

令和 2 年 5 月 18 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15K03544

研究課題名(和文) 多期間・多資産モデルにおけるモデルリスク管理方法の研究

研究課題名(英文) Study on model risk management method in multi-period and multi-asset models

研究代表者

松本 浩一 (Matsumoto, Koichi)

九州大学・経済学研究院・教授

研究者番号：30380687

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：金融機関は、多様な資産を抱えており、これらの資産変動を表現する数理モデルが、リスク管理に必要な不可欠な道具となっている。しかし、現実を完全に表現する数理モデルは存在しないため、金融機関は潜在的に現実とモデルが乖離するリスク(モデルリスク)を抱えている。本研究では、多期間・多資産モデルに内在するモデルリスクを前提として、デリバティブのリスク管理の研究を行った。ヘッジ誤差の最小化を考え、頑健なリスクヘッジ戦略を導出した。さらに多資産、多期間モデルの場合、一資産一期間モデルと比較して計算が膨大となることから、計算効率性を重視して理論と実用性のバランスのとれたリスク管理方法の研究を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

数理モデルの急速な複雑化に伴い、金融機関の抱えるモデルリスクは急激に増大しており、近年の金融危機の要因の1つはモデルリスク顕在化と捉えることができる。規制監督当局はモデルリスク管理の重要性を認識し始めているが、モデルリスク管理の理論研究は発展段階であり、実務の要請に応じられる理論や金融技術は確立していない。多資産、多期間のデリバティブのモデルリスク管理方法の研究によって、金融市場の潜在的モデルリスクを明らかにすることができると考えられる。私はこれらの研究を通じて、世界経済の安定的成長に貢献することで、社会全体の発展に貢献したいと考えている。

研究成果の概要(英文)：Financial institutions have various assets and Mathematical models represent the asset fluctuations and they are essential tools for risk management. However, there is no mathematical model that completely represents the real market. Therefore, financial institutions have a potential risk of the uncertain model. We call it the model risk. In this study, the risk management of derivatives is studied under the assumption that the model risk exists in a multi-period and multi-asset model. We study the minimization of the hedging error and give the robust hedging strategy. Furthermore, when the model is a multi-asset or multi-period model, the amount of calculation is much larger than that of a one-asset and one-period model. We consider the feasibility of the numerical calculation and show a risk management method with a good balance between theory and practicality.

研究分野：数理ファイナンス

キーワード：モデルリスク 数理ファイナンス 金融工学 リスク管理 デリバティブ

1. 研究開始当初の背景

金融機関は、株式、為替、社債など多様な資産を抱えており、これらの資産変動を表現する数理モデルが、リスク管理に必要不可欠な道具となっている。しかし、現実を完全に表現する数理モデルは存在しないため、金融機関は潜在的に現実とモデルが乖離するリスクを抱えている。本研究では、このリスクをモデルリスクと呼ぶ。

金融市場の発展に伴い、金融商品は急速に複雑化している。金融商品のリスク管理のために数理モデルも複雑化し、金融機関の抱えるモデルリスクは急激に増大している。近年の金融危機の要因の1つは、モデルリスク顕在化と捉えることができる。規制監督当局はモデルリスク管理の重要性を認識し始めているが、モデルリスク管理の理論研究は発展段階であり、実務の要請に応じられる理論や金融技術は確立していない。モデルリスク管理の研究は、数理ファイナンスにおける最も重要な研究課題の1つと考えられる。

2. 研究の目的

本研究の目的は、多期間・多資産モデルに内在するモデルリスクを解析し、モデルリスク管理の理論的土台を構築することである。金融市場で取引される商品の大部分は、多資産や多期間モデルで評価されることから、多資産・多期間モデルに関係する金融商品のモデルリスク管理方法の研究によって、金融市場の潜在的モデルリスクを明らかにすることができると考えられる。私は、この研究を通じて世界経済の安定的成長に貢献することで、社会全体の発展に貢献したいと考えている。

