

令和 2 年 6 月 8 日現在

機関番号：17104

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2019

課題番号：15K05004

研究課題名(和文) ノンシリアル動的計画の新展開

研究課題名(英文) New development of nonserial dynamic programming

研究代表者

藤田 敏治 (Fujita, Toshiharu)

九州工業大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号：60295003

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：多段決定過程問題としてノンシリアル動的計画の基本モデルを新たに構築した。そこでは、システムにおける状態の遷移がノンシリアル(非直線的)であるところの分岐型推移システム、合流型推移システム、そして分岐・再合流型推移システムが扱われており、様々な状態遷移を持つ問題への多段決定過程構造適用を容易にしている。また、動的計画法と呼ばれる数値計画の手法を用いることにより解法としての最適方程式(再帰式)を導き出した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、分岐や合流あるいはその組み合わせ等で表現される複雑な流れを持つ問題を数理的にとらえ、数値モデルとして正確に解決するための新たな枠組みを構築しており、再帰的なすなわち計算機での求解に適した解法を与えている。また、本研究の位置づけは、これまでにない新しい概念の提起とその基礎理論の構築であり、今後の展開として、幅広い発展的研究や実問題への応用なども大いに期待される。

研究成果の概要(英文)：In this study, we introduced new basic frameworks for nonserial dynamic programming. Our new models are formulated as multi-stage decision processes with nonserial transition systems (Diverging Branch Systems, Converging Branch Systems and Loop Systems). We derive recursive equations for each model by a dynamic programming approach. Our new frameworks enable easier treatment of various classes of multi-stage decision processes with complex transition systems.

研究分野：計画数学

キーワード：動的計画 ノンシリアル推移 多段決定過程 最適方程式

1. 研究開始当初の背景

多段決定過程問題に対する解法の中核をなすものとして動的計画法(以下 DP)がある。DP とは、最適性の原理をその基本原理とし、Bellman 方程式(最適方程式、再帰式)により様々な問題の求解を実現する枠組みである。DP の理論は R. E. Bellman ([1]) により提案され、理学、工学はもとより、経済学なども含め非常に幅広い分野において研究・応用がなされてきた。特に我々は、評価系・制約部の拡張([4,7])および非決定性推移の導入([3])、そして全く新しい決定過程の枠組み([5])、それらに伴う政策概念の拡大([2])など、斬新かつ重要な決定過程モデルや概念、およびそれらに対する解法を提案し続けてきた経緯があり、DP の無限の可能性を強く感じている。

こうした中、某企業との共同研究において遭遇した問題をきっかけに、相互依存型決定過程の概念を誕生させたのは、研究開始の幾年か前のことであった。この決定過程モデルは、従来の枠組みでうまく取り扱うことのできなかった問題を、2つ以上の型の決定過程を再帰的に組み合わせることにより、うまく表現することに成功した。モデルの概略は以下のとおりである。ただし、簡単のため2つの決定過程による場合を挙げる。

- ・第1の決定過程において、各期における利得関数値は、自身とは異なる第2の決定過程の最適値の関数として定まる。
- ・(同様に)第2の決定過程の利得関数値は、第1の決定過程と同型の決定過程の最適値の関数として定まる。
- ・利得関数を通して再帰的に現れる全過程を通して有限期間での終了を仮定するとき、本モデルに対する再帰式は2種類の型の再帰式が互いに絡み合った再帰式として与えられる。

この種の状態推移と評価方法を用いることにより、問題自体の持つある種の再帰的な複雑さを、すっきりと扱うことが可能となった。その応用として、たまご落とし問題と称される落下試験回数最適化や多角形による多面体構成可能性問題を扱った。

また一方で、状態推移の構造としては、従来からノンシリアル動的計画([8])というものが知られている。これは、簡単に言えば、状態の推移が1直線ではないものの総称である。すなわち、相互依存型決定過程は、状態推移の観点からはノンシリアル動的計画の特殊な場合と解釈できる。まさしくこの事実が本研究課題へ至ったきっかけとなった。というのも、以前我々が提案した非決定性動的計画もノンシリアル動的計画の特殊な場合と解釈でき、また、直近に遭遇した問題にも、相互依存型決定過程をさらに発展させた(場合によっては異なる)考え方が必要と感じはじめていたのである。すなわち、これまで詳しく議論されてこなかったノンシリアルな状態推移の下での様々なモデルが、必要とされていたのである。

