

平成 30 年 6 月 11 日現在

機関番号：32621

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04761

研究課題名(和文)ヘビサイド関数のみを拡充したXFEMの非線形構造解析への適用

研究課題名(英文)Application of XFEM using only Heaviside step function to nonlinear structural analyses

研究代表者

長嶋 利夫(NAGASHIMA, Toshio)

上智大学・理工学部・教授

研究者番号：10338436

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：ヘビサイド関数のみを拡充した拡張有限要素法(XFEM)を非線形構造解析に適用した。有限要素法解析で用いられている三次元8節点六面体要素および三次元6節点五面体要素における不連続領域に対して、ヘビサイド関数だけを拡充したXFEMの定式化を実施したのち、プログラム実装を行った。提案手法を用いてき裂つき平板の弾塑性解析および結合力モデルを用いた円孔つきCFRP積層板の損傷進展解析を実施し、解析手法の妥当性、有効性を実証した。

研究成果の概要(英文)：The extended finite element method (XFEM) using only Heaviside step function to model discontinuity of displacement field was applied to nonlinear structural analyses. Both three-dimensional 8-node hexahedral and 6-node pentahedral solid finite elements enriched with only Heaviside step function were formulated and the proposed method was implemented to the analysis software. The method was validated through elastic plastic analyses of a cracked metallic plate under uniform tensile load and damage propagation analyses of a CFRP specimen with an open hole under tension load.

研究分野：総合理工, 計算科学

キーワード：計算力学

1. 研究開始当初の背景

構造物の健全性評価のための応力解析に有限要素法(Finite Element Method: FEM)が広く用いられている。既存の解析システムにおいては、三次元 CAD で構造物の形状を定義し、自動要素分割技術を用いて有限要素モデルを生成することによって容易に応力解析を行うことができるようになってきている。しかしながら、構造物に発生する複雑な形状を有するき裂に対しては、CAD による形状定義は依然として困難であり、き裂形状を考慮した FEM モデルの作成には多大な労力と時間を要しているのが実状である。

一方、最近、FEM に基づく応力解析の枠組みを拡張し、損傷や欠陥などに起因する変位場の不連続性を有限要素メッシュと独立に内挿関数で直接表現する拡張有限要素法(the eXtended Finite Element Method: XFEM)と称される解析手法が提案されている。XFEM は、FEM 解析技術を基盤とした PU (Partition of Unity)法の一つであり、またメッシュを使わない解析手法(メッシュフリー解析法)の一種にも分類できる。

XFEM を用いることにより、構造物内部の欠陥や損傷のモデル化を、従来の FEM と比較して格段に容易に行うことが可能となる。図1に半だ円形状のき裂を有する配管構造の応力解析のための FEM と XFEM モデルを示す。このような単純なき裂形状に対しても FEM では複雑なメッシュ分割が必要となるのに対して、XFEM ではき裂前縁形状を有限要素メッシュと独立に表現できる。

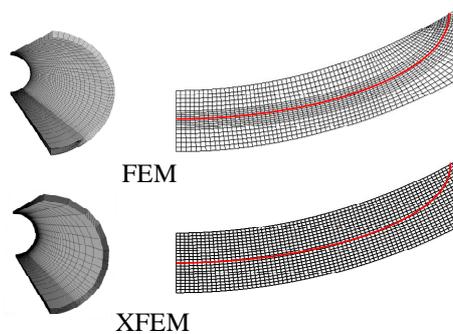


図1 き裂のモデル化

XFEM においては構造物における変位場  $u^h$  を次式のように近似する。

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I(\mathbf{x})(u_I + a_I f(\mathbf{x}))$$

ここに、 $N_I$  は通常の FEM で用いられる節点  $I$  に関する内挿関数、 $f(\mathbf{x})$  は局所的に導入される関数であり拡張関数と呼ばれる。また、 $u_I$ 、 $a_I$  はそれぞれ通常の内挿関数および拡張された内挿関数についての節点自由度である。事前に解の特性を表す関数が既知であれば、その関数を拡張関数として用いることができる。