3. 研究の方法

(1) モデルリスクの伴うデリバティブのリスクヘッジ方法の研究

デリバティブのリスクヘッジを行う場合、資産変動を表現する数理モデルを特定してリスクヘッジ戦略を立案する必要がある。しかし、モデルリスクが存在する場合、モデルを一意に特定することが困難または不可能となるため、完全なリスクヘッジを前提とした古典的な価格付け理論やリスクヘッジ戦略を適用することは困難となる。したがって、デリバティブのリスクヘッジに伴うヘッジ誤差を数量化し、ヘッジ誤差を前提にリスクヘッジ戦略を立案する必要がある。モデルリスクを前提として、ヘッジ誤差の最小化を基準としたリスクヘッジ戦略の研究を行う。

(2) 多資産デリバティブのモデルリスク管理方法の研究

複数の金融資産に関係するデリバティブのリスク管理を行う場合、単一資産のデリバティブと比較して、資産数が増加するだけでなく、資産の関係性を考慮する必要があるため、モデルが複雑化する。モデルのパラメータ数は増大し、モデルリスクが大きくなると想定される。また、数値計算量が増大し、実用的な数値計算方法の確立が重要となる。単一資産のデリバティブのリスクヘッジ管理方法を拡張することにより、多資産のデリバティブのリスク管理方法の構築を目指す。

(3) 多期間モデルを用いたデリバティブのモデルリスク管理方法の研究

多期間のリスクヘッジを行う場合、静的リスクヘッジ戦略と動的リスクヘッジ戦略の2種類のリスクヘッジ戦略が考えられる。静的リスクヘッジ戦略の場合、問題は実質的に1期間リスク管理問題と考えることができるが、動的リスクヘッジ戦略を行う場合、問題は多期間リスク管理問題となり、資産の組み換えを考慮する必要がある。しかし、1期間モデルの単純な多期間化は計算量が膨大となり、実用的にリスク管理が困難となる。動的計画法を用いて、計算効率性を重視したリスク管理方法の研究を行うことにより、理論と実用性のバランスのとれたリスク管理方法の構築を目指す。

4. 研究成果

(1) モデルリスクの伴うデリバティブリスクヘッジ方法の研究

市場に複数の重要なモデル(基本モデル)が存在することを前提として、真のモデルは基本モデルの加重平均で表現できると仮定してモデルリスクがある市場を表現した。ヘッジ誤差の二乗期待値を基準に最小ヘッジ誤差、最適リスクヘッジ戦略を定義し、単一資産デリバティブのリスクヘッジ戦略の研究を行った。研究成果は国際会議(QMF2017)で公表した。また、研究成果を論文("Mean-variance hedging with model risk," International Journal of Financial Engineering)としてまとめ、国際学術誌に公刊した。主な研究成果は以下の通りである。

最小ヘッジ誤差は有限であり、最適リスクヘッジ戦略が一意に存在することを示した。

ヘッジ誤差が最大となる最悪モデルが存在することを示した。

最悪モデルは一意とは限らないが、すべての最悪モデルにおいて、最良のリスクヘッジ戦略は一致することを示した。

最悪モデルにおける最良のリスクヘッジ戦略は、最適リスクヘッジ戦略と一致することを示した。

最悪モデルにおける平均二乗ヘッジ誤差は、最小ヘッジ誤差と一致することを示した。

最適なリスクヘッジ戦略は、単一の最悪モデルから解析的に数値計算することができることを示した。

最悪モデルは代数的方法で数値的に特定することが可能であることを示した。

最適なリスクヘッジ戦略は、資産やデリバティブの条件と複雑に関係するため、単純な表現は困難であるが、効率的に数値計算することが可能であることを示した。

(2) 多資産デリバティブのモデルリスク管理方法の研究

A. 優ヘッジ戦略

優ヘッジ戦略は、リスクを完全に削減し、損失を完全に回避できる理想的なリスクヘッジ戦略である。二資産デリバティブとそのポートフォリオにおける優ヘッジ戦略を利用したモデルリスク計量化手法に関する研究成果を国際会議 (The 47th ISCTE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications) で発表し、研究成果を論文 ("Model Risk of two Assets Derivatives," Proceedings of the 47th ISCTE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications) として国際会議議事録で公刊した。主な研究成果は以下の通りである。

