

令和 2 年 5 月 31 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2015～2019

課題番号：15K04998

研究課題名（和文）量子論における同時操作不可能性の数理的研究

研究課題名（英文）Mathematical study on quantum incompatibility

研究代表者

宮寺 隆之（Miyadera, Takayuki）

京都大学・工学研究科・准教授

研究者番号：50339123

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000円

研究成果の概要（和文）：量子論における同時操作不可能性について主に構造論的側面に焦点をあて研究を行った。その結果、物理量空間と量子チャネル空間に自然な順序構造が導入され、物理量と量子チャネルの同時操作不可能性がそれにより極めて簡単な形で表現されることがわかった。この議論は量子チャネルどうしの同時操作不可能性にも拡張された。また、部分集合どうしの対応を考えることにより、自然にガロア接続の概念が導入された。他に、同時操作可能な操作の組が凸集合をなしているという点からウィットネスという同時操作不可能性の判定法が存在することを示した。また同時操作不可能性の応用として量子参照系の議論も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

位置と運動量が同時に測定できないという不確定性関係は量子論において最も長い歴史をもつにもかかわらず、いまだにその定式化においてすら混乱が見られ、その全貌は解き明かされていません。この定式化を数学的に操作論的に満たすのいく形で行い、また位置と運動量の測定にとどまらず一般的な操作にまで概念を拡張したものが同時操作不可能性です。この研究では、同時操作不可能性について、その根本的な理由を探るべく構造論的観点から調べました。また、この概念がどのように応用されるかについても調べました。これは量子情報など「役に立つもの」への応用につながるものと考えています。

研究成果の概要（英文）：We studied quantum incompatibility with focus on its structural aspect. We showed that order relations in observable space and quantum channel space are naturally introduced and the incompatibility is represented in a simple way by using these relations. The argument was extended to the incompatibility between quantum channels. In addition, we generalized the notion so that compatibility between subsets can be treated. For a given subset in the observable space, we have a subset in the channel space such that each element in this channel space is compatible with every element in the observable subset. This treatment naturally introduced the Galois connection, whose closure is shown to have an operational interpretation. We also studied the incompatibility witness whose existence is derived from the convex structure of the set of all compatible pairs. As applications of the quantum incompatibility, we investigated the quantum reference frame and obtained some quantitative bounds.

研究分野：量子論基礎

キーワード：量子論基礎 量子情報 量子確率 量子測定

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

「位置と運動量は同時に測定できない。」このハイゼンベルクの粒子の位置と運動量に関する洞察は、その後、物理系を問わず「複数の物理量が同時測定できないこと」と一般化され、不確定性関係と呼ばれている。この同時測定不可能性は量子論を操作論的に特徴づける最もシンプルな性質である。現在に至るまで、どのような組の物理量が（近似的に）同時測定可能かを探る研究は量子測定理論における中心的な話題である。ところで、測定過程の議論では（古典的な測定値の出力を表す）物理量だけではなく、測定後の量子状態を与える状態変化（量子チャンネル）も重要な要素である（図1）。この物理量と量子チャンネルは独立ではなく、より「多くの情報が得られる」物理量を測定した場合には、測定後の量子状態は、より「大きく乱れる」。この関係は情報攪乱関係と呼ばれ、量子暗号における安全性証明では本質的な役割を果たしており、これまで主に定量的な観点から盛んな研究が行われてきた。さらに、物理量を導入せずに議論する場合には、量子チャンネル間の関係としてコピー不可能性定理（とその定量的表現）が、情報攪乱定理に代わり重要となる。これは送信者(Alice)と盗聴者(Eve)の間の量子チャンネルが、より「クリーンな」ものであった場合には、Alice と受信者(Bob)の間の量子チャンネルはより「乱れる」ことを表している。

