのデータセットからモデル全体の識別・推定が可能となる場合(例：二標本操作変数法、二標本二段階最小二乗法)もしくは、一つ目のデータセットでモデルの識別・推定を行い、効率性を高める目的で二つ目のデータセットを利用する場合のいずれかに属するものであった。一方、一つ目のデータセットには存在しない説明変数を二つ目のデータセットからノンパラメトリックなやり方(例：最近傍法)で補完した後に一致推定する手法はこれまで開発されていなかった。この手法の応用例には、賃金関数を介して教育効果を測定する際の説明変数の一つとして個人の能力を表す変数を補完するケースが該当する。能力は直接観測されないため、知能・職能テストの得点をその代理変数として用いるが、通常、賃金・所得のサーベイではテストの得点を調査しない。そこで、テストの得点を記録した別のデータセットと組み合わせるモデル推定を実行する必要がある。このような場合、以前から実務家の間では最近傍法で接合したデータを用いて最小二乗推定を行う慣行が存在したが、パラメータ推定量の一致性の確保、収束速度等統計的に重要な問題は見落とされていた。なお、二つ目のデータセットの入手を試みる代わりに、最初から能力を表す変数を省略し、省略変数バイアスを避ける目的で操作変数を利用して推定を行うことも多い。しかし、操作変数法は必ずしも効率的な手法でないことが予想され、加えて、弱操作変数の問題も懸念された。

## 2. 研究の目的

(1)非対称カーネル関数がノンパラメトリック推定・検定問題に対してどこまで応用可能かを吟味する。対象となる問題として、確率密度推定における新たなバイアス修正、及びモデル特定化に関する諸検定等を検討する。

(2)回帰モデルの説明変数の一部を別のデータセットからノンパラメトリックなやり方で補完した後に一致推定する方法を開発する。

上記(1)(2)とも経済実証分析への応用を念頭に置いており、各課題について実際のデータを用いた数値例を提示する。このように利用者側の利便を考慮に入れた形で未解決問題に回答を与えることも本研究の目的であり、各研究成果を直ちに労働経済学・公共経済学・ファイナンス等の分野での実証分析に応用できるという点でも意義があると考えられる。

## 3. 研究の方法

(1)まず、非対称カーネル関数に関する研究方法の詳細を紹介する。

- a. 研究代表者と研究分担者が共同で提案した一般化ガンマ・カーネルを適合度検定、特に分布の対称性検定に応用する。対称分布に確率密度関数が存在する場合、その確率密度関数を対称軸で折り返すと軸の左右部分が丁度重なる。従って、具体的な検定方法は、対称軸の右側と（符号を逆転した）左側の二標本の密度関数に対する適合度検定となる。各標本の分布の台には境界が存在するため、非対称カーネル関数を用いて各々の確率密度関数を推定し、それらの「近さ」を測る検定統計量を構築する。
- b. ガンマ・カーネルを用いて、非負の値をとる標本に対する回帰不連続デザインの妥当性を検定する。検定の方法は以下の通りである。非負の台を持つ分布の確率密度関数上のある点  $c (> 0)$  で不連続が疑われるとする。そこで、 $c$  の前後でガンマ・カーネルを二つに切断し、 $c$  の左右部分を各々標準化した二種類のカーネル関数を構築する。これらを用いて  $c$  の左側・右側極限における確率密度を各々推定し、二つの密度推定値の差を標準化したものを検定統計量とする。
- c. 非対称カーネル関数を用いた確率密度推定に関する乗法的バイアス修正法は、第一段階で密度関数をパラメトリックに特定しその最尤推定値を利用する場合と、ノンパラメトリック密度推定値から開始する場合とに大別される。これら二つのアプローチを組合せて、新たなセミパラメトリック確率密度推定量を構築する。
- d. 非対称カーネル関数を利用した回帰推定の統計的特性に関する研究は少ない。その内容も Nadaraya-Watson 推定量、局所線形推定量を始めとする標準的なノンパラメトリック回帰推定が中心であり、バイアス修正に関する研究は皆無である。そこで、局所線形推定のバイアス特性を改善する推定法を検討する。
- e. 原点对称カーネル関数による平滑化に関する教科書・解説書はこれまでに数多く出版されているものの、非対称カーネル関数を取り扱う書籍はこれまで存在しなかった。後者は最近 20 年程度の話題であり、その研究は未だ発展途上である。しかしながら、現段階の研究のまとめとして、経済・ファイナンスに関する推定・検定諸問題への非対称カーネル関数の応用を主題とするモノグラフを執筆する。

