

令和 2 年 6 月 24 日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2015～2019

課題番号：15K04924

研究課題名（和文）高次元複素力学系と非アルキメデスの力学系の無理的中立周期系の解析的研究

研究課題名（英文）Analytic study of irrationally indifferent cycles in higher dimensional complex dynamics and non-archimedean dynamics

研究代表者

奥山 裕介（OKUYAMA, YUSUKE）

京都工芸繊維大学・基盤科学系・教授

研究者番号：00334954

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000円

研究成果の概要（和文）：複素数体または代数的閉かつ非自明な非アルキメデスの絶対値に関して完備な体上の有理関数の力学系に付随する平衡測度に対する等分布現象およびそのリヤプノフ指数の乗法因子を用いた近似公式の定量的研究を複素力学系、非アルキメデスの力学系、および算術力学系の観点から行なった。特に算術力学系においては無理的中立周期系に付随する特異領域上での非定数有理関数の力学系の近似度の定量評価を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

複素力学系や非アルキメデスの力学系においてはそのカオス部分が比較的具体的に解析することが可能であり、本研究はそれを進めてカオス部分を平衡測度を通じて定量的に解析していることに学術的意義があり、一般的なカオス現象の将来の解析の土台ともなり社会的意義もある。

研究成果の概要（英文）：We studied quantitatively the equidistribution phenomena towards the equilibrium measure and the approximation formula of the Lyapunov exponent with respect to the equilibrium measure from the view points of complex, non-archimedean, and arithmetic dynamics. In arithmetic dynamics, we obtained a quantitative estimate on the approximation of non-constant rational functions by dynamics on a singular domain associated to irrationally indifferent cycles.

研究分野：複素力学系、非アルキメデスの力学系

キーワード：複素力学系 非アルキメデスの力学系 無理的中立周期系

1. 研究開始当初の背景

(1) 複素力学系の研究の歴史は前世紀初頭の Fatou, Julia らの研究まで遡り、1980 年代以降コンピューター・グラフィックスといった計算機上の数値計算などの新たな道具の導入も伴い今日まで発展し続けてきている。とりわけ無理的中立固定点における正則函数芽の解析的線型化可能性問題は解析数論とも密接に関連して、1930 年代-1940 年代における Cremer, Siegel らの基盤的研究以来、複素力学系研究における難題かつ中心的問題の一つであった。

(2) また 1990 年代以降、Fornaess-Sibony, Bedford-Smillie, Dinh-Sibony, 他の研究グループにより(多重複素)ポテンシャル論および複素幾何的観点からの高次元複素力学系研究が飛躍的な進歩を遂げ、特にそのカオス的な部分の定性的研究が一応の完成を見つつあったものの、非カオス部分の研究として無理的中立周期系の解析的線型化可能性問題および付随する特異領域上の力学系の定量的研究は中心的な問題の一つであった。

(3) そして 2000 年代に入り、Baker-Rumely, Chambert-Loir, Favre-Rivera-Letelier らにより高次元複素力学系のポテンシャル論的手法を取り入れた Berkovich 射影直線上の非アルキメデスの力学系の研究が一気に進展してきていたが、この場合にも無理的中立周期系に付随する特異領域上の力学系の定量的研究は中心的な問題の一つであった。

2. 研究の目的

本研究課題は応募者のこれまでの複素力学系および非アルキメデスの力学系の平衡測度と等分布現象の定量的研究に関する研究成果を踏まえ、複素力学系の無理的中立周期系の解析的線型化問題と付随する特異領域上の力学系の定量的研究を最良の形で解決することを最大の目的としていた。

3. 研究の方法

本研究課題は代表者個人による研究を主としながらも、複素力学系の研究者のみならず、国内およびフランス、英国、アメリカ、イタリア、フィンランド等国外の代数的整数論、数論幾何、ネヴァンリンナ理論、多重複素ポテンシャル論、複素幾何、非アルキメデスの解析関数論等の研究者と交流することにより問題意識やアイデアの交換を行うことで進展させることができた。

4. 研究成果

(1) A Lehto-Virtanen-type theorem and a rescaling principle for an isolated essential singularity of a holomorphic curve in a complex space. *International Journal of Mathematics*, 26, No. 6 (2015) 1541009 (15 pages) においては、高次元複素解析空間への正則曲線の孤立真性特異点に対する再規格化原理を確立し、双曲的に埋め込まれた複素解析空間に対する Picard の大定理、およびコンパクト複素解析空間の小林双曲性の Big 型 Brody 双曲性による特徴付けの簡明な証明を与えた。

(2) Quantitative approximations of the Lyapunov exponent of a rational function over valued fields. *Mathematische Zeitschrift*, 280, Issue 3 (2015), 691-706 においては、複素および(標数 0 の)非アルキメデスの体上の有理関数の平衡測度に関する Lyapunov 指数の非超吸引的周期系の乗法因子の絶対値の対数の平均による近似公式の指数的誤差評価を行った。