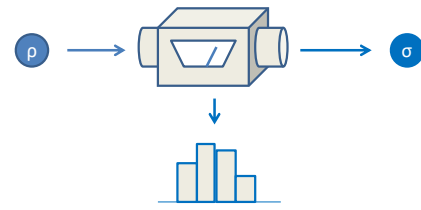


図1：測定過程における物理量と量子チャンネル

これらの議論の共通点は、量子論においては複数の操作が共存可能ではない場合があるということである。不確定性関係の場合には物理量 A と物理量 B、情報攪乱関係の場合には物理量と量子チャンネル、コピー不可能性定理の場合には量子チャンネル C と量子チャンネル D が、この操作にあたる。我々(Heinosaari-Miyadera-Reitzner)は、この概念を compatibility と定義した。ここでは、これを同時操作可能性と訳す。研究開始当初は、この同時操作可能性の概念についてコミュニティの関心が高まった時期にあたり、特にいくつかの各論的な研究を経て、より構造的な観点が求められていた。

2. 研究の目的

前項目1で記述した研究背景を踏まえ、この同時操作不可能性を生み出す構造は何かを探ることを目的としていた。特に、以下の点などが大きなテーマであった。(1) 物理量のなす空間と量子チャンネルのなす空間の順序構造に着目し、それぞれの空間の構造とともに、空間どうしの相互関係を調べる。(2) 応用研究への展開として同時操作不可能性の量子情報におけるプロトコルへの利用可能性についても調査を行う。

3. 研究の方法

本研究は紙と鉛筆を用いた純粋な理論的研究の方法を用いている。具体的には、作用素論や順序集合論、また凸集合論などの手法を援用した。ヨーロッパ在住の共同研究者たちとの議論が重要であり、日常的な電子メールのやり取りや skype などによる議論に加え、渡欧や招へいも合わせて年に数度行った。実際に顔を合わせて議論することにより、新たな問題が提起され、またその現状についての共通認識が生まれ、その後、個別に計算などを行うことにより問題の解決が図られるということが多かった。

4. 研究成果

(1) 操作空間における順序関係に基づく同時操作不可能性の構造論的研究

2013年に Teiko Heinosaari 氏と宮寺は物理量空間と量子チャンネル空間にそれぞれ古典的事後粗視化と量子的粗視化を用いた順序関係を導入すると、物理量と量子チャンネルの同時操作可能性が極めて単純な形で表されることを発見した。具体的には、与えられた物理量に対して、これと同時操作可能な量子チャンネルの集合を考えたときに、この集合は最大元（最も粗くないもの）を持つという主イデアルの構造をもっているという結果である。これを構造論的情報攪乱定理と以下では呼ぶことにする。この研究を出発点として、物理量空間と量子チャンネル空間の構造をより詳しく調べることで、この結果の与える物理的・操作論的帰結の探求、および上記結果の一般化などの研究が行われた。2015年には、Heinosaari 氏と宮寺によって、この構造論的情報攪乱定理の興味深い応用として、逐次測定の問題が考えられた。その結果、与えられた物理量 A に対して、それと同時操作可能な量子チャンネルのうち最大のものは、同時測定可能な物理量を犠牲にしないということがわかった。すなわち、その量子チャンネルを用いた測定を行うと、その後適切な測定を行えば、元の物理量 A と同時測定可能であった物理量の情報が引き出せるということである。注目すべき点は、これがたった一つの量子チャンネルで実現されるという普遍性をもつことである。（前もって、事後に測定したい物理量を知っておく必要がない。）この結果からわかるように、この量子チャンネルの最大元は操作論的にも重要な性質を持っている。2018年に Erkkka Haapasalo 氏を加えて行った研究は、まさにこの特別な量子チャンネルに関する構造を

詳しく調べたものである。この量子チャネルは一般的に出力空間の次元が入力次元より大きくなるが、この次元についての最小値をここでは求めた。また、2017年にはHeinosaari氏と宮寺で、上記の理論の、量子チャネルどうしの同時操作不可能性理論への拡張を行った。これにより、これまでの構造論的情報攪乱定理はより一般的枠組みの中で自然にあらわれることがわかった。2019年には、一つの物理量と同時操作可能な量子チャネル全体を考えるという思想をさらに発展させ、与えられた物理量の集合に対して、その全てと同時操作可能な量子チャネル全体を考え、またさらに与えられた量子チャネルの集合に対して、その全てと同時操作可能な物理量全体を考えるという一種の圏論的取り扱いを行える理論を考案した。この研究は、Heinosaari氏に加え、二人のイタリア人共同研究者、Claudio Carmeli氏とAlessandro Toigo氏と共に行ったものである。それによれば、全体構造の記述に自然にガロア接続(図2)の概念が登場する。このとき、ガロア接続の理論において重要な閉包には操作論的な意味付けが存在することもわかる。この閉包についてのいくつかの特徴づけも行われた。