(2)次に、データ接合を伴う回帰モデル推定に関する研究の詳細を紹介する。

- a. 匿名ミクロ経済データを利用して線形回帰モデル

$$Y = \beta_0 + X_1'\beta_1 + X_2'\beta_2 + X_3'\beta_3 + u := X'\beta + u \quad \dots\dots\dots (*)$$

を推定する際、手持ち (= 一つ目) のデータセット  $s_1$  が  $(Y, X_1, X_3)$  のみからなる (= 説明変数  $X_2$  が  $s_1$  にない) 状況を想定する。 $s_1$  に含まれない  $X_2$  の一例は前述の能力を表す変数である。 $X_2$  を省略することなく回帰モデル(\*)全体を推定するには、 $X_2$  を含む二つ目のデータセット  $s_2$  を  $s_1$  と組み合わせる必要が生じる。特に、 $s_2$  が  $(X_2, X_3)$  からなる (=  $s_1$  にない変数及び  $s_1$  と共通な変数の双方を含む) との前提で、 $X_3$  に関する最近傍法により  $s_1$  と  $s_2$  のデータ接合を行う場合の回帰推定理論を導出する。

- b. データ接合の方法は必ずしも最近傍法に限定されない。そこで、最近傍法によらない回帰モデル(\*)の推定理論も構築する。

なお、上記 (1) (2) それぞれの課題について、提案される推定量・検定統計量の大標本理論 (例：一致性、収束速度、極限分布) を導出し、さらに、モンテ・カルロ実験を通してそれらの小標本特性を確認する。加えて、経済データへの応用例も紹介する。

#### 4. 研究成果

(1)非対称カーネル関数に関する研究：

- a. 一般化ガンマ・カーネルを用いた分布の対称性に関する検定統計量の漸近正規性及び検定の一致性を証明した。また、この検定に特化した平滑化パラメータの選択法も提案した。この平滑化パラメータを実装した検定統計量の小標本特性は良好で、原点对称カーネル関数を用いた検定統計量ではしばしば必要となるブートストラップ法等によるサイズ修正が不要である点も確認できた。これらの成果は雑誌論文 として刊行された。
- b. 回帰不連続デザインの妥当性に関する検定統計量を構築するにあたり、不連続が疑われる点  $c$  の左右 2 つの密度推定量は通常のガンマ・カーネル推定量に比べてバイアス特性が劣ることが示される。これは対象となる点の片側のみで平滑化が行われることに由来する。そこで、検定統計量を構築する際、各密度推定値にバイアス修正を行った。こうして得られた検定統計量の漸近正規性及び不連続点の存在を前提とする密度関数全体の推定理論を導出した。これら漸近的特性の導出には不完全ガンマ関数の漸近展開が広く応用されている。また、この検定に特化した平滑化パラメータの選択法も提案し、この平滑化パラメータを実装した検定統計量の小標本特性が良好である点も確認した。さらに、回帰不連続デザインの実証研究でしばしば利用されるイスラエルの小学校のクラス分けに関するデータに対し、この検定を応用した。これらの成果は雑誌論文 として刊行された。
- c. 非対称カーネル関数を用いた新たなセミパラメトリック確率密度推定量は、パラメトリックなモデルの最尤推定値に対し二回乗法バイアス修正を行って得られる。この推定量は理

論上優れたバイアス特性を持つものの、その小標本特性は競合する密度推定量に比して著しく良好と確認できなかった。そこで、どのような場合にこの推定量を選択すべきかを示すガイドラインを与えた。このガイドラインは、標準化した密度推定値のプロットを目視点検した結果に基づく。これらの成果は雑誌論文として刊行された。

- d. ガンマ・カーネル及びベータ・カーネルを用いた局所線形回帰推定と skewing method を組み合わせると、回帰推定量のバイアス特性を改善できることを証明した。この推定量の小標本特性は局所線形推定量・局所立方推定量双方に比して良好であることもわかった。これらの成果をまとめた論文は現在英文査読誌で審査中である。
- e. 非対称カーネル関数に関する研究成果の暫定的なまとめとして、図書 を執筆・出版した。本書には、非対称カーネル関数の定義、確率密度推定、確率密度推定に対するバイアス修正、ノンパラメトリック回帰推定、仮説検定、実データに基づく数値例など多数の話題を収録した。