これまで XFEM によるき裂解析についての研究論文は多数発表されているが、XFEM を様々な実機解析での利用に耐える汎用的な方法とするためには、解析手法の信頼性を向上させる必要がある。そのためには、構造解析で扱われる様々な材料モデルや非線形性に適合した拡張関数を用いる必要がある。しかしながら、現段階では、問題毎に適切な拡張関数を選択的に用いたり、問題と適合しない拡張関数が用いられている場合がある。また、漸近解基底を拡張させると PU 条件を満足しない要素(いわゆるブレンディング要素)が生じ、解の収束性に悪影響を及ぼすことが指摘されている。このような問題に対して研究代表者らは、ヘビサイド関数だけを拡張関数として用いた XFEM について検討し始めており、すでに二次元線形弾性問題について定式化、プログラム実装、検証解析を終え、論文として公表している。

2. 研究の目的

本研究では、ヘビサイド関数だけを拡張関数として用いた XFEM を三次元問題、材料非線形性や幾何学的非線形性を考慮した構造解析へ適用することを試みる。

3. 研究の方法

本研究では、非線形 XFEM 解析の実用化に向けて、ヘビサイド関数だけを拡張する方法を用いた定式化およびプログラム実装を行い、その妥当性を実証する。具体的には

- (1) 三次元五面体要素、六面体要素に関する、き裂前縁を要素内に含む要素(き裂先端要素)の定式化を行う。
- (2) 材料非線形問題における体積ロッキングの回避方法を開発する。
- (3) ヘビサイド関数のみでモデル化した不連続面に結合力モデルを導入する方法を開発する。

4. 研究成果

(1) 解析手法

レベルセット法による形状表現

本研究における XFEM 解析においては、レベルセット法を用いてき裂形状を陰的に表現する。すなわち、図2に示すように、き裂面に関する符号付き距離関数  $\phi$  とき裂前縁に関する符号付距離関数  $\psi$  を要素の節点で計算する。

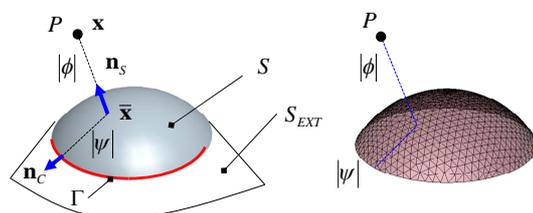


図2 レベルセット法によるき裂のモデル化

### 要素の分類

8 節点六面体一次要素を用いる場合，ひとつの要素を構成する八つの節点において計算される  $\phi, \psi$  の値を用いて要素を分類する．本研究で扱うき裂は，き裂面が必ず要素の境界面と一致する場合に限定することにする．この場合，き裂面による要素切断面は四角形となる．さらに，この四角形の頂点における関数  $\psi$  の値を正，負あるいはゼロの 3 階層に分類し，このような四角形を 15 通りのパターンに分ける．すなわち四つの切断点での  $\psi$  の値の組み合わせによって，切断要素 (CUT 要素)，き裂先端要素 (TIP 要素)，およびリガメント要素 (LIGAMENT 要素) に分類する．

### 節点の拡充および要素の分割

前述のような分類にしたがって，要素構成節点を拡充し，必要であれば要素を複数の五面体に分割する．ここでは一例として図 3 に TIP 要素の一つであるパターン P3N1 の節点の拡充と要素の分割例を示す．図 3(a) は，漸近解基底を拡充した場合，図 3(b) は，ヘビサイド関数を拡充した場合である． $\psi$  が負である節点 1 を拡充節点とし，A, B は  $\psi=0$  となる点であるが，要素における自然座標  $r_1, r_2$  が A, B と同じになるように C, D を設ける．き裂面を含む一つの五面体 M1 (1AB-5CD) と，き裂面を含まない三つの五面体 P1 (34B-78D), P2 (3BA-7DC), P3 (23A-67C) に分割する．