想定したすべてのモデルに有効なデリバティブリスクヘッジ戦略及びリスクヘッジ費用の導出方法を示した。

デリバティブ保有者にとって最悪な場合に対応するモデルの導出方法を示した。

動的計画法に基づくリスク計量方法を示した。

数値計算の観点から連続モデルと離散モデルを比較し、二資産デリバティブのモデルリスク計量における離散モデルの有効性を確認した。

多資産デリバティブにおけるモデルリスク管理の重要性を確認した。

B. 平均分散ヘッジ戦略

優ヘッジ戦略は、リスクを完全に排除することが可能だが、費用が高額となるため、実務的に採用することが困難な戦略である。現実的な費用でリスクヘッジを行うためには、一定のリスクを許容する必要がある。ヘッジ誤差の発生を許容し、二乗期待値を尺度として採用した。ヘッジ誤差を最小化する静的リスクヘッジ戦略を最適リスクヘッジ戦略とし、二資産のデリバティブのモデルリスクの管理方法の研究を行った。研究成果を論文 ("Hedging Derivatives on Two Assets with Model Risk," Asia-Pacific Financial Markets) としてまとめ、国際学術誌に発表した。主な研究成果は以下の通りである。

単一資産のデリバティブの最適戦略導出方法を拡張し、多資産デリバティブの最適リスクヘッジ戦略は導出可能であることを示した。

二資産のデリバティブの最適リスクヘッジ戦略の計算は、四次以下の方程式の解の導出に帰着させることができることを示した。

二資産の価格変動の相関係数にモデルリスクが存在する場合、最適リスクヘッジ戦略の解析式による導出は困難となるが、代数的方法による数値計算が可能であることを示した。また、数値分析を行い、その特徴を明らかにした。

(3) 多期間モデルを用いたデリバティブのモデルリスク管理方法の研究

デリバティブのヘッジ誤差の二乗期待値を尺度として、全リスク最小化と局所リスク最小化を基準としたリスク管理方法の研究を行った。モデルリスク管理の研究で先行する欧州にて意見交換、情報収集を行い、研究成果の一部を Finance and Stochastics Seminar (Imperial College London) にて発表した。主な研究成果は下記の通りである。

全リスク最小化は、長期的視点でリスクを最小化できるが、計算量が大きくなる。

局所リスク最小化は、動的計画法を用いた数値計算が可能であり、理論と実用性のバランスのとれたリスク管理方法である。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 4件／うち国際共著 0件／うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Koichi Matsumoto, Keita Shimizu	4. 巻 27, 1
2. 論文標題 Hedging Derivatives on Two Assets with Model Risk	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Asia-Pacific Financial Markets	6. 最初と最後の頁 83-95
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s10690-019-09283-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Koichi Matsumoto	4. 巻 34
2. 論文標題 Partial super-hedging of derivatives with model risk	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 811～831
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s13160-017-0267-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Koichi Matsumoto	4. 巻 4
2. 論文標題 Mean-variance hedging with model risk	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Journal of Financial Engineering	6. 最初と最後の頁 1750042(1～23)
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/s2424786317500426	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Maki Ichikawa, Koichi Matsumoto	4. 巻 1
2. 論文標題 Model Risk of two Assets Derivatives	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Proceedings of the 47th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications	6. 最初と最後の頁 144-153
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 4件）

1. 発表者名 Koichi Matsumoto, Mark Davis, Seiya Goto
2. 発表標題 Hedging Derivatives with Recalibration and Model Risk in a Multi-period Framework
3. 学会等名 Finance and Stochastics Seminar (Imperial College London)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Keita Shimizu, Koichi Matsumoto
2. 発表標題 モデルリスクを考慮した二資産デリバティブのヘッジに関する研究
3. 学会等名 第48回日本金融・証券計量・工学学会（JAFEE）大会（2017年度冬季）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Koichi Matsumoto, Keita Shimizu
2. 発表標題 Mean-Variance Hedging of Two-Asset Derivatives with Model Risk
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance Conference (QMF) 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Koichi Matsumoto
2. 発表標題 Optimal Hedging Strategy in an Uncertain Model
3. 学会等名 Winter Workshop on Operations Research (WWOR), Finance and Mathematics 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Koichi Matsumoto
2. 発表標題 Mean-Variance Hedging with Model Risk
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance Conference (QMF) 2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Koichi Matsumoto, Maki Ichikawa
2. 発表標題 Model Risk of two Assets Derivatives
3. 学会等名 The 47th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications (SSS '15) (国際学会)
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考