(2) データ接合を伴う回帰モデル推定に関する研究：

- a. まず、最近傍法により接合したデータを用いて線形回帰モデル(\*)を最小二乗推定する場合、一般に、回帰係数 $\beta$ の最小二乗推定量は一致性を持たないことを証明した。最近傍法により補完した説明変数は計測誤差を持つため、(\*)を最小二乗推定する際減衰バイアスが発生する。これが不一致性の原因である。計測誤差を含むモデルを一致推定するには通常厳しい識別条件を必要とするが、本研究の条件下では二つ目のデータセット $s_2$ を反復計測と見做してよく、この場合追加的識別条件を課すことなく $\beta$ の一致推定を行うことが可能となる。そこで、減衰バイアスのセミパラメトリック推定を伴う二種類のバイアス修正推定量を提案し、 $X_3$ の次元が3を超えない場合に限りこれらは共にパラメトリック収束することを示した。これらの成果は雑誌論文として刊行された。
- b. 雑誌論文 では最近傍法の利用を前提として二標本回帰モデルの一致推定を試みたが、説明変数を補完する方法は最近傍法に限定されない。特に、同論文で提案するバイアス修正推定量の漸近分散には減衰バイアス推定値の分散が含まれており、この推定量の標準誤差は大きくなりがちである。そこで、より精度の高い二標本推定方法の一つとして、共通変数 $X_3$ が与えられたときの $X_2$ の条件付期待値  $g_2(X_3) := E(X_2|X_3)$  の一致推定量を補完して線形回帰モデル(\*)を最小二乗推定する方法を検討した。なお、 $g_2(X_3)$  の推定量としてカーネル回帰推定量を考える。この二標本推定量と上述のバイアス修正推定量の有効性を直接比較することは困難であるが、前者は後者より一般に高い精度を持つことがモンテ・カルロ実験を通してわかった。また、研究の途上で、ベータ・カーネルを用いる $g_2(X_3)$  のノンパラメトリック回帰推定量の一致収束及びその収束速度に関する文献が皆無であることもわかった。そこで、新たな二標本推定法に関する論文、及びベータ・カーネル推定量の一致収束に関する論文を同時に執筆した。これらはいずれも近日中に英文査読誌へ投稿する予定である。

(3) その他：

決定的トレンド項を持つ汎関数係数共和分モデルのカーネル推定を扱う論文、及びノンパラメトリック長期共分散行列推定と資産価格モデルとの関連を扱う論文 は、いずれも本研究期間以前に研究に着手したものの、本研究期間内に内容を改訂し刊行に至った。各論文ではノンパラメトリック法が応用され、経済・ファイナンスの実データも使用しており、内容的に本研究の主要課題と関連が深い点を付記しておく。

5. 主な発表論文等 ( 研究代表者には\_\_\_\_、研究分担者には\_\_\_\_を付してある )

[ 雑誌論文 ] ( 計 6 件 )

Masayuki Hirukawa and Mari Sakudo: “Another Bias Correction for Asymmetric Kernel Density Estimation with a Parametric Start,” *Statistics & Probability Letters*, Volume 145, February 2019, pp.158-165. ( 査読有 )

DOI: 10.1016/j.spl.2018.09.002

Benedikt Funke and Masayuki Hirukawa: “Nonparametric Estimation and Testing on Discontinuity of Positive Supported Densities: A Kernel Truncation Approach,” *Econometrics and Statistics*, Volume 9, January 2019, pp.156-170. ( 査読有 )

DOI: 10.1016/j.ecosta.2017.07.006

Masayuki Hirukawa and Mari Sakudo: “Functional-Coefficient Cointegration Models in the Presence of Deterministic Trends,” *Econometric Reviews*, Volume 37, Issue 5, May 2018, pp.507-533. ( 査読有 )

有)

DOI: 10.1080/07474938.2015.1092845

Masayuki Hirukawa and Artem Prokhorov: “Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data,” *Journal of Econometrics*, Volume 203, Issue 2, April 2018, pp.344-358. (査読有)

DOI: 10.1016/j.jeconom.2017.07.006

Masayuki Hirukawa and Mari Sakudo: “Testing Symmetry of Unknown Densities via Smoothing with the Generalized Gamma Kernels,” *Econometrics*, Volume 4, Issue 2, June 2016, Article No. 28. (査読有)

DOI: 10.3390/econometrics4020028

Masayuki Hirukawa and Jiro Hodoshima: “Reexamination of the Robustness of the Fama-French Three-Factor Model,” *Far East Journal of Theoretical Statistics*, Volume 52, Issue 3, May 2016, pp.215-234. (査読有)

DOI: 10.17654/TS052030215

〔学会発表〕(計 17 件；セミナー発表 4 件を含む)【氏名の漢字・ローマ字表記はそれぞれ日本語・英語による講演を示す】

Masayuki Hirukawa: “Bias Correction for Local Linear Regression Estimation Using Asymmetric Kernels via the Skewing Method,” 5th Joint Statistical Meeting of the Deutsche Arbeitsgemeinschaft Statistik (DAGStat 2019), Munich, Germany, 2019 年 3 月.