### 近似関数

TIP 要素の拡充関数として，漸近解基底とヘビサイド関数が選択可能である．漸近解基底を拡充する場合には，変位場  $u^h$  を次式で近似する．

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^8 N_I^{HEXA}(\mathbf{x}) u_I + \sum_{I=1}^4 N_I^{HEXA}(\mathbf{x}) \sum_{k=1}^4 \gamma_k(\mathbf{x}) a_k^k$$

ここに  $N_I^{HEXA}$  は 8 節点六面体一次要素の内挿関数， $\gamma_k$  ( $k=1,2,3,4$ ) はき裂先端の変位場の漸近解基底， $u_I$  は通常の節点変位に関する自由度， $a_k^k$  は拡充節点に割り付けられる節点自由度ベクトルである．

一方，ヘビサイド関数を拡充する場合には，変位場  $u^h$  を次式で近似する．

$$u^h(\mathbf{x}) = \begin{cases} \sum_{I=1}^8 N_I^{HEXA}(\mathbf{x}) u_I + N_I^{PENTA\_M1}(\mathbf{x}) b_I & \text{for } \mathbf{x} \in M1 \\ \sum_{I=1}^8 N_I^{HEXA}(\mathbf{x}) u_I & \text{for } \mathbf{x} \in P1, P2, P3 \end{cases}$$

ここに  $N_I^{PENTA\_M1}$  は 6 節点五面体 M1 における一次要素の内挿関数， $b_I$  は拡充節点 I に割り付けられる節点自由度ベクトルである．

### 数値積分

要素剛性マトリクスや内力ベクトルを作成するための数値積分法としては，通常の要素や CUT 要素については，ガウスの 2 点積分公式が用いられる．TIP 要素については，

図 4 に示すように三角形要素の積分とガウス積分を組み合わせた方法が用いられる．

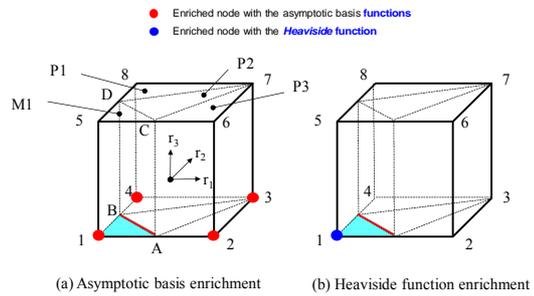


図 3 六面体 TIP 要素(P3N1)

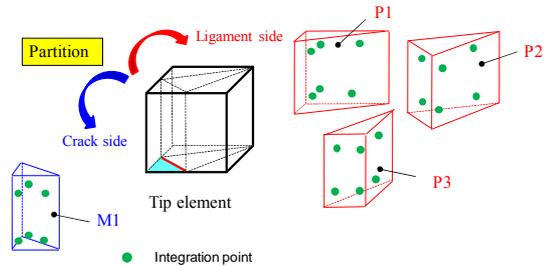


図 4 TIP 要素の分割領域の数値積分

### (2) 解析例

#### 表面き裂つき平板の停留き裂解析

図 5 に示すような一様引張り荷重を受ける半楕円き裂 (長さ 200 mm, 深さ 20 mm) を有する平板 (高さ 1000 mm, 幅 1000 mm, 厚さ 50 mm) の弾塑性停留き裂解析を実施する．材料のヤング率，ポアソン比を 207GPa, 0.3 とし，図 6 に示すような塑性ひずみと降伏応力の関係を多直線近似して与える．荷重を 500MPa まで 25MPa 毎に与え，最大開口変位およびき裂前縁における J 積分を領域積分法で評価する．対称性を考慮して 1/4 領域をモデル化する．図 7(a) に FEM 解析モデルを，図 7 (b) に XFEM 解析モデルを示す．XFEM 解析においては，漸近解基底を拡充したモデルとヘビサイド関数を拡充したモデルを用い，対称面上における拡充節点分布を図 8 (a)(b) に示す．