2. 研究の目的

本研究の目的は、研究課題「相互依存型決定過程の創出」(挑戦的萌芽, H23~H25)で創り出した新たな決定過程のモデルをさらに発展させ、より大きな枠組みとしてのノンシリアル動的計画を展開することである。ノンシリアル動的計画自体は Nemhauser ([7]) により提案されたもので、従来から概念的には存在していたが、本研究において、現実の問題へ適用可能な整備された手法として新しく生まれ変わらせる。具体的には、ノンシリアル動的計画で規定されている各状態推移システムに対し、決定過程問題としての一般的な定式化を新たに与え、動的計画法による再帰的解法を導出するのである。

また、ノンシリアル動的計画を利用することで「折り紙ユニットによる凸多面体作成問題」が扱えることから、この成果をもとに、地域子供向けの理数教室、あるいは高校生向けの出前講義等を実施する。身近で人気のある折り紙関連の科学教室を通して、子供たちの数学リテラシーを向上させるとともに、数学研究を広く知らしめること、そして将来を担うであろう理科系を志す人材のすそ野を広げる活動を行う。

3. 研究の方法

ノンシリアル動的計画は、その状態推移の構造に特徴があり、推移構造が4つの型に分類されている。それらは、分岐型推移システム(Diverging Branch Systems)、合流型推移システム(Converging Branch Systems)、そして分岐・再合流型推移システム2種(Feedforward Loop Systems, Feedback Loop Systems)の推移構造である。

研究期間の初期には、おもに分岐型推移システムに関する研究を発展させる。分岐型推移とは、各期において、各状態から一般に複数の状態へ同時に推移していくものである。このツリー状に枝分かれしていく推移のイメージは、ある意味で確率的推移の一般化とも解釈できるが、確率的と限らないこの推移を持つモデルが多く応用を持つことは、これまでの研究でも示してきた。そして、研究課題「相互依存型決定過程の創出」(挑戦的萌芽, H23~H25)で扱ったモデルもま

た、この種の推移と解釈される。この成果を発展させ、非決定性動的計画も合わせて、ノンシリアル動的計画の立場から分岐型推移システム上の決定過程問題として再考する。

中期においては、合流型推移システムをもつ決定過程問題に関する研究を実施する。合流型推移とは、複数の初期状態からはじまり、推移の途中で合流を繰り返し、最後は一つの終了状態に達するものである。この種の問題は、これまでに（少なくとも厳密には）扱われたことがないので、定式化自体の工夫も要する。動的計画法の適用を考えていくのだが、問題のもつ再帰的構造をどのように抽出するか、部分問題の構築法や解構造にも注意を払いながら考察する。

そして、研究期間終盤では、分岐型推移を持つモデルと合流型推移を持つモデルにおいて得られた知見をもとに、分岐後再合流型モデルについて考え、ノンシリアル動的計画の基礎を構築する。また、確率環境下の問題へも発展させ、動的計画法による解法について探究する。

4. 研究成果

多段決定過程の立場からノンシリアル動的計画を新たに展開すべく、以下の成果を得た。

(1) 分岐型推移を持つ決定過程モデルについて

以前の研究において、分岐型推移を持つ決定過程モデルとして、（単純分岐型の）非決定性動的計画モデルと相互依存型決定過程モデルを提案してきたが、両者をもとに考察を深め、相互依存型決定過程についてこれまでの結果を整理するとともに新たな展開を得た。

実際、ある種の再帰的構造を持つ問題が、1ステージの相互依存型決定過程モデルによりうまく扱えることを示した（相互依存型決定過程 - 1ステージモデル - , 京大数理研講究録 1990, 2016.4）。具体例として、従来、非決定性動的計画の枠組みで定式化していた完全情報組合せゲームの必勝法を求める問題を再考し、1ステージ相互依存型決定過程モデルを適用することにより、より自然に、そして数値計算面においてもより効果的な扱いが可能となることを示した（Sure Way to Win a Game Using a Mutually Dependent Decision Process Model, JORSJ, 2017.4）。

