

令和元年9月12日現在

機関番号：52201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K04985

研究課題名(和文) グラフのゼータ関数の拡張と応用

研究課題名(英文) Generalizations and applications of zeta functions of graphs

研究代表者

佐藤 巖 (Sato, Iwao)

小山工業高等専門学校・一般科・教授

研究者番号：70154036

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文)：グラフGの多変数のゼータ関数の行列式表示を求めた。また、Gの四元数重みの第1、2種重み付きゼータ関数の橋本型、伊原型の行列式表示、指数型母関数表示、オイラー積表示を与え、G上のある四元数量子ウォークの固有値を決定した。さらに、G上の2-tessellable SQWの固有値を決定した。Gの正則被覆に関するメルテンスの第3定理を与えた。また、Gのある重み付きゼータ関数の第2次微分係数を、Gの重み付きキルヒホッフ指数と全域木の重みの総和を用いて表した。Gの新しい重み付き伊原ゼータ関数を定式化して、非交差ランダムウォークに応用し、炭素系の電気伝導率を、伊原ゼータ関数の極の分布を用いて解析した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

グラフのゼータ関数とグラフ上の量子ウォークが関連していることがわかり、グローバウォークの時間発展行列の特性多項式が導かれ、固有値が導出された。これを契機として、グラフのゼータ関数と量子ウォークの共通領域が創出され、両方の分野において進展が見られた。

グラフのゼータ関数の拡張を通して、種類の量子ウォークの時間発展行列の特性多項式を得ることが可能となり、そのスペクトル解析を容易にしている。逆に、その過程からグラフの新たなゼータ関数が出現し、グラフのゼータ関数の適応範囲を広げている。これから、グラフのゼータ関数と量子ウォークは、相互作用をしながら発展し、新たな研究領域の創生が予想される。

研究成果の概要(英文)：We gave a determinant expression for a multivariable zeta function of a graph G . Moreover, we presented determinant expressions of Hamamoto type and Ihara type, exponential generating functions and the Euler products for the quaternionic first and second weighted zeta functions of G , and decided spectra for the time evolution matrices of some quaternionic quantum walks on G . Furthermore, we decided spectra for a 2-tessellable staggered quantum walk on G .

We gave the third theorem of Mertense for a regular covering of G . Moreover, we expressed the second differential coefficient of the determinant of the determinant expression for the second weighted zeta function of G by using its weighted Kirchhoff index and its weighted complexity.

We formulated a new weighted Ihara zeta function and applied it to non-backtracking random walks. Furthermore, we analyzed disordered carbon systems by using the distribution for the poles of the Ihara zeta function.

研究分野：グラフ理論

キーワード：グラフ ゼータ関数 量子ウォーク

1. 研究開始当初の背景

ゼータ関数は、リーマンのゼータ関数を始め、整数論、代数幾何、スペクトル幾何、力学系等いろいろな分野に現れ、数学の重要な理論、問題、リーマン予想などの予想に深く関わっている。例えば、整数論では、素数の分布に関するリーマンのゼータ関数、デデキントのゼータ関数のアルティンの L 関数による分解公式、p-進離散群の伊原のゼータ関数がある。リーマン多様体のスペクトル幾何には、セルバークのゼータ関数や砂田の等スペクトル多様体の仕事がある。

グラフや digraph のゼータ関数の拡張として、渡辺&福水の手法を用いて、digraph の重み付き Bartholdi ゼータ関数の新しい行列式表示(2013)、グラフの行列重みの Ihara L 関数の行列式表示(2014)を与えた。また、グラフの edge L 関数を導入し、その行列式表示を導いた(2012)。さらには、2 部グラフの 3 変数の一般 Bartholdi ゼータ関数を定義し、その行列式表示を得た(2013)。

hypergraph については、3 変数の一般 Bartholdi ゼータ関数を導入し、その行列式表示を与え(2014)、hypergraph の edge ゼータ関数、edge L 関数を定義し、それらの行列式表示を求め、hypergraph の covering の edge ゼータ関数を edge L 関数の積で表示した(2012)。

