

平成 30 年 5 月 21 日現在

機関番号：32407

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04905

研究課題名(和文) 解析関数空間の構造とその上の線形作用素の研究

研究課題名(英文) Researches on the structures of analytic function spaces and linear operators on them

研究代表者

大野 修一 (OHNO, Shuichi)

日本工業大学・工学部・准教授

研究者番号：20265367

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：乗法作用素と合成作用素の積である荷重合成作用素について、Hardy-Hilbert空間上におけるToeplitz性、及び一様位相、強、弱位相での「近似的Toeplitz性」を特徴付けた。また、その特徴付けは、未解決問題である「コンパクトな荷重合成作用素の特徴付け」と関係するという結果を得た。Bloch及びlittle Bloch空間で、2つの自己解析写像が導く合成作用素のそれぞれのコンパクト性とそれら解析写像の積が導く合成作用素のコンパクト性の関係を明らかにした。これは、自己解析写像の族の代数構造と合成作用素の性質の対応を与える。

研究成果の概要(英文)：We have characterized the asymptotic Toeplitzness associated with weighted composition operators on the Hardy-Hilbert space in the uniform operator, strong and weak topologies. Indeed, the non-trivial uniformly asymptotically Toeplitzness is equivalent to the compactness of the weighted composition operator. Also, we have considered the hyperbolic derivatives of products of analytic self-maps of the unit disk and so provided explicit examples of products that induce compact composition operators on Bloch and little Bloch spaces.

研究分野：数物系科学

キーワード：合成作用素 荷重合成作用素 Toeplitz作用素 Hardy空間 Bergman空間 Bloch空間

1. 研究開始当初の背景

単位円板上の解析関数空間の理論は、20世紀初頭の G.H. Hardy, J.E. Littlewood 等による研究を源としている。そして、「函数解析学」の発展に伴い、解析関数からなる空間を線形空間、Banach 空間としてみることによって、理論の発展を導く新しい手法が供給されてきている。申請者の主な目的は解析関数空間上で作用する線形作用素の「函数解析的な性質」を、その作用素の定義域である関数空間に属する解析関数の「函数論的性質」で特徴付けることである。特に、「乗法」や「合成」という基本的な演算を持つ作用素について研究を行ってきた。

1982年 J. Barria と H.R. Halmos は、Hardy-Hilbert 空間 H^2 における Toeplitz 作用素という「乗法作用素」から派生したもののについて、「近似的 Toeplitz 作用素」という拡張的な定義を付け加えた。2007年以後 J.H. Shapiro 等が「合成作用素の近似的 Toeplitz 作用素性」を研究している。この問題は、全く性質の異なる Toeplitz 作用素と合成作用素が実は近似的には似通っている点を指摘する興味深い問題になっている。

「合成作用素」については 1960年代中頃から活発に研究が行われていたが、1990年に J.H. Shapiro と C. Sundberg が H^2 上の合成作用素全体の空間の位相構造について、いくつかの問題を提出した。その一つである、「異なる2つの合成作用素が同じ連結成分に属することとその2つの合成作用素の差がコンパクトであることは同値か」という問題は研究者にとって重要な問題になった。申請者はこの問題を、単位円板上の有界解析関数空間において完全に特徴付け、共同研究の結果として 2001年に発表した。「双曲型距離」を使ったその特徴付けは H^2 空間の場合にも応用され、Bloch 空間上の合成作用素の研究へ発展することとなった。さらに、韓国高麗大学の B. Choe, H. Koo 両教授は荷重 Bergman 空間や Fock 空間で合成作用素の線形結合の研究を行っている。これらを受け、 H^2 空間における荷重合成作用素全体の空間の位相構造、Hilbert-Schmidt difference の解明に着手した。

2. 研究の目的

「近似的 Toeplitz 作用素」については、乗法作用素と合成作用素の積である荷重合成作用素の Toeplitz 性及び一様位相、強、弱位相での近似的 Toeplitz 作用素性を特徴付ける。また、この問題から生じた「特性関数がシンボルである Toeplitz 作用素と合成作用素の積のコンパクト性の特徴付け」も考察し、未解決問題である「Hardy 空間上のコンパクトな荷重合成作用素の特徴付け」への手がかりを導きたい。

