

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 5 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04982

研究課題名(和文) 可変長および可変重み光直交符号の構成法に関する研究

研究課題名(英文) Constructions of multilength, variable weight optical orthogonal codes

研究代表者

宮本 暢子 (Nobuko, Miyamoto)

東京理科大学・理工学部情報科学科・准教授

研究者番号：20318207

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：光直交符号は、光ファイバの広帯域性を有効にかつようするための通信技術に用いられる符号であり、様々なマルチメディアサービスの供給を支えるために符号長および重みが可変である光直交符号が必要である。本研究では、特に符号長が可変で符号重みが3の光直交符号の構成法の提案を行った。有限射影空間上の直線構造から得られる複数の光直交符号が  $\lambda$ -compatible という条件を満たし、符号長が可変である重み3の光直交符号の系列を与えることを示した。

研究成果の概要(英文)：The study of optical orthogonal codes is motivated by an application in optical orthogonal code-division multiple-access communication systems. To simultaneously support multimedia services, multilength or variable weight optical orthogonal codes are essential. We gave a construction method for multilength optical orthogonal codes with weight three. We have shown that some optical orthogonal codes obtained from lines of a projective space satisfy the property called  $\lambda$ -compatible and they yield some new infinite class of multilength optical orthogonal codes with weight three.

研究分野：組合せ論

キーワード：光直交符号 組合せデザイン 有限射影幾何

### 1. 研究開始当初の背景

光直交符号は、光ケーブルを介した通信において符号分割多元接続を実現するために用いることが期待される符号である。光直交符号では、符号語間の相関に関する2つの特性を満たすことが要求される。一つ目は、符号語とその符号語自身を時間シフトしたものととの相関で、自己相関特性  $\lambda_a$  と呼ばれる。この自己相関特性により、時間シフトした符号語を容易に識別できるようになり、すなわち送受信者間での同期が確立できるようになる。二つ目は、異なる符号語間の相関で、相互相関特性  $\lambda_c$  と呼ばれる。この相互相関特性により、他の通信に割り当てられた符号語との識別が可能となる。

符号語の性能を測る指標として、例えば同時アクセス可能数が考えられる。これは符号語の重みから自己相関特性を引いた数を、相互相関特性で割った数として求められる。よって、識別性能を高めるために、2つの相関いずれについても小さいことが望ましい。一方で、符号語数も符号の評価指標となり得る。通信を行う各ユーザに符号語が割り当てられるため、符号語数はできる限り大きい方が望ましい。そのため理論上の最大数に達する個数の符号語を持つ符号を最適であると呼んでいる。相関特性  $\lambda_a$  や  $\lambda_c$  を大きくすることで符号語数を増やすことも可能となるため、識別性能を極端に損なわない範囲で相関特性を変化させた符号を構成することも有益であると言える。

自己相関特性および相互相関特性のどちらも最小の1であるような光直交符号、すなわち  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  の光直交符号は *cyclic difference packing* と呼ばれるブロックデザインと同値である。光直交符号の構成法はブロックデザインの構成法を応用して1994年以降盛んに提案されてきた。ブロックデザインは実験計画法、符号理論、暗号理論分野などに应用される組合せ構造である。本研究代表者らは2004年に有限射影幾何の組合せ構造を利用した光直交符号の構成法を提案し、 $\lambda_a = \lambda_c = 2$  の新しいパラメータ系列をもつ漸近的に最適となるような光直交符号の構成法を与えた。従来の方法に比べ、この構成法では符号語の重みを大きくできるという特徴があった。すなわち、同時アクセス可能数を大きくできるという利点を持っていた。

光直交符号は、元々は符号長や符号語の重みが一定であるものとして定義されたが、様々なバリエーションが提案されるようになった。例えば、ブロードバンド化に伴い、マルチレートなサービスを供給するため、複数の符号長を持つものや、ユーザの品質要求に合わせた送信をするため、重みの異なる符号語を持つものが提案された。さらに2次元に拡張した光直交符号も求められるようになってきた。1996年にYangによって、重みが複数ある光直交符号が、2002年にKwong and Yangによって符号長が複数で

ある光直交符号が示された。さらに重みも長さも可変とするものが2006年にTarhuniらによって提案されている。しかし、符号長および符号重みが一定のものに比べて研究は少なく、本研究の開始当初は、それらの存在や系統的な構成法はほとんど知られていなかった。

### 2. 研究の目的

符号長や重みが一定でないような光直交符号の新たな構成法を発見し、様々なパラメータの光直交符号を得られるようにすることを目的とする。これにより、テキストデータ、音声、動画などそれぞれの送信に対し、符号長の異なる符号語を割り当てることで、より効率的な通信を、より自由度を増して実現できる。また高い質を要求するデータには重みが大きい符号語を、低い質でも可とするデータには重みが小さい符号語を割り当てることで幅広いパラメータに対して可能となり、サービスの同時利用者数を増やす可能性を広げることができる。