無限グラフについては、periodic simple graph G の Bartholdi ゼータ関数が、 G へ収束する正則被覆グラフの無限列の Bartholdi ゼータ関数の極限であることを示した(2012)。

量子グラフ関連では、Smilansky の定理を digraph に拡張し(2013)、それをもとに、グラフや digraph の新たな重み付きゼータ関数を定義し、その行列式表示を得た(2011,2014)。

グラフ上の量子ウォークについては、偶然、今野先生と共同研究する機会を得て、グラフ上の離散時間量子ウォークの一つである Grover ウォークの Grover 遷移行列とその正台の特性多項式を、第 2 種重み付きゼータ関数と Ihara ゼータ関数の行列式表示を用いて導出し、直接的に、それらのスペクトルを決定した(2012)。また、一般 Szegedy 遷移行列を導入して、その特性多項式を与え、応用として、Grover 遷移行列とその正台、Szegedy 遷移行列の特性多項式を導き、それらのスペクトルを直接的に、決定し、Grover 遷移行列の 2 乗の正台の特性多項式からそのスペクトルを導き、Grover 遷移行列の 3 乗の正台の行列の構造を決定した(2013)。量子グラフの 4 つの散乱行列から、4 つの量子ウォークを考え、それらの関係を論じ、特性多項式を導いた(2013)。Grover 遷移行列と Ihara ゼータ関数の関連性をもとに、Grover 遷移行列の 2 乗の正台を "edge matrix" とする、グラフのゼータ関数(modified ゼータ関数)を定義し、オイラー積、母関数表示、行列式表示、極、収束半径を与え、complexity のとの関連を論じた(2014)。

2014 年、"AMS Special Session on Quantum Walks, Quantum Computation and Related Topics" に招待され、"Quantum walk and zeta function of a graph" というタイトルにて発表した。2015 年も同会に招待され、発表予定である。

グラフゼータとその周辺の研究は、1990 年代後半、盛んになり、2013 年に Terras の "Zeta functions of graphs" の本が出版され、一段落を迎えたが、まだまだ、多くの課題が残されており、豊富な結果が出るものと思われる。この方面の研究は、現在、世界では、Stark&Terras の後を受けて、Deitmar, Clair, Winnie Li, Fang, Kang, Storm 等の Terras グループ、Guido, Isola, Lapidus 等 fractal geometry の研究グループ、Pollicott, Karlsson 達があり、グラフのゼータ関数を拡張している。グラフのゼータ関数の応用としては、物理の分野から、Texier, Harrison, Desbois 等の量子グラフの研究グループ、Hancock, Wilson 等のパターン認識の研究グループ、情報幾何の分野の渡辺、福水達、今野、瀬川等の量子ウォークグループの参加があり、層が厚くなり、成果が期待できる。

2. 研究の目的

先ず、グラフや digraph の 2 変数の Bartholdi 関数を、 n 変数の Bartholdi 関数に一般化して、その行列式表示を与える。また、グラフや digraph の cycle の別の概念を導入し、新しいタイプのゼータ関数を定義し、その行列式表示を求める。グラフの modified ゼータ関数と合わせて、素数定理、Chevotarev の定理、跡公式や、グラフの無限列に対するそれらの極の分布を与える。Lapidus 達や Deitmar が得た、無限グラフの Ihara ゼータ関数、edge ゼータ関数を、無限グラフや無限 digraph の Bartholdi ゼータ関数に拡張する。PGL₃(F)や PGL₃(F) (F は非アルキメデスの局所体)の Bruhat-Tits building の Ihara ゼータ関数を Bartholdi ゼータ関数に一般化し、単体的複体の Ihara ゼータ関数を定式化する。

量子ウォークとの関連ではグラフ上の離散時間量子ウォークの遷移行列の特性多項式やそのスペクトルを通して、グラフゼータの新たな応用を模索したい。また、物理と量子グラフとの関連では、量子グラフの散乱行列に関する行列式の種々の公式の別証明等、物理への応用を込めた、グラフゼータの新しい方向付けを考えたい。