また、新規の問題として、折り紙ユニットにより構成される立体の同型判定問題について考察した結果、この問題の持つ2重再帰的な探索の仕組みが、1ステージ相互依存型決定過程モデルで効率的に表現できることが分かった（折り紙ユニットで構成可能な凸多面体の合同判定, 京大数理研講究録 2044, 2017.9）。この成果をもとにした計算機上での数値計算により、一定数の折り紙ユニットで構成可能な凸多面体の実質的な数の特定を、大幅に進めることができた。現状で、正方ユニットと呼ばれるものについて15個まで、そして三角ユニットについては10個まで構成可能な凸多面体数が特定されている。

また、確率的推移を考えた際には、1ステージの相互依存型決定過程モデルとしてのマルコフゲームの枠組みにより、野球における打順最適化問題に対する結果も得た（A dynamic programming algorithm for optimizing baseball strategies, JORSJ, 2019.4）。

(2) 合流型推移を持つ決定過程モデルについて

これまで、陽に扱われることがなかった合流型決定過程問題を新規に定式化し、再帰的構造について解析した。そして動的計画法による再帰式を与えた（合流型推移をもつ決定過程について, 京大数理研講究録 2078, 2018.7）。さらに、多様なモデルに対応すべく3通りの部分問題構成法に基づく再帰式を導き出した（Three Recursive Approaches for Decision Processes with a Converging Branch System, Bull. Kyushu Inst. Tech., 65, 2018.3）。なお、問題の種類にも依存するが、解法の比較検討から、一般には後ろ向きの構成方法で1状態分ずつ部分問題を拡大していく手法が計算量の観点からも有力と判断した。そして（状態推移図を終端状態を根とするツリーと見た場合の）「深さ優先」と「幅優先」の2つの構成順序に対する結果を得た後、より一般の場合、すなわち任意の順序で1状態分ずつ部分問題を拡大していく場合の部分問題構成法と再帰式導出に成功した。これにより、与えられた問題に関する情報が十分に得られれば、最適な構成順序で部分問題を構成することも可能となった。

また、確率的推移を持つ場合についても詳細に解析した。合流型推移をもつ決定過程を確率的推移システム上で考えた問題に対しては、通常の決定過程とは挙動が異なり、部分問題を順に構成した際、新たに確率変数化する状態変数が存在する場合とそうでない場合が生じた。この種の部分問題の厳密な定式化に際しては、記法を工夫することで統一的に表現することを可能とし、部分問題構成のアルゴリズムを与えた。そして、再帰式（こちらは場合分けが必要）を導き出した。

(3) 分岐・再合流型推移を持つ決定過程モデルについて

分岐型推移を持つ決定過程モデルと合流型推移を持つ決定過程モデルに対するここまでの結果を組み合わせることで、その混合型である分岐・再合流型推移を持つ問題に対する定式化自体は容易に実現した。また、動的計画の適用については、部分問題の構成法等に一部固有の問題があったものの、注意深く観察した結果、合流型決定過程の結果を改良することで、最適方程式による再帰的解法を実現することに成功した。ここでの結果は、現時点において学会等での発

表のみだが、今年度中の学術雑誌への投稿を予定している。いずれにせよ、ここまでの成果により、多段決定過程としてのノンシリアル動的計画の基本的概念とモデル構築の枠組みを与え、典型的な部分問題構成法と再帰的解法導出の基礎を与えることができたと考える。

本研究で扱ったノンシリアル動的計画は、それ自体が新しいものというわけではないが、従来は状態推移の型のみを極めて大雑把に規定するだけのものであった。当時も、問題によっては、この一般的な状態推移が必要であるとの認識は持たれていたものの、現在に至るまで、この状態推移の下での問題構造や評価方法などに関する具体的かつ厳密な扱いについては、ほとんど議論がなされていない。これはおそらく、常日頃から我々が認識している問題点 動的計画法に関する研究が抱えている問題点 に起因している。実際、動的計画問題に一般形というものは存在せず、そのためか少なくない研究において、動的計画法は問題の定式化から再帰的解法の導出が厳密に議論されないまま利用されている。「動的計画法を用いると」を枕詞にしてアナロジーに頼った結果のみを記して利用している場合が少なくないのである。素直な単調性をもつ加法型評価の問題などであれば支障はないとも思われるが、そうでない場合、アナロジーに頼った議論は極めて危険である。事実、過去の研究において、この点を指摘したもの([6])もある。我々のこれまでの研究における主たるモチベーションは、こういった問題点を解決し、安心して動的計画法を応用できるようにすることである。そのために、種々の推移法則や評価関数について議論し、また、最適解の厳密な表現について結果を与えてきた。世界中を見渡しても、この種の問題意識を強く持って研究している例は少ない。そして本研究は、ノンシリアルな状態推移の下で新たに決定過程の枠組みを構築し解法を与えることで、複雑な構造を持つより多くの問題に対して、動的計画法による正確な扱いを可能とする。また、新しい基本的概念・枠組みの提起であり、これをもとにした発展的研究や応用研究も大いに期待される。