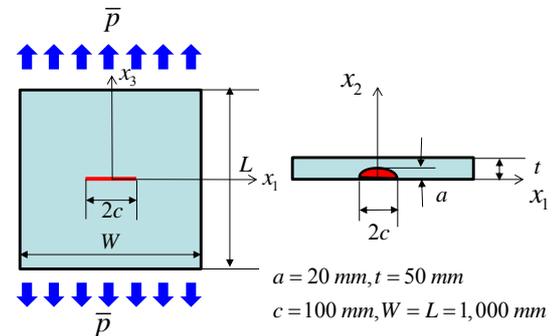


図 5 一様引張り荷重を受ける半だ円表面き裂つき平板

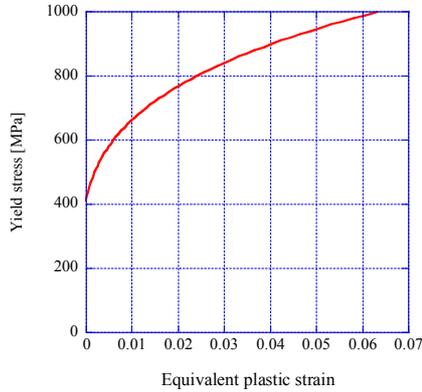
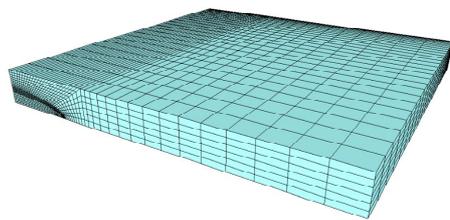
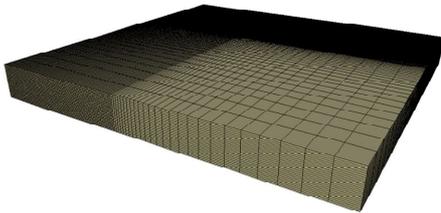


図 6 塑性ひずみと降伏応力との関係

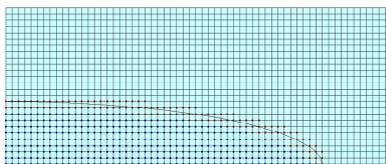


(a) FEM model

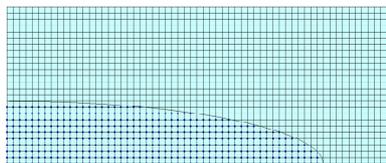


(b) XFEM model

図 7 有限要素モデル(1/4 モデル)



(a) XFEM (HA)



(b) XFEM (H)

● Enriched with asymptotic basis    ● Enriched with Heaviside function

図 8 拡充節点分布

き裂の最大開口変位(COD)について、通常の FEM、漸近解基底を拡充した XFEM(HA)、ヘビサイド関数だけを拡充した XFEM(H)により求め比較して図 9 に示す。FEM 解析は内

製コードでも実行可能であるが、ここでは商用コード Abaqus による結果を示した。三者 (XFEM(HA), XFEM(H), FEM) は、ほぼ同じ結果を与えている。一様分布荷重 50MPa, 250MPa, 500MPa を与えた場合の J 積分分布を比較して図 10 に示す。三者はよく一致した結果となっている。