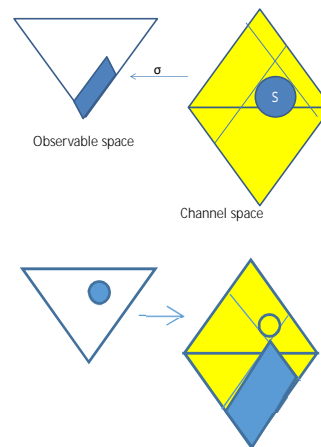


図2 ガロア接続

また、博士課程に在籍していた濱村一航氏との共同研究で、粗視化とは異なる順序構造を物理量空間と量子チャネル空間に導入し、その新たな順序構造に関して同時操作可能性はどのように表現されるかという新たな問題にも取り組んだ。この研究においては、具体的には擾乱を受けない物理量のなす集合に着目し、その大小で量子チャネルの擾乱性を特徴づけ、また識別可能な状態のなす集合に着目し、やはりその大小で物理量の情報量を特徴づけた。その結果、このように導入した順序構造においても一定の情報攪乱定理が成り立つことが示された。

(2) 同時操作不可能性の応用的研究

同時操作不可能性の応用的研究として重点的に取り組んだものに、quantum reference frameの研究がある。例えば粒子の位置を議論することを考えよう。このとき、この粒子の記述の外に我々は固定された座標系の存在を暗黙に仮定している。ところが、この座標系もやはり物理系であるはずである。すると、この座標系も究極的には量子論で記述されなければならないことがわかる。例えば、もう一つの量子論的粒子をもってきて、これを「座標系」(reference frame)とするときには、いわゆる相対位置が対象とする粒子の「位置」と呼ばれるものになる。この際、座標系の役割を果たす粒子は強く局在していなければならない。(さもないと、相対位置は大きくばやけてしまう。)このような量子的な座標系にあたるものを扱う分野が quantum reference frameの研究である。Leon Loveridge氏とPaul Busch氏と宮寺は共同でこの研究に従事してきたが、我々のアプローチで本質的役割を果たすのは対称性である。すなわち、系と座標系にはある群が作用し、物理量として許されるのはその群について不変なものだけであるという Ansatzをおき、それに基づいて矛盾のない理論が構築できるかを調べることに注力した。このとき、座標系の量子状態は群作用について鋭敏に変化するものでなければならないことが導かれる。ところが、この鋭敏性は座標系をなす量子系のサイズによって制限されることが、同時操作不可能性の議論を応用することによって導かれる。この制限について綿密に調査を行ったのが、2016年の論文であった。また、2017年と2018年にはこの議論について、より多くの例をあげながら、またいわゆる超選択測や Wigner-Araki-Yanase の定理とのつながりについても議論を深める論文を出版した。2019年に、Loveridge氏と宮寺は、我々のアプローチをいわゆる「時間の問題」にも適用し、既存の解法とは異なる議論を提案している。

また、2016年に、宮寺は量子測定にかかる時間とエネルギーの関係を議論し、新しい限界式を求めることに成功した。ここでは、いわゆる Mandelstam-Tamm の不確定性関係と同時操作不可能性の議論が中心的な役割を果たしている(図3)

他の応用としては、量子コンピュータへの応用を Mikko Tukiainen氏とTeiko Heinosaari氏と共同で行い(2017年) また量子状態伝送への応用を Rebecca Ronke氏, Maria Estarellas氏, Irene D'Amico氏, Timothy Spiller氏と共同で行った(2016年)。

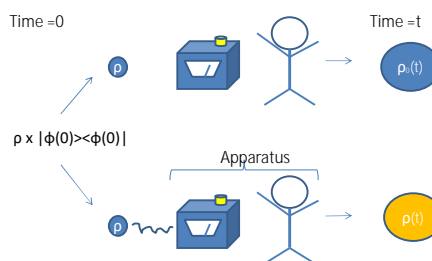


図3 : 時間とエネルギーの不確定性関係に向けて

(3) 同時操作可能な操作の組が凸集合であることを用いた構造論的研究

当初想定していなかったが実際に行った研究に、同時操作可能な操作の組が凸集合をなすことを用

いたいわゆる Incompatibility Witness がある。これは、Heinosaari 氏、Carmeli 氏、Toigo 氏との共同で行った。この研究においては、きわめて一般的に量子チャネル間の同時操作可能性を
あつかい、Witness の存在とその操作論的意味付け、そしていくつかの具体例をあげることに成功した。