3. 研究の方法

・グラフや digraph の 2 変数の Bartholdi ゼータ関数を、 $n(\geq 3)$ 変数の Bartholdi ゼータ関数に拡張する。

・グラフの modified ゼータ関数の素数定理、Chevotarev の定理、跡公式を与える。

・無限グラフの edge ゼータ関数や、measurable graph の Ihara ゼータ関数を、Bartholdi ゼータ関数に一般化する。

・PGL_n(F)や PGL_n(F)の Bruhat-Tits building を含む、単体的複体の Ihara ゼータ関数を定

式化する。

- ・正則グラフと半正則 2 部グラフの重み付きゼータについてセルバーグ型の跡公式を導き、極の偏角の分布を考察する。
- ・量子グラフについて、spectral determinant に関する種々の公式の別証明等、物理への応用を込めた、グラフゼータの新しい方向付けを考えたい。
- ・いろいろなグラフゼータを利用して、一般的な遷移行列を定義し、新しい量子ウォークを定式化して、それらの確率の極限分布を模索する。

4. 研究成果

平成 27～30 年年度、“グラフのゼータ関数の拡張と応用”について、以下ような結果を得た。

I. グラフや digraph のゼータ関数の多変数ゼータ関数や、非可環重みの weighted ゼータ関数への拡張

(1) グラフの Bartholdi ゼータ関数を拡張して、 $(n+1)$ 変数の一般 Bartholdi ゼータ関数を定義し、その行列式表示を求めた。また、グラフの正則被覆の一般 Bartholdi ゼータ関数の分解公式と、グラフの一般 Bartholdi L-関数の行列式表示を与え、グラフの正則被覆の一般 Bartholdi ゼータ関数を、base graph の一般 Bartholdi L-関数の積で表した。論文として、Linear Multilinear Algebra に掲載された。

(2) digraph の Bartholdi ゼータ関数の行列式表示の Stark & Terras の方法による、別証明を与えた。論文として、Graphs and Combinatorics に掲載された。

(3) グラフの四元数重みの第 1 種 weighted ゼータ関数を定式化して、Study 行列式を用いた、橋本型、伊原型の行列式表示、指数型母関数表示、オイラー積表示を与えた。論文として、Journal of Algebraic Combinatorics に掲載された。

(4) グラフの四元数重みの第 2 種 weighted ゼータ関数を定式化して、Study 行列式を用いた、橋本型、伊原型の行列式表示を与え、オイラー積を導いた。論文として、Linear Algebra Applications に掲載された。

(5) グラフ上のある量子ウォークの時間発展行列の正台と伊原ゼータ関数の行列式表示に現れる edge matrix が転置の関係にあるので、単体的複体量子ウォークへの拡張の一環として、2次元の単体的複体のゼータ関数を定義し、その行列式表示を考察した。日本数学会応用数学分科会やグラフ関係の研究集会にて、口頭発表した。

II. グラフのゼータ関数の量子ウォークへの応用

(1) I. (4)に関連して、四元数 Grover 行列を時間発展行列とする、グラフ上の離散時間量子ウォークを考え、グラフの第 2 種 weighted ゼータ関数の行列式表示を、四元数 Grover 行列の Study 行列式へ拡張して、四元数 Grover 行列の固有値を決定した。論文として、Quantum Information Processing に掲載された。

(2) I. (4)に関連して、四元数重みをもつグラフについて、Study 行列を用いた第 2 種 weighted ゼータ関数の行列式表示を求め、グラフ上の四元数 Grover walk の時間発展行列の左固有値を決定した。論文として、Interdisciplinary Information Sciences に掲載された。

(3) I. (4)に関連して、グラフ上の四元数 Szegey walk を定式化して、第 2 種 weighted ゼータ関数の行列式表示を用いて、四元数 Szegey walk の時間発展行列の固有値を決定した。また、その固有ベクトルを求めた。論文として、Quantum Information Computing に掲載された。

(4) I. (4)に関連して、各点にループを持つグラフ G の第 2 種 weighted ゼータ関数の行列式を与え、Study 行列を用いた四元数版に拡張して、 G の四元数 Grover walk の時間発展行列の固有値を決定した。論文として、graphs and Combinatorics に掲載された。