「合成作用素」については、Bloch および little Bloch 空間で、2つの自己解析写像が導く合成作用素のそれぞれのコンパクト性と

それらの積のコンパクト性の関係を明らかにしたい。

3. 研究の方法

本研究課題について、研究代表者が中心となり、研究分担者と国内外の研究協力者も含めて、e-mail による情報交換、研究打ち合わせの出張による討議、検討により目的を達成する。特に、泉池フェローとの共同研究は、夏、春季休暇期間中の新潟大学での1週間程度の滞在で行われた。もともとこの方法は泉池フェローの外国研究者との共同研究は何の準備もない2週間程度の大学滞りに端を発しているという示唆に因る。泉池フェローと新潟大学数学教室の御好意により、コンピュータ付のオフィスを用意していただき、集中的に研究が出来た。Bloch 空間上の合成作用素についての研究も、研究分担者の細川准教授と、随時草稿を添付した e-mail による情報交換を行い、夏、春季休暇期間中の茨城大学への出張で集中的に押し進めた。

また、Hilbert-Schmidt difference は韓国高麗大学の Choe, Koo 両教授との共同研究になったため、2016, 2017年の大学祭の間に高麗大学を訪問、又両教授が「関数環研究会」の際に来日して討議を行った。

4. 研究成果

(1) Toeplitz 作用素の拡張的な定義である「近似的 Toeplitz 作用素」の問題について、合成作用素の場合でも研究されている。大野は乗法作用素と合成作用素の積である荷重合成作用素の Toeplitz 性及び一様位相、強、弱位相での近似的 Toeplitz 作用素性を特徴付け、荷重合成作用素のコンパクト性についても考察した。強、弱位相においては、乗法作用素の部分に関係なく、合成作用素の部分によって性質が決定するという知見を得て、投稿し受理された。また、この問題から生じた「特性関数がシンボルである Toeplitz 作用素と合成作用素の積のコンパクト性の特徴付け」の問題も、研究分担者泉池敬司新潟大学フェローと考察したが、解決には至らなかった。この問題への解答が、未解決問題である「Hardy 空間上のコンパクトな荷重合成作用素の特徴付け」への手がかりを導くと信じられる。

(2) 単位円板の自己解析写像とそれが導く合成作用素の関係は函数解析学と函数論を結び興味深い、重要な問題である。研究分担者細川卓也准教授(茨城大学)と Bloch および little Bloch 空間で、2つの自己解析写像が導く合成作用素のそれぞれのコンパクト性とそれら解析写像の積が導く合成作用素のコンパクト性の関係を、ある意味「双曲型微分」となる幾何函数論的な特徴付けを行った。さらに、値域が栗の形をしていることから「マロン写像」と名付けた例を作った。引き続き、韓国高麗大学の Choe, Koo 両教授も加わり、Hardy 空間の場合を考え、このときの合成作用素の

挙動はある weight の荷重 Bergman 空間上の荷重合成作用素の挙動と同値になる, という知見を得た. この同値性は, この分野でかなり有効なものとなる.

(3) Choe, Koo 両教授による「3つの合成作用素による線形結合のコンパクト性」の結果に触発された「Hilbert-Schmidtness」についての考察を行った. 2つの合成作用素の差が Hilbert-Schmidt 型でない2組について, その2組の差が Hilbert-Schmidt 型である例を作成した.

(4) 荷重 Bergman 空間から Bloch 空間への積分作用素の有界性, コンパクト性を特徴付けた. この積分作用素は Volterra 作用素, Cesaro 作用素の拡張である. これに連動して, 細川准教授と荷重 Bergman 空間から一般化された BMOA 空間へ作用する積分作用素の考察を開始した. 有界性, コンパクト性を特徴付け, 一般化された VMOA 空間の場合も考えに入れることとなった. これらの空間は多くの解析関数空間を例として含み, 興味深いものである.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 18 件)

Shuichi Ohno, The Toeplitzness of weighted composition operators, Commun. Korean Math. Soc. 近刊 査読有
<https://doi.org/10.4134/CKMS.c170171>

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Ranks of cross commutators and unitary module maps, Comput. Methods Funct. Theory 近刊 査読有
<https://doi.org/10.1007/s40315-018-0239-1>

Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Path connected components in the space of weighted composition operators on the QA space, Studia Math. 近刊 査読有
10.4064/sm170209-18-8

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Weighted composition operators whose ranges contain the disk algebra II, Bull. Korean Math. Soc. 近刊 査読有
<https://doi.org/10.4134/BKMS.b170089>

Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Path connected components in the spaces of weighted composition operators with the strong operator topology II, J. Indian Math. Soc. 85 (2018), no.1-2, 92--99. 査読有
<http://www.informaticsjournals.com/index.php/jims>

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Izuchi, Fredholmness of fringe operators over the bidisk, Archiv der Math. 109 (2017), no. 3, 255--262. 査読有
<https://doi.org/10.1007/s00013-017-1075-7>

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Fredholm indices of some fringe operators over the bidisk, Acta Sci. Math. (Szeged), 83 (2017), no. 3-4, 441--455. 査読有
doi: 10.14232/actasm-017-012-6

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, One dimensional perturbation of invariant subspaces in the Hardy space over the bidisk II, Nihonkai Math. J. 28 (2017), no. 1, 31--41. 査読有
<https://projecteuclid.org/euclid.nihmj/1520391678>

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, One dimensional perturbation of invariant subspaces in the Hardy space over the bidisk I, Nihonkai Math. J. 28 (2017), no. 1, 1--29. 査読有
<https://projecteuclid.org/euclid.nihmj/1520391677>

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Adjoint of the Toeplitz operator with the singular inner function, J. Math. Anal. Appl. 452 (2017), no. 2, 906--911. 査読有
<http://doi.org/10.1016/j.jmaa.2017.03.001>

Yong Chen, Kei Ji Izuchi, Young Joo Lee, Kernels of Toeplitz operators on the Hardy space over the bidisk, J. Funct. Anal. 272 (2017), no.9, 3869--3903. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jfa.2017.01.002>

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Splitting invariant subspaces in the Hardy space over the bidisk, J. Australian Math. Soc. 102 (2017), no. 2, 205--223. 査読有
<https://doi.org/10.1017/S1446788716000203>

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Rank of finite Rudin type backward shift invariant subspaces over the bidisk, Complex Analysis and Operator Theory, 11 (2017), no.3, 675--705. 査読有
10.1007/s11785-015-0471-x

Kei Ji Izuchi, Kouhei Izuchi, Yuko Izuchi, Zero based invariant subspaces and fringe operators over the bidisk.

J. Korean Math. Soc. 53 (2016), no. 4, 847-868. 査読有
10.4134/JKMS.j150298

Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Gleason parts and closed ideals in Douglas algebras, Comput. Methods Funct. Theory 16(2016), no. 2, 243-263. 査読有
DOI: 10.1007/s40315-015-0136-9

Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Yuko Izuchi, Invariant subspaces having two side frames over the bidisk, J. Math. Anal. Appl. 436(2016), no. 2, 1102-1120. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2015.12.041>

Kei Ji Izuchi, Yuko Izuchi, Path-connected components in weighted composition operators on the disk algebra with the essential operator norm, Math. Proc. R. Ir. Acad. 115A (2015), no. 1, 1-5. 査読有
<http://www.jstor.org/stable/10.3318/pria.2015.115.5>

Kei Ji Izuchi, Kou Hei Izuchi, Yuko Izuchi, Weighted composition operators whose ranges contain the disk algebra, Complex Var. Elliptic Equ. 60 (2015), no. 7, 938-944. 査読有
10.1080/17476933.2014.984607

[学会発表](計26件)

大野 修一, Operators on model spaces, 第5回日立解析学セミナー, 茨城大学・工学部(茨城県日立市) 2018年3月9日

細川 卓也, Differences of composition operators between Banach spaces on tree, 第5回日立解析学セミナー, 茨城大学・工学部(茨城県日立市)2018年3月8日

大野 修一, Composition operators on Hardy and weighted Bergman spaces, 第42回東北複素解析セミナー, 東北大学(宮城県仙台市) 2018年1月25日 招待講演

細川 卓也, Composition operators induced by products of self-maps, Real, Complex and Functional Analysis Seminar 2017, 岐阜大学教育学部(岐阜県岐阜市) 2017年12月16日

細川 卓也, Composition operators with product symbols, 第40回東北複素解析セミナー, 東北大学(宮城県仙台市)2017年11月29日 招待講演

Shuichi Ohno, Operator theoretic

differences between weighted Bergman and Dirichlet spaces, 2017 Conference on Function Algebras, 日本大学薬学部(千葉県船橋市) 2017年10月22日

泉池 敬司, Finite Rudin type invariant subspaces, 2017 Conference on Function Algebras, 日本大学薬学部(千葉県船橋市) 2017年10月22日