### 3. 研究の方法

有限射影空間における組合せ構造を利用した組合せ論的手法や代数的手法を用いて光直交符号を系統的に与えるため、次のような項目ごとに研究を行う。

- (1) 有限射影空間の組合せ構造による手法:  
有限射影空間上で、どの2つの点集合の交わりも  $c$  以下であるような点集合の族 *mutually M-intersecting variety* を考える。さらに有限射影空間上のSinger Cycleを考えることで、点集合を光直交符号の符号語とみなすことができる。例えば、射影平面上で交点数  $c$  ができるだけ小さい *mutually M-intersecting* を求め、自己相関  $a$  が2、相互相関  $c$  の識別性能がある程度高く、符号語数ができるだけ大きい符号を得ることを考える。計算機を利用してこれらの点集合族を求め、有限射影空間の様々な幾何構造を明らかにする。

重みが一定の光直交符号の構成では、有限射影平面上の結合構造(*conic* の集合や直線集合)から *mutually M-intersecting variety* を与えることができる。この考え方は重みが複数ある場合にも当てはまることができる。しかし可変長の光直交符号を得るための構造特性はまだわかっていないため、それらについて明らかにする。

で得られた構造特性を満たす組合せデザインを計算機実験から導き、構成法を理論的に体系化する。

(2) 代数的手法:

光直交符号と関わりの深いブロック内やブロック間の各要素の差の構造に特徴を持つ組合せデザインの構成法を、円分体などの代数的手法により与える。差の構造に特徴を持つデザインとして、difference set や differences family, difference systems of sets などがあり、これらは種々の符号を構成する上で非常に有用である。これらの組合せデザインは互いに関連が深いものが多く、例えばある difference set を分割するタイプの difference systems of sets は、difference family でもある。したがってこれらの組合せデザインの新しい構成法を与えることは、光直交符号を得るためにも有用であると考えられる。

組合せデザインの構成手法として、再帰的手法が考えられる。既存の再帰的構成法また新しく考えることにより、より多くの光直交符号のパラメータ系列を与える。

4. 研究成果

(1) 有限射影空間の直線構造による構成について

2 つの cyclic difference packing の各ブロック間の特性として、Bao, Li and Wang (2015) によって orbit disjoint という概念が、また Luo, Yin and Yue (2015) によって  $\lambda$ -compatible という概念が可変長光直交符号を構成するために必要な特性として提案された。そこで位数が 2 の射影空間上の直線構造を用いて orbit disjoint な cyclic difference packing (CDP) の構成法を与えた。次元が  $d$  のとき、 $((2^{d+1}-1)/(d+1))$  個の原始既約多項式が存在する。ただし、 $(m)$  はオイラー関数であり、 $m$  と互いに素な 1 以上  $m$  以下の整数の個数とする。次元が 3 以上 10 以下のとき、すべての原始既約多項式から CDP を与え、それらの互いに 2 つが orbit disjoint となる個数を計算機実験により与えた (表 1 参照)。

| PG(d,2)  | 互いに orbit disjoint な CDP の数 | 各 CDP のサイズ |
|----------|-----------------------------|------------|
| PG(3,2)  | 2                           | 2          |
| PG(4,2)  | 6                           | 5          |
| PG(5,2)  | 2                           | 10         |
| PG(6,2)  | 18                          | 21         |
| PG(7,2)  | 2                           | 42         |
| PG(8,2)  | 2                           | 85         |
| PG(9,2)  | 6                           | 170        |
| PG(10,2) | 176                         | 341        |

表 1 互いに orbit-disjoint な optimal CDP の最大数

$d+1$  が奇素数 5, 7, 11 のときすべての原始既約多項式から得られる CDP が互いに orbit disjoint となることがわかった。さらに、 $d+1$  が奇素数でない場合に対して、各 CDP のブロック数 (サイズ) を減らすことで、互いに orbit disjoint な CDP の数を増やすことが可能であることがわかった (表 2 参照)。

| PG(d,2) | 互いに orbit disjoint な CDP の数 | 各 CDP のサイズ |
|---------|-----------------------------|------------|
| PG(5,2) | 6                           | 9          |
| PG(7,2) | 16                          | 36         |
| PG(8,2) | 48                          | 81         |
| PG(9,2) | 60                          | 140        |