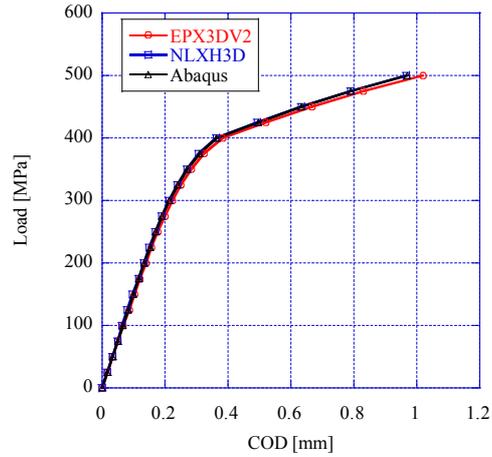


図 9 開口変位と荷重との関係

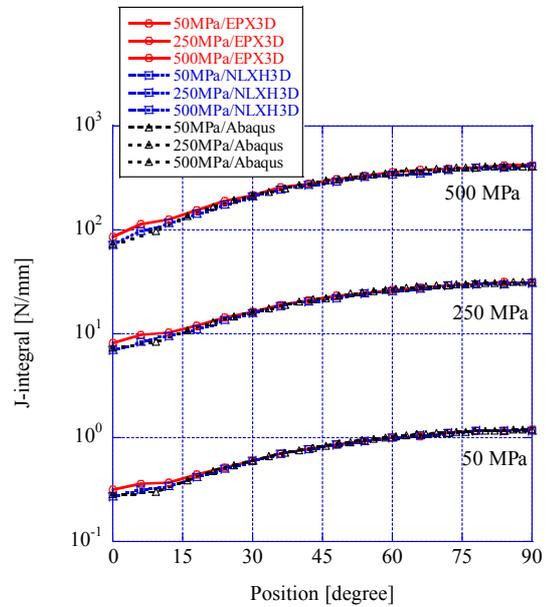


図 10 き裂前縁における J 積分分布

CFRP 積層板の OHT 試験片の損傷進展解析 図 11 に示すような長  $20d$ 、幅  $5d$ 、厚さ  $1, 2, 4$ mm、円孔直径  $d$  (3.175, 6.35, 12.7mm) である OHT 試験片 (積層構成 [45/90/-45/0]<sub>s</sub>) を対象とした損傷進展解析を実施する。試験片の一端を完全固定し、他端に長手方向への強制変位を与える。

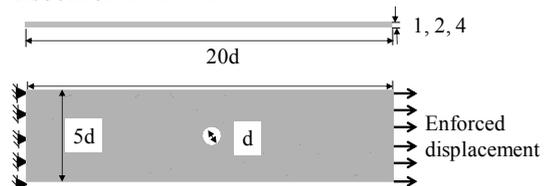


図 11 OHT 試験片

本解析においては、対称性を考慮した板厚方向 4 層の非構造モデル(総節点数: 134,688 総要素数:131,984)を用いる。図 12 に本解析で用いる有限要素モデルの円孔周辺の要素分割を示す。また XFEM を用いて、図 13 に示すようにあらかじめマトリクス割れを複数本モデル化する。解析に用いる単層板と結合力モデルの物性値を表 1 に示す。

本解析では静的陰解法を用い、端部を引張り方向に 0.01mm ずつ強制変位させる。このときの強制変位を与えている点での平均応力を実験値と比較する。ただし、板厚が 1mm の場合は、最大変位を 0.9525mm とし、板厚が 2mm と 4mm の場合、0.635mm とする。

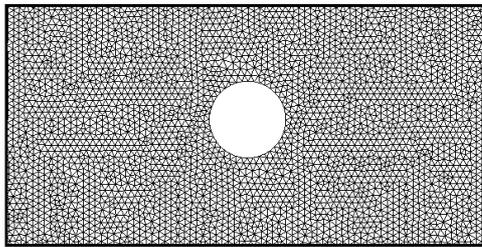


図 12 OHT 解析の有限要素モデル(詳細)

表 1 CFRP 積層材料の物性値

Laminate		Cohesive zone model	
EL [GPa]	161	GIC [N/mm]	0.2
ET [GPa]	11.38	Gc [N/mm]	1.00
GLT [GPa]	5.17	$\sigma_{Imax}$ [MPa]	60
GT [GPa]	3.98	$\sigma_{max}$ [MPa]	90
$\nu_{LT}$	0.32	k [N/mm <sup>3</sup> ]	$1.0 \times 10^6$
$\nu_{TT}$	0.436	$\alpha$	1.0
$\rho$ [Ns <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	$1.6 \times 10^{-9}$	c	0.01