(5) グラフ上の 2-tessellable staggered quantum walk と 2 部グラフ上の Szegedy walk の時間発展行列の特性多項式を導き、それらの固有値を決定した。論文として、Yokohama Mathematicak Journal に掲載された。

(6) グラフ上の 2-tessellable staggered quantum walk の時間発展行列の固有ベクトルを決定し、その性質を調べた。論文として、Linear Algebra and its Applications に掲載された。

(7) 2 - 分割量子ウォークを用いて、2 - 分割量子ウォーク、Szegedy walk、2-tessellable staggered quantum walk のユニタリ同値性を示した。論文として、Quantum Inf. Process. に掲載された。

(8) 完全グラフ、完全 2 部グラフ、強正則グラフに対する Grover walk の時間発展行列である Grover 行列の周期を完全に決定した。論文として、Interdisciplinary Information Sciences に掲載された。

III. 整数論のゼータ関数の類似版

(1) 1974 年に、Williams が整数論における Mertens の第 3 定理を拡張した結果のグラフ版を考え、グラフのアーベルの被覆グラフの場合に付いて、Mertens の第 3 定理にタイプする結果を与えた。論文として、Quaternary J. Math. に掲載された。

(2) 1974 年に、Williams が整数論における Mertens の第 3 定理を拡張した結果のグラフ版を考え、グラフの一般の被覆グラフの場合に付いて、Mertens の第 3 定理にタイプする結果を与えた。論文として、Forum Math. に掲載された。

IV. その他のグラフのゼータ関数の応用

- (1) グラフの balanced signed graph を digraph に拡張して、signed digraph が balanced であるための必要十分条件を与えた。また、signed digraph が balanced であるためには、その digraph の伊原ゼータ関数と weighted ゼータ関数が一致することが必要十分条件であることを示した。応用として、強連結 digraph の構造を考察することによって、signed digraph の balanced covering の構造を決定した。論文として、Graphs and Combinatorics に掲載された。
- (2) グラフ G の Kirchhoff index を拡張して、 G の weighted Kirchhoff index を定式化し、 G の第 2 種 weighted ゼータ関数の行列式表示の行列式の $u=1$ における第 2 次微分係数を、 G の weighted Kirchhoff index と weighted complexity を用いて表した。また、この結果を G の regular covering に拡張した。論文として、Linear Algebra and its Applications に掲載された。
- (3) グラフ G の新しい weighted Ihara ゼータ関数、新しい weighted Ihara L -関数を定式化して、 G の regular covering の新しい weighted Ihara ゼータ関数を、 G の新しい weighted Ihara L -関数の積で表した。応用として、non-backtracking random walk に関する Kempton の結果の別証明を与えた。論文として、Linear Algebra and its Applications に掲載された。
- (4) 無秩序な炭素系の電気伝導率について、Ihara ゼータ関数の極の分布を用いて解析した。論文として、Physics Letters A に掲載された。

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 18 件)