表 2 互いに orbit-disjoint な CDP のサイズ

これらの結果は明星大学研究紀要に掲載された。各 CDP は  $d+1$  次のすべての原始既約多項式を考えることにより与えられており、特に  $d+1$  が奇素数のときは、得られるすべての CDP が互いに orbit disjoint となると予想した。しかしながら、 $d+1$  が 17 もしくは 19 のとき反例が存在した。そこで互いに orbit disjoint な CDP となるための必要条件を導いた。この結果は 2018 年 3 月の 5-th Taiwan-Japan Conference on Combinatorics and its Applications において発表した。

これらの互いに orbit disjoint な cyclic difference packing と difference matrix から可変長の最適な光直交符号の新しいパラメータ系列を与えることができた。

位数が 3、次元が 3, 4, 5, 6 および位数が 5、次元が 3, 4 の射影空間上の直線構造に対して計算機実験を行った。このとき 3-compatible cyclic difference packing が得られた。位数が 3, 5 では相互相関特性が 3 ではあまり好ましい結果とは言えないが、位数および次元を一般にした場合に対して、3-compatible cyclic difference packing を与えるためにどのような条件が必要か明らかにするため今後継続して取り組む予定である。

(2) ブロック間の差の構造に特徴を持つ Difference systems of sets の構成について

乗法群とそのコセットの性質と cyclotomic number を利用し、difference systems of sets と呼ばれる組合せデザインの構成法を与えた。またブロックサイズを限定したとき計算機実験により、Levenshtein bound に近いパラメータを持つ系列が与えられ

ることを示した。この結果は, Journal of Combinatorial Designs に掲載された。

Difference systems of sets が difference set の分割になっている場合の再帰的構成法について与えた。この再帰的構成法は位数が合成数のときでも適用できる特徴を持ち, 漸近的に最適である difference systems of sets の新たな系列が与えられることを示した。この結果は, Designs, Codes and Cryptography に掲載されることが確定している。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3 件)

1. Shoko Chisaki, Yui Kimura and Nobuko Miyamoto, A recursive construction for difference systems of sets, Designs, Codes and Cryptography, 掲載決定, DOI:10.1007/s10623-018-0505-2, 2018. (査読有り)
2. Shoko Chisaki and Nobuko Miyamoto, Computational results for regular difference systems of sets attaining or being close to the Levenshtein bound, Journal of Combinatorial Designs 24, pp.553-568, DOI:10.1002/jcd.2151. 2018. (査読有り)
3. 植田早貴, 宮本暢子, 篠原聡, Orbit disjoint cyclic packing の構成に関する計算機実験, 明星大学研究紀要 24, pp. 1-8, 2016. (査読無し)

[学会発表](計 7 件)

1. Nobuko Miyamoto, Saki Ueda and Satoshi Shinohara, On  $\lambda$ -compatible cyclic difference packings, The 5-th Taiwan-Japan Conference on Combinatorics and its Applications, 2018 年 3 月 28 日, National Taiwan Normal University (台湾)
2. 地寄頌子, 宮本暢子, A recursive construction of difference systems of sets, 日本数学会年会・統計数学分科会, 2017 年 3 月 27 日, 首都大学東京 (東京)
3. 木村優偉, 宮本暢子, 地寄頌子, Difference set の分割型 DSS を用いた再帰的構成法, 研究集会「実験計画法と符号及び関連する組合せ構造 2016」, 2016 年 11 月 28 日-30 日・秋保リゾートホテルクレセント (宮城)

4. 地寄頌子, 宮本暢子, Computational results for optimal difference systems of sets, 日本数学会秋季総合分科会・応用数学分科会, 2016 年 9 月 16 日, 関西大学 (大阪)
5. Shoko Chisaki and Nobuko Miyamoto, Some results on optimal difference systems of sets, The 4-th Japan-Taiwan Conference on Combinatorics and its Applications, 2016 年 3 月 5 日-7 日, 北九州国際会議場 (福岡), ポスター発表
6. 植田早貴, 宮本暢子, PG(n,2) の直線から構成される orbit disjoint difference packing, 研究集会「実験計画法と符号および関連する組合せ構造 2015」, 2015 年 12 月 1 日, 箱根水明荘 (神奈川)
7. Shoko Chisaki and Nobuko Miyamoto, On regular difference systems of sets from cyclotomic classes, Algebraic Combinatorics and Applications: The first annual Kliakhandler Conference, 2015 年 8 月 26 日-30 日, Michigan Technological University (アメリカ)

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

宮本 暢子 (MIYAMOTO NOBUKO)  
東京理科大学・理工学部・准教授  
研究者番号: 20318207

##### (2) 研究分担者

篠原 聡 (SHINOHARA SATOSHI)  
明星大学・情報学部・教授  
研究者番号: 40328985

##### (3) 連携研究者

( )

研究者番号:

##### (4) 研究協力者

( )