大野 修一, The Toeplitzness of weighted composition operators, 日本数学会秋季総合分科会, 函数解析学分会, 山形大学(山形県山形市) 2017年9月13日

Kei Ji Izuchi, Kernels of Hankel operators on the Hardy space over the bidisk, Workshop: Hilbert Modules in Analytic Function Spaces, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, 海南省三亚市(中国) 招待講演 2017年5月25日

細川 卓也, 解析関数空間上の合成作用素の成す集合の位相構造について, 第45回関東作用素論セミナー, 東京理科大学(東京都新宿区) 2017年5月20日

大野 修一, The Toeplitzness of weighted composition operators, 関数環研究集会, 茨城大学・工学部(茨城県日立市) 2016年12月4日

泉池 敬司, Related subjects of invariant subspace problem in the Hardy space, 関数環研究集会, 茨城大学・工学部(茨城県日立市) 2016年12月3日

細川卓也, de Leeuw-Rudin's condition and products of analytic self-maps of the unit disk, 関数環研究集会, 茨城大学・工学部(茨城県日立市) 2016年12月2日

泉池 敬司, 泉池 佑子, 大野 修一, Topological properties of path connected components in spaces of weighted composition operators into L^p , 日本数学会秋季総合分科会, 函数解析学分会, 関西大学(大阪府吹田市) 2016年9月16日

Shuichi Ohno, The hyperbolic derivatives of products of analytic self-maps of the unit disk, International Workshop on Function Theory, 高麗大学 ソウル(韓国) 2016年9月9日 招待講演

Kei Ji Izuchi, On Cowen and Gallardo-Gatierrez's problems concern with the invariant subspace problem, International Workshop on Function Theory, 高麗大学 ソウル(韓国) 2016年9月9日 招

待講演

Kei Ji Izuchi, Composition operators whose ranges contain the disk algebra, International Conference of the Honam Mathematical Society, Chonbuk National University, Jeonju (韓国) 2016年6月17日

大野 修一, Weighted composition operators on $H^\infty \cap B_o$, 日本数学会年会, 函数解析学分科会, 筑波大学(茨城県つくば市) 2016年3月18日

細川 卓也, 単位円板上の正則自己写像の積と合成作用素の性質について, つくばセミナー, 筑波大学・自然科学系(茨城県つくば市) 2016年3月8日

大野 修一, The Toeplitzness of composition operators, 関数環研究集会, 新潟大学駅南キャンパス「ときめいと」(新潟県新潟市) 2015年12月19日

②① 泉池 敬司, Weighted composition operators whose ranges contain the disk algebra II, 関数環研究集会, 新潟大学駅南キャンパス「ときめいと」(新潟県新潟市) 2015年12月19日

②② 細川 卓也, Composition operators with product symbols, 関数環研究集会, 新潟大学駅南キャンパス「ときめいと」(新潟県新潟市) 2015年12月19日

②③ 泉池 敬司, Weighted Bergman spaces embedded in the Hardy space over the bidisk, Workshop: Analytic Function Spaces and Operators on Them, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, 海南省三亜市(中国) 招待講演 2015年12月10日

②④ 細川 卓也, 泉池 敬司, 大野 修一, Weighted composition operators between Hilbert spaces of analytic functions in Hilbert-Schmidt norm topologies, 日本数学会秋季総合分科会, 函数解析学分科会, 京都産業大学(京都府京都市) 2015年9月15日

②⑤ 泉池 敬司, 泉池 佑子, Path connected components in weighted composition operators on the disk algebra with the essential operator norm, 日本数学会秋季総合分科会, 函数解析学分科会, 京都産業大学(京都府京都市) 2015年9月15日

②⑥ 泉池 敬司, Path connected components in the spaces of weighted composition operators with the strong operator

topology I, 第23回有限無限次元複素解析国際会議, 九州産業大学(福岡県福岡市) 2015年8月26日

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織
(1) 研究代表者
大野 修一(OHNO, Shuichi)
日本工業大学・工学部・准教授
研究者番号: 20265367

(2) 研究分担者
泉池 敬司(IZUCHI, Kei Ji)
新潟大学・自然科学系・フェロー
研究者番号: 80120963

細川 卓也(HOSOKAWA, Takuya)
茨城大学・工学部・准教授
研究者番号: 90553579

(3) 連携研究者
()

研究者番号:

(4) 研究協力者
()