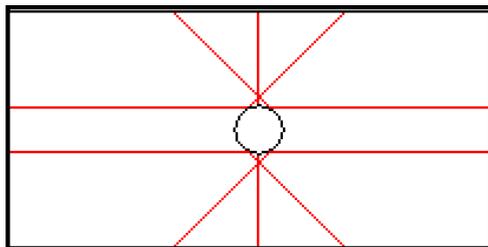


図 13 OHT 試験片のマトリクス割れのモデル

図 14 に直径 3.175mm、板厚 4mm の場合についての解析結果から得られた損傷進展状態を示す。LPD が 0.30mm (ひずみ 0.47%) 以降で一気に離れが全体へ広がっていることが分かる。つぎに、図 15 にひずみと平均応力の関係を示す。板厚 4mm の試験片の場合、LPD が 0.30mm(ひずみ 0.47%)の点で荷重低下が生じている。したがって、急速にはく離が広がることで荷重低下が起きると言える。また、図 16 に示すように得られた数値解と実験値を比較する

と、全ての解析ケースにおいて概ね良い整合が得られた。

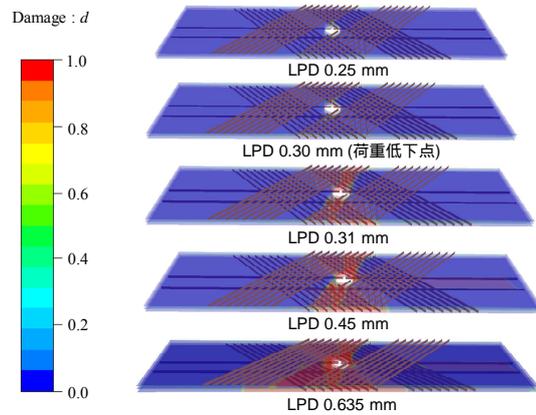


図 14 損傷進展状態 (t=4mm)

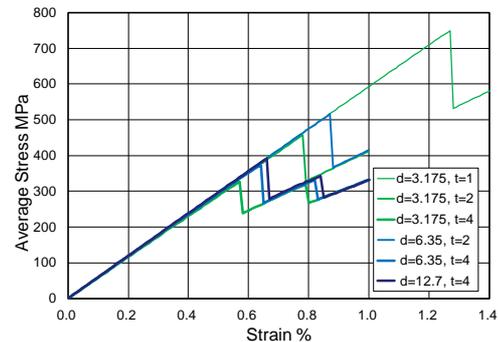


図 15 平均応力とひずみの関係

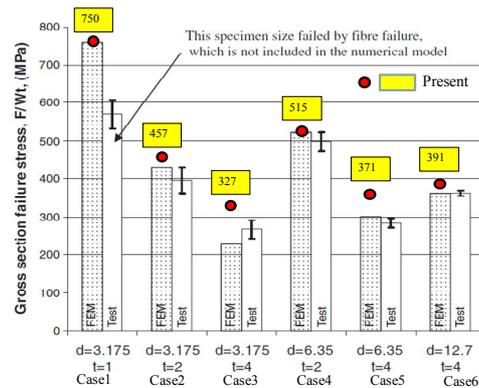


図 16 強度評価結果

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 3 件)

島崎紗緒里, 長嶋利夫: 結合力モデルを用いた準三次元 XFEM による CFRP 積層板の損傷進展解析, 日本計算工学会論文集, Paper No.20170008. (査読有り)

Higuchi, R., Okabe, T., Nagashima, T.: Numerical simulation of progressive damage and failure in composite

laminates using XFEM/CZM coupled approach, Composites: Part A 95 (2017) 197–207. (査読有り)  
Nagashima, T., Sawada, M.: Development of a damage propagation analysis system based on level set XFEM using the cohesive zone model, Computers and Structures, 174(2016) 42-53. (査読有り)

[学会発表](計 18 件)

長嶋利夫: 複合材料構造の強度評価のための XFEM に基づく解析システムの開発, JCCM9, (2018/3/2).