(4) 同時操作不可能性という概念の普及に向けて

2016年に、Heinosaari 氏、Mario Ziman 氏と共同で、同時操作不可能性に関するレビュー論文を出版した。本論文は、この概念の普及に役立ち、その後も多くの引用を受けている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 14件 / うち国際共著 11件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Ikko Hamamura, Takayuki Miyadera	4. 巻 60
2. 論文標題 Relation between the state distinction power and disturbance in quantum measurements	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 82103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1063/1.5109446	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Claudio Carmeli, Teiko Heinosaari, Takayuki Miyadera, Alessandro Toigo	4. 巻 60
2. 論文標題 Witnessing incompatibility of quantum channels	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 122202
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1063/1.5126496	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Leon Loveridge, Takayuki Miyadera	4. 巻 49
2. 論文標題 Relative Quantum Time	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Foundations of Physics	6. 最初と最後の頁 549-560
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/s10701-019-00268-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Claudio Carmeli, Teiko Heinosaari, Takayuki Miyadera, Alessandro Toigo	4. 巻 49
2. 論文標題 Noise-Disturbance Relation and the Galois Connection of Quantum Measurements	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Foundations of Physics	6. 最初と最後の頁 492-505
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/s10701-019-00255-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Erkka Haapasalo, Teiko Heinosaari, Takayuki Miyadera	4. 巻 59
2. 論文標題 The unavoidable information flow to environment in quantum measurements	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 82106
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.5029399	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 L. Loveridge, P. Busch, T. Miyadera	4. 巻 117
2. 論文標題 Relativity of quantum states and observables	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Europhysics Letters	6. 最初と最後の頁 40004-1-40004-5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1209/0295-5075/117/40004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Leon Loveridge, Takayuki Miyadera, Paul Busch	4. 巻 48
2. 論文標題 Symmetry, Reference Frames, and Relational Quantities in Quantum Mechanics	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Foundations of Physics	6. 最初と最後の頁 135-198
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10701-018-0138-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Miyadera	4. 巻 46
2. 論文標題 Energy-time uncertainty relations in quantum measurements	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Foundations of Physics	6. 最初と最後の頁 1 1522-1550
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10701-016-0027-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 R. Ronke, M.P. Estarellas, I. D'Amico, T.P. Spiller, T. Miyadera	4. 巻 70
2. 論文標題 Anderson localisation in spin chains for perfect state transfer	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 The European Physical Journal D	6. 最初と最後の頁 189:1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1140/epjd/e2016-60665-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 T.Heinosaari, T.Miyadera	4. 巻 50
2. 論文標題 Incompatibility of quantum channels	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Physics A	6. 最初と最後の頁 135302:1-15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/aa5f6b	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T.Heinosaari, T.Miyadera, M.Tukiainen	4. 巻 16
2. 論文標題 Limitations on post-processing assisted quantum programming	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Quantum Information Processing	6. 最初と最後の頁 85:1-15
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11128-017-1541-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Teiko Heinosaari, Takayuki Miyadera, Mario Ziman	4. 巻 49
2. 論文標題 An Invitation to Quantum Incompatibility	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 123001-1 - 34
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8113/49/12/123001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Takayuki Miyadera, Leon Loveridge, Paul Busch	4. 巻 49
2. 論文標題 Approximating relational observables by absolute quantities: a quantum accuracy-size trade-off	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 185301-1 - 17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8113/49/18/185301	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Masakazu Yoshida, Gen Kimura, Takayuki Miyadera, Hideki Imai, Jun Cheng	4. 巻 91
2. 論文標題 Solution to the mean king's problem using quantum error-correcting codes	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 052326-1 - 6
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevA.91.052326	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計1件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 T. Miyadera
2. 発表標題 A view from foundation of quantum theory
3. 学会等名 The 1st workshop on quantum cognition (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

https://miyaderatakayuki.wixsite.com/home

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----