(3) Effective divisors on the projective line having small diagonals and small heights and their application to adelic dynamics. *Pacific Journal of Mathematics*, 280 (2016), 141-175 においては、算術的等分布定理を、小さい高さを持つ代数的数の Galois 軌道列よりも一般的な、小さい高さと同じ対角線を持つ有効因子列に対して確立し、応用として複素および数論力学系の特異領域における非定数有理関数の力学系的近似度の評価を得た。

- (4) A Mahler-type estimate of weighted Fekete sums on the Berkovich projective line. *Acta Arithmetica*, 178, No. 3 (2017), 257-272 においては、代数的閉かつ任意標数の位相的完備な非自明アルキメデスのまたは非アルキメデスのノルム体上の Berkovich 射影直線上の正規化された重み付きの Fekete 和に対する Mahler 型の評価式をその最良性を込めて確立し、力学系的 Green 重み関数に対する Mahler 型評価式をそのヘルダー定数を用いたより精密な形で得ることにも成功した。
- (5) Adelicly summable normalized weights and adelic equidistribution of effective divisors having small diagonals and small heights on the Berkovich projective lines. *RIMS Kokyuroku Bessatsu*, Kyoto Univ, B64 (2017), 55-66 においては、数体および関数体とは限らない積公式体においてアデールのとは限らないが総和可能性条件を満たす射影直線上のアデル型正規化重みに対して、射影直線上の重み付き小高さ条件および小対角条件を満たす効率的因子列とアデル型正規化重みの定める平衡測度との間の等分布定理を確立した。
- (6) Value distribution of the sequences of the derivatives of iterated polynomials. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae Mathematica*, 42 (2017), 563-574 においては、複素数体上の一変数多項式の反復合成列の導関数列に対して自明な例外集合を除いた全ての初期値に対する（充填ジュリア集合に対するポテンシャル論の意味での）平衡測度に向かう等分布定理を確立するとともに、容量 0 の例外集合を除いては全ての初期値に対しその等分布定理における収束の指数関数的誤差評価を C^2 級テスト関数に対して得た。
- (7) Discontinuity of a degenerating escape rate. *Conformal Geometry and Dynamics*, 22 (2018), 33-44 においては、L. DeMarco 教授と共同で単位開円盤でパラメトライズされた原点でのみ退化する有理型 d 次複素一変数有理関数族から定まる中心破単位開円盤上の Lyapunov 指数関数に関する原点を越えた連続拡張可能性問題を否定的に解決した。
- (8) Nevanlinna theory and value distribution in the unicritical polynomials family. *Rivista di Matematica della Universita di Parma*, 9, No. 1 (2018), 1-19 においては、モニックかつ中心化された単分岐 d 次複素一変数多項式族のパラメーター空間における（超）吸引周期系を持つ多項式に対応するパラメーターの分岐測度への定量的等分布現象を Nevanlinna 理論の観点から誤差のオーダー評価における隠定数の明示計算を行いながら精密化した。
- (9) Hyperbolic components of rational maps: Quantitative equidistribution and counting. *Commentarii Mathematici Helvetici*, 94, Issue 2 (2019), 347-398 においては T. Gauthier, G. Vigny 両教授と共同で d 次有理関数のリヤプノフ指数の局所一様定量的近似公式を確立し、応用として複素力学系の正則族のモジュライにおける非交的かつ後方分岐周期的類集合の分岐測度への定量的等分布定理およびそのような類の個数の分岐測度の体積を用いた漸近的数え上げ公式を確立した。
- (10) A generalization of the converse of Brolin's theorem. *Annales Polonici Mathematici*, 123 (2019), 467-472 においては M. Stawiska 教授と共同で、Brolin の定理の逆と見なされる、有理関数全体において多項式をその平衡測度で特徴付ける Lopes の定理の最良の形の一般化を、複素平面代数幾何における Orevkov のレムニスケート既約性定理の応用として得た。
- (11) Geometric formulas on Rumely's weight function and crucial measure in non-archimedean dynamics. *Mathematische Annalen*, 376, Issue 3 (2020), 913-956 においては Rumely により導入された Berkovich 射影直線上の非アルキメデスの力学系における種々の代数的同変量を Berkovich 双曲幾何的に研究しそれらの精密化を与えた。