宮脇雄大, 長嶋利夫: 面内および面外負荷下における CFRP 積層板の損傷進展解析手法に関する検討, JCCM9, (2018/3/1).

樋口諒, 岡部朋永, 吉村彰記, 長嶋利夫: 複合材性航空機構造の計算機援用仮想試験へ向けた準三次元 XFEM 解析ツール開発, 第 30 回計算力学講演会, CD-ROM 論文集, 17-4 (2017-9/18) 東大阪市.

宮脇雄大, 長嶋利夫: 結合力モデルを用いた面外負荷下における CFRP 積層板の損傷進展解析, 第 30 回計算力学講演会, CD-ROM 論文集, 17-4 (2017-9/18) 東大阪市.

樋口諒, 岡部朋永, 長嶋利夫: 準三次元 XFEM による複合材料積層板の面内・面外負荷下での損傷進展解析, 22. (2017-6/1) さいたま市.

長嶋利夫, 石橋航: 内製 XFEM コードを用いた三次元き裂解析システムの開発とその精度評価, 計算工学講演会論文集, 22. (2017-6/1) さいたま市.

島崎紗緒里, 長嶋利夫: 準三次元 XFEM による CFRP 擬似等方性積層板 OHT 試験片の損傷進展解析, 計算工学講演会論文集, 22. (2017-6/1) さいたま市.

島崎紗緒里, 長嶋利夫: 結合力モデルを用いた準三次元 XFEM による CFRP 積層板の損傷進展解析, 第 29 回計算力学講演会, CD-ROM 論文集, 16-4. (2016-9/22) 名古屋市.

高濱菜摘, 長嶋利夫: 三次元き裂解析における内製 XFEM コードの精度評価, 計算工学講演会論文集, 21. (2016-5/31) 新潟市.

樋口諒, 岡部朋永, 長嶋利夫: X-FEM を用いた複合材料積層板の損傷進展および破壊に関する数値シミュレーション, 計算工学講演会論文集, 21. (2016-5/31) 新潟市.

島崎紗緒里, 長嶋利夫: 準三次元 XFEM を用いた動的陽解法による CFRP 積層板の損傷進展解析, 計算工学講演会論文集, 21. (2016-5/31) 新潟市.

長嶋利夫, 澤田昌孝: 三角形二次要素を用いた XFEM による二次元き裂解析, 計

算工学講演会論文集, 21. (2016-5/31) 新潟市.

村井公則, 長嶋利夫, 三浦直樹, 永井政貴: XFEM によるクラッド付き平板の疲労き裂進展解析, 材料力学カンファレンス M&M2015, 15-6. (2015-11/21) 横浜市.

島崎紗緒里, 長嶋利夫: 準三次元 XFEM を用いた CFRP 積層板の損傷進展解析, 第 28 回計算力学講演会, CD-ROM 論文集, 15-19. (2015-10/11) 横浜市.

村井公則, 長嶋利夫: ヘビサイド関数だけを拡充した三次元き裂先端要素を用いた XFEM 解析, 第 28 回計算力学講演会, CD-ROM 論文集, 15-19. (2015-10/11) 横浜市.

長嶋利夫: XFEM による CFRP 積層板の損傷進展解析, 第 57 回構造強度に関する講演会講演集, 210-212. (2015-8/7) 岡山市.

村井公則, 長嶋利夫: 貫通挙動を考慮した三次元 XFEM による疲労き裂進展解析, 計算工学講演会論文集, 20. (2015-6/9) つくば市.

長嶋利夫, 村井公則: ヘビサイド関数だけを拡充したき裂先端要素を用いた XFEM による三次元き裂解析, 計算工学講演会論文集, 20. (2015-6/9) つくば市.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

長嶋 利夫 (NAGASHIMA, Toshio)  
上智大学・理工学部・教授  
研究者番号: 10338436

(2) 研究分担者

末益 博志 (SUEMASU, Hiroshi)  
上智大学・理工学部・教授  
研究者番号: 20134661