- [1] T. Hasegawa, S. Saito and I. Sato, A generalization of a graph theory Mertens' theorem: Galois covering case, Forum Math. 30 (2018), no. 3, 599-615.
- [2] N. Konno, R. Portugal, I. Sato and E. Segawa, Partition-based discrete-time quantum walks, Quantum Inf. Process. 17 (2018), no. 4, Art. 100, 35 pp.
- [3] H. Mitsuhashi, H. Morita and I. Sato, The weighted Kirchhoff index of a graph, Linear Algebra and Its Applications 547 (2018), 1-18.
- [4] N. Konno, Y. Ide and I. Sato, The spectral analysis of the unitary matrix of A 2-tessellable staggered quantum walk on a graph, Linear Algebra and Its Applications 545 (2018), 207-225.
- [5] S. Matsutania and I. Sato, A novel conductivity mechanism of highly disordered carbon systems based on an investigation of graph zeta function, Physics Letters Section A: General, Atomic and Solid State Physics 381(36) (2017), 3107-3111.
- [6] N. Konno, H. Mitsuhashi and I. Sato, Quaternionic Grover walks and zeta function of graphs with loops, Graphs Combin. 33 (2017), no. 6, 1419-1432.
- [7] I. Sato, The matrix-weighted product distance matrix of a tree, Far East Journal of Mathematical Sciences 101(1) (2017), 25-37
- [8] N. Konno, K. Matsue, H. Mitsuhashi and I. Sato, Quaternionic quantum walks of Szegedy type and zeta functions of graphs, Quantum Inf. Comput. 17 (2017), no. 15-16, 1349-1371.
- [9] N. Konno, H. Mitsuhashi and I. Sato, The discrete-time quaternionic quantum walk and the second weighted zeta function on a graph, Special Issue: Quantum Simulation and Quantum Walks, Interdisciplinary Information Sciences 23(2017) no. 1, 9-17.
- [10] Yu. Higuchi, N. Konno, I. Sato and E. Segawa, Periodicity of the discrete-time quantum walk on a finite graph, Special Issue: Quantum Simulation and Quantum Walks, Interdisciplinary Information Sciences 23(2017), 75-86.
- [11] N. Konno, I. Sato and E. Segawa, The spectra of the unitary matrix of a 2-tessellable staggered quantum walk on a graph, Yokohama Mathematical Journal 62 (2016), 51 - 87.
- [12] N. Konno, H. Mitsuhashi and I. Sato, The quaternionic weighted zeta function of a graph, J. Algebraic Combin. 44 (2016), no. 3, 729-755.
- [13] N. Konno, H. Mitsuhashi and I. Sato, The quaternionic second weighted zeta function of a graph and the Study determinant, Linear Algebra Appl. 510 (2016), 92-109.
- [14] I. Sato, A new proof of a formula for the Bartholdi zeta function of a digraph. Graphs Combin. 32 (2016), no. 4, 1571-1583.
- [15] I. Sato, H. Mitsuhashi and H. Morita, A generalized Bartholdi zeta function for a general graph, Linear Multilinear Algebra 64 (2016), no. 5, 991-1008.
- [16] N. Konno, H. Mitsuhashi and I. Sato, The discrete-time quaternionic quantum walk on a graph, Quantum Inf. Process. 15 (2016), no. 2, 651-673.
- [17] Y. Higuchi and I. Sato, A Balanced Signed Digraph, Graphs Combin. 31 (2015), no. 6, 2215-2230.
- [18] T. Hasegawa, S. Saito and I. Sato, A generalization of a graph theory Mertens'

theorem: abelian covering case, Q. J. Math. 66 (2015), no. 3, 809-836.

〔学会発表〕(計 56 件)