Masayuki Hirukawa: “Bias Correction for Local Linear Regression Estimation Using Asymmetric Kernels via the Skewing Method,” 11th International Conference of the ERCIM Working Group on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2018), Pisa, Italy, 2018年12月. (招待講演)

作道真理: “Another Bias Correction for Asymmetric Kernel Density Estimation with a Parametric Start,” 日本経済学会秋季大会, 学習院大学, 2018年9月.

Masayuki Hirukawa: “Yet Another Look at Omitted Variable Bias: Two-Sample Alternatives to Using Instruments,” 11th International Conference on Computational and Financial Econometrics (CFE 2017), London, UK, 2017年12月. (招待講演)

Masayuki Hirukawa: “Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data,” 4th Conference of the International Association for Applied Econometrics, 札幌市, 2017年6月.

Masayuki Hirukawa: “Two-Sample Estimation of Varying Coefficient Models via Nearest Neighbor Matching,” 1st International Conference on *Econometrics and Statistics* (EcoSta 2017), Hong Kong, 2017年6月.

蛭川雅之: “Nonparametric Estimation and Testing on Discontinuity of Positive Supported Densities: A Kernel Truncation Approach,” 研究集会「第18回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」慶應義塾大学, 2017年3月. (招待講演)

作道真理: “Another Bias Correction for Asymmetric Kernel Density Estimation with a Parametric Start,” 研究集会「第18回ノンパラメトリック統計解析とベイズ統計」慶應義塾大学, 2017年3月. (招待講演)

蛭川雅之: “Nonparametric Estimation and Testing on Discontinuity of Positive Supported Densities: A Kernel Truncation Approach,” シンポジウム「統計科学の現代的課題」金沢大学, 2017年1月.

Masayuki Hirukawa: “Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data,” 10th

International Conference on Computational and Financial Econometrics (CFE 2016), Seville, Spain, 2016年12月. (招待講演)

蛭川雅之: “Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data,” 東京大学経済学研究科応用統計ワークショップ, 2016年10月. (招待講演)

Masayuki Hirukawa: “Testing Symmetry of Unknown Densities via Smoothing with the Generalized Gamma Kernels,” Asian Meeting of the Econometric Society 2016, 同志社大学, 2016年8月.

Masayuki Hirukawa: “Testing Symmetry of Unknown Densities via Smoothing with the Generalized Gamma Kernels,” 4th Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, Hong Kong, 2016年6月. (招待講演)

Masayuki Hirukawa: “Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data,” CORE@50 Conference, Louvain-la-Neuve, Belgium, 2016年5月.

作道真理: “Testing Symmetry of Unknown Densities via Smoothing with the Generalized Gamma Kernels,” 一橋大学経済学研究科経済統計ワークショップ, 2016年5月. (招待講演)

作道真理: “Testing Symmetry of Unknown Densities via Smoothing with the Generalized Gamma Kernels,” 日本政策投資銀行設備投資研究所フリートーキング, 2016年3月. (招待講演)

蛭川雅之: “Consistent Estimation of Linear Regression Models Using Matched Data,” 日本政策投資銀行設備投資研究所アカデミックセミナー, 2015年5月. (招待講演)

〔図書〕(計1件)

Masayuki Hirukawa: *Asymmetric Kernel Smoothing: Theory and Applications in Economics and Finance*, JSS Research Series in Statistics, 2018, Singapore: Springer, ISBN: 978-981-10-5465-5.

〔産業財産権〕(該当なし)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.econ.ryukoku.ac.jp/~hirukawa/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

氏名(ローマ字): 蛭川 雅之 (HIRUKAWA, Masayuki)

所属研究機関名・部局名・職名: 龍谷大学・経済学部・教授

研究者番号: 10597628

### (2) 研究分担者

氏名(ローマ字): 作道 真理 (SAKUDO, Mari)

所属研究機関名・部局名・職名: 一般財団法人日本経済研究所・調査局・研究員

研究者番号: 70748954

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。