(12) Degeneration of quadratic polynomial endomorphisms to a Henon map. Indiana University Mathematics Journal, to appear においては F. Bianchi 教授と共同で 2 次複素 Henon 写像に中心で退化する単位開円盤でパラメトライズされた非例外型の \mathbb{C}^2 の 2 次多項式自己射族から定まる中心破単位開円盤上の Lyapunov 指数関数の原点付近での連続のみならず調和拡張を確立した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計12件（うち査読付論文 12件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Thomas Gauthier, Yusuke Okuyama, and Gabriel Vigny	4. 巻 94
2. 論文標題 Hyperbolic components of rational maps: Quantitative equidistribution and counting	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Commentarii Mathematici Helvetici	6. 最初と最後の頁 347-398
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/CMH/462	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Yusuke Okuyama and Malgorzata Stawiska	4. 巻 123
2. 論文標題 A generalization of the converse of Brolin's theorem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Annales Polonici Mathematici	6. 最初と最後の頁 467-472
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4064/ap180819-23-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 376
2. 論文標題 Geometric formulas on Rumely's weight function and crucial measure in non-archimedean dynamics	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 913-956
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-019-01884-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Laura DeMarco and Yusuke Okuyama	4. 巻 22
2. 論文標題 Discontinuity of a degenerating escape rate	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Conformal Geometry and Dynamics	6. 最初と最後の頁 33-44
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/ecgd/318	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 9
2. 論文標題 Nevanlinna theory and value distribution in the unicritical polynomials family	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Rivista di Matematica della Università di Parma	6. 最初と最後の頁 1-19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fabrizio Bianchi and Yusuke Okuyama	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Degeneration of quadratic polynomial endomorphisms to a Henon map	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Indiana University Mathematics Journal	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 B64
2. 論文標題 Adelically summable normalized weights and adelic equidistribution of effective divisors having small diagonals and small heights on the Berkovich projective lines	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 55-66
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 42
2. 論文標題 Value distribution of the sequences of the derivatives of iterated polynomials	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Annales Academiæ Scientiarum Fennicæ Mathematica	6. 最初と最後の頁 563-574
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5186/aasfm.2017.4233	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 178
2. 論文標題 A Mahler-type estimate of weighted Fekete sums on the Berkovich projective line	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Acta Arithmetica	6. 最初と最後の頁 257-272
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4064/aa8437-9-2016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 26
2. 論文標題 A Lehto--Virtanen-type theorem and a rescaling principle for an isolated essential singularity of a holomorphic curve in a complex space	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 International Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 1541009
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129167X15410098	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 280
2. 論文標題 Quantitative approximations of the Lyapunov exponent of a rational function over valued fields	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 691-706
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-015-1443-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yusuke Okuyama	4. 巻 280
2. 論文標題 Effective divisors on the projective line having small diagonals and small heights and their application to adelic dynamics	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Pacific Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 141-175
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/pjm.2016.280.141	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計15件（うち招待講演 10件 / うち国際学会 9件）

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 A generalization of the converse of Broliin's theorem
3. 学会等名 Geometric Complex Analysis on Foliations and Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 An a priori bound of endomorphisms on CP^k and its non-archimedean counterpart
3. 学会等名 Complex geometry and complex dynamics in higher dimensions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 An improvement of McMullen's finiteness theorem
3. 学会等名 Rencontre ANR Fatou (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Geometric formulas on Rumely's order function, weight function, and crucial measure in non-archimedean dynamics
3. 学会等名 代数的整数論とその周辺 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Degeneration of regular quadratic polynomial endomorphisms of \mathbb{C}^2 towards a Henon map
3. 学会等名 複素力学系研究とその発展 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Discontinuity of the escape rate of a degenerating meromorphic family of rational maps
3. 学会等名 複素力学系の研究 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Arithmetic and algebraic geometry of the moduli of complex dynamics
3. 学会等名 The 11th Conference on Arithmetic and Algebraic Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 A Mahler-type estimate of weighted Fekete sums on the Berkovich projective line
3. 学会等名 Journé Amiénoise de Systèmes Dynamiques 2016 (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Quantitative approximation of Lyapunov exponents in non-archimedean and complex dynamics
3. 学会等名 Dynamique holomorphe et non-archimédienne (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 A tropical function associated to a rational function
3. 学会等名 Complex dynamical systems and related topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Equidistribution of rational functions having a superattracting periodic point
3. 学会等名 日本数学会2015年秋期総合分科会函数論分科会
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 Lehto--Virtanen, Marty, and Zalcman-type theorems and their applications to Kobayashi hyperbolic geometry
3. 学会等名 日本数学会2015年秋期総合分科会函数論分科会
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 A characterization of polynomials among rational functions in non-archimedean and complex dynamics
3. 学会等名 複素力学系の深化（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 複素および非アルキメデスの力学系における多項式のポテンシャル論的特徴付けとその応用
3. 学会等名 ポテンシャル論とその関連分野
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yusuke Okuyama
2. 発表標題 A potential theoretic characterization of polynomials among rational functions on the Berkovich projective line
3. 学会等名 日本数学会2016年年会函数論分科会
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----