- [1] 森田英章, 佐藤巖, 組合せ論的ゼータ関数の「三種の表示」について, 日本数学会代数分科会(東工大), 2019.3.
- [2] 石川彩香, 森田英章, 佐藤巖, 一般の有限有向グラフに対するゼータ関数の伊原表示, 日本数学会代数分科会(東工大), 2019.3
- [3] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, The weighted Kirchhoff index of a graph, 日本数学会応用数学分科会(東工大), 2019.3.
- [4] 佐藤巖, 加田の定理の行列式の性質を用いた証明, MM セミナー(横浜国大), 2019.1.
- [5] 三橋秀生, 今野紀雄, 佐藤巖, 有限グラフ上の四元数 Grover walk の左スペクトルについて, 2018 年度応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2018.12.
- [6] 渡邊扇之介, 福田亜希子, 瀬川悦生, 佐藤 宏平, 佐藤巖, グラフの最大平均閉路重みを不変量とする max-plus ウォーク, 2018 年度応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2018.12.
- [7] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, The weighted Kirchhoff index of a graph, 2018 年度応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2018.12.
- [8] 佐藤巖, 伊原ゼータ関数と量子ウォーク, RIMS 共同研究(公開型)「代数的組合せ論と関連する群と代数の研究」(代表者:大浦 学; 京都大学数理解析研究所), 2018.12.
- [9] 佐藤巖, 今野紀雄, 井手勇介, The spectral analysis of the unitary matrix of a 2-tessellable staggered quantum walk on a graph, 日本数学会応用数学分科会(岡山大学), 2018.9.
- [10] 今野紀雄, 三橋秀生, 佐藤巖, 有限グラフ上の四元数量子ウォークの左固有値について, 日本数学会応用数学分科会(岡山大学), 2018.9.
- [11] 佐藤巖, 今野紀雄, 井手勇介, The spectral analysis of the unitary matrix of a 2-tessellable staggered quantum walk on a graph, 離散数学とその応用研究集会 2018(広島工大), 2018.8.
- [12] 佐藤巖, グラフのゼータ関数と量子ウォーク, 多摩応用数学セミナー, 2018.8.
- [13] 佐藤巖, 伊原ゼータ関数と量子ウォーク, 室蘭工大数理談話会, 2018.8.
- [14] Iwao Sato, Ihara zeta function and quantum walk, Profinite monodromy, Galois representations, and Complex functions RIMS Workshop(organizer: Masanobu Kaneko (Kyushu Univ.); RIMS), 2018.5.
- [15] 佐藤巖, Quaternionic 2-tessellable staggered QW on a graph (四元数拡張した 2-staggered walk の伊原型行列式表示), 軽井沢グラフと解析研究集会, 2018. 2.
- [16] 今野紀雄, 三橋秀生, 佐藤巖, グラフの第 2 種重み付きゼータ関数の四元数化, 応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2017.12. .
- [17] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A new generalized Bartholdi zeta function of a Digraph, 応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2017.12.
- [18] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A new generalized Bartholdi zeta function of a digraph, 第 29 回 位相幾何学的グラフ理論集会(横浜国大), 2017.11.
- [19] 今野紀雄, 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A new weighted Ihara zeta function for a graph, 第 2 回グラフゼータと量子ウォークの諸相研究集会 2017.9.
- [20] 三橋秀生, 今野紀雄, 松江要, 佐藤巖, 有限グラフ上の四元数 Szegedy ウォークと第 2 種重み付きゼータ関数, 日本数学会応用数学分科会, 2017.9.
- [21] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A generalized Bartholdi zeta function of a graph, 日本数学会応用数学分科会, 2017.9.
- [22] 今野紀雄, R.Portugal, 佐藤巖, 瀬川悦生, Partition-based quantum walk, 日本数学会応用数学分科会, 2017.9.
- [23] 佐藤巖, グラフゼータから、量子ウォークへ, 第 5 回 Yokohama Workshop on Quantum Walks(神奈川大学), 2017.9.
- [24] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A weighted generalized Bartholdi zeta function of a digraph, 5 th Pacific Workshop on Discrete Mathematics -土屋先生還暦記念研究集会-, 2017.8.
- [25] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A weighted generalized Bartholdi zeta function of a digraph, Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA-2017)・ 離散数学とその応用研究集会 2017(熊本大学), 2017. 8.
- [26] 三橋秀生, 今野紀雄, 松江要, 佐藤巖, Quaternionic quantum walks of Szegedy type and zeta functions of graphs, Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA-2017)・ 離散数学とその応用研究集会 2017(熊本大学), 2017.8.
- [27] 佐藤巖, グラフのゼータ関数の行列式表示とその応用, 名古屋組合せ論セミナー(愛知県立大学), 2017.7.
- [28] 三橋秀生, 今野紀雄, 佐藤巖, 有限グラフの第 2 種四元数重み付きゼータ関数, 日本数学会応用数学分科会, 2017.3.
- [29] 佐藤巖, 今野紀雄, 瀬川悦生, Szegedy walk と staggered QW の時間発展行列の固有値,

日本数学会応用数学分科会, 2017.3.