なお、折り紙立体に関する結果は、本学の出前講義や地元科学館で実施した折り紙立体作成講座等でも紹介し、研究期間中計26回(小学生向：16回，中学生向：3回，高校生向：7回)において小中高校生の数学(算数)への興味関心を高めることに貢献した。

引用文献

- [1] Dynamic Programming, R.E. Bellman, NJ: Princeton Univ. Press, 1957
- [2] On Policy Classes in Dynamic Programming Theory, T. Fujita, Proceedings of 9th Bellman Continuum, 2, 39-43, 2002
- [3] A Nondeterministic Dynamic Programming Model, T. Fujita, T. Ueno and S. Iwamoto, Proceedings of KES2004, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 3214, 1208-1214, 2004, Springer-Verlag
- [4] Deterministic Decision Process under Range Constraint Through all Stages, Toshiharu Fujita, Proceedings of Modeling Decisions for Artificial Intelligence 2008 (CD-ROM), 60-70, 2008
- [5] Associative Criteria in Mutually Dependent Markov Decision Processes, T. Fujita, Proceedings of IIAI International Conference on Advanced Applied Informatics, 147-150, 2014
- [6] Stochastic Decision-making in a Fuzzy Environment, S. Iwamoto and T. Fujita, Journal of the Operations Research Society of Japan, 38(4), 467-482, 1995
- [7] Controlled Markov Chains with Utility Functions, S. Iwamoto, T. Ueno and T. Fujita, Markov Process and Controlled Markov Chains, Chap.8, 135-148, 2002, Kluwer
- [8] Introduction to Dynamic Programming, G. L. Nemhauser, Wiley, New York, 1966

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 2件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 11件）

1. 著者名 藤田敏治	4. 巻 -
2. 論文標題 合流型の確率的推移をもつ決定過程問題について	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Seiichi Iwamoto, Yutaka Kimura and Toshiharu Fujita	4. 巻 67
2. 論文標題 On Complementary Duals --- Both Fixed Points ---	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Bulletin of the Kyushu Institute of Technology. Pure and applied mathematics	6. 最初と最後の頁 1-28
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 藤田敏治, 才川 尚輝	4. 巻 2078
2. 論文標題 合流型推移をもつ決定過程について	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 250-256
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Akifumi Kira, Keisuke Inakawa and Toshiharu Fujita	4. 巻 64
2. 論文標題 A dynamic programming algorithm for optimizing baseball strategies	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of the Operations Research Society of Japan	6. 最初と最後の頁 64-82
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） https://doi.org/10.15807/jorsj.62.64	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 藤田敏治	4. 巻 2126
2. 論文標題 折り紙ユニットによる凸多面体構成問題について 実現可能な展開図の列挙	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 106-115
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiharu Fujita	4. 巻 60
2. 論文標題 Sure Way to Win a Game Using a Mutually Dependent Decision Process Model	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of the Operations Research Society of Japan	6. 最初と最後の頁 110-121
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.15807/jorsj.60.110	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 藤田敏治	4. 巻 2044
2. 論文標題 折り紙ユニットで構成可能な凸多面体の合同判定	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 182-192
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiharu Fujita	4. 巻 65
2. 論文標題 Three Recursive Approaches for Decision Processes with a Converging Branch System	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Bulletin of the Kyushu Institute of Technology. Pure and applied mathematics	6. 最初と最後の頁 1-21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 藤田敏治	4. 巻 1990
2. 論文標題 相互依存型決定過程 - 1ステージモデル -	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 204-212
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 藤田敏治	4. 巻 1939
2. 論文標題 相互依存型マルコフ決定過程 - 結合型評価 -	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 189-195
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiharu Fujita	4. 巻 63
2. 論文標題 MUTUALLY DEPENDENT DECISION PROCESS MODELS	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Bulletin of the Kyushu Institute of Technology. Pure and applied mathematics	6. 最初と最後の頁 15-26
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計20件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 確率的推移をもつノンシリアル動的計画について