- [30] 佐藤 巖, A new generalized Bartholdi zeta function for a digraph, 2017 年 軽井沢グラフと解析研究集会(招待講演), 2017.2.
- [31] 佐藤 巖, 「量子ウォークとグラフのゼータ関数」, 研究集会「新たな数理科学の可能性に向けて - IoT・人工知能・量子ウォークとその周辺 -」(横浜国大), 2016.12.
- [32] 三橋秀生, 今野紀雄, 佐藤巖, 四元数重み付きグラフのゼータ関数と四元数行列式, 応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2016.12.
- [33] 今野紀雄, 佐藤巖, 瀬川悦生, Szegedy walk と staggered QW の時間発展行列の固有値, 応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2016.12.
- [34] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A generalized Bartholdi zeta function of a graph 第 28 回 位相幾何学的グラフ理論集会(横浜国大), 2016.11.
- [35] N. Konno, I. Sato and E. Segawa, The characteristic polynomial of the unitary matrix of a 2-tessellable staggered quantum walk on a graph, 4th-Yokohama Workshop on Quantum Walks(Yokohama National University), 2016.10.
- [36] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A matrix-weighted zeta function of a graph, 日本数学会応用数学分科会, 2016.9.
- [37] 佐藤巖, グラフのゼータ関数と量子ウォーク, 第 31 回関西多重ゼータ研究会, 2016.9.
- [38] 今野 紀雄, 佐藤巖, 森田英章, Grover 行列の trace formula, 「グラフゼータと量子ウォークの諸相」研究集会, 2016.8.
- [39] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A matrix-weighted zeta function of a graph, 離散数学とその応用研究集会 2016, 2016.8.
- [40] 佐藤巖, Szegedy ウォーク, SQW の時間発展行列の特性多項式, 横浜国立大学今野研究室セミナー, 2016.7.
- [41] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A matrix-weighted zeta function of a graph, 第 33 回代数的組合せ論シンポジウム(滋賀大), 2016.6.
- [42] 佐藤巖, 2-tessellable staggered quantum walks on graphs, 横浜国立大学今野研究室セミナー, 2016.6.
- [43] I. Sato, H. Mitsuhashi and H. Morita, A matrix-weighted zeta function of a graph, The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications (JCCA 2016)), 2016.5.
- [44] 佐藤巖, グラフ上の staggered quantum walk, 横浜国立大学今野研究室セミナー, 2016.5
- [45] 佐藤巖, 瀬川悦生, 松江要, 単体的複体のゼータ関数, 日本数学会応用数学分科会, 2016.3.
- [46] 佐藤巖, modified zeta function の trace formula, 横浜国立大学今野研究室セミナー, 2016.2.
- [47] 佐藤巖, 瀬川悦生, 松江要, 単体的複体のゼータ関数, 研究会「直観幾何学」(熊本大学), 2016.2.
- [48] 今野紀雄, 三橋秀生, 佐藤巖, 有限グラフ上の離散時間四元数量子ウォークと第 2 種重み付きゼータ関数, 応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2015.12.
- [49] 佐藤巖, 瀬川悦生, 松江要, 単体的複体のゼータ関数, 応用数学合同研究集会(龍谷大学), 2015.12.
- [50] 佐藤巖, Zeta function of a graph and its applications, スペクトラルグラフ理論および周辺領域 第 4 回研究集会(筑波大), 2015.11.
- [51] 佐藤巖, 瀬川悦生, 松江要, 2 次元単体的複体のゼータ関数, 第 27 回位相幾何学的グラフ理論研究集会(横浜国大), 2015.11.
- [52] Yu. Higuchi, N. Konno, I. Sato and E. Segawa, A remark on zeta functions of finite graphs via quantum walks, Workshop of Quantum Simulation and Quantum Walks 2015 November 16th - 18th, 2015(Yokohama National University), 2015.11.
- [53] I. Sato, H. Mitsuhashi and H. Morita, A new determinant expression for the weighted Bartholdi zeta function of a digraph, Japan-Sino Symposium(Tokyo University of Science), 2015.11.
- [54] 三橋秀生, 今野紀雄, 佐藤巖, 有限グラフ上の離散時間四元数量子ウォーク, 日本数学会応用数学分科会, 2015.9.
- [55] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A new determinant expression for the weighted Bartholdi zeta function of a digraph, 日本数学会応用数学分科会, 2015.9.
- [56] 佐藤巖, 三橋秀生, 森田英章, A new determinant expression for the weighted Bartholdi zeta function of a digraph, 離散数学とその応用研究集会 2015(熊本大学), 2015.8.

[図書](計 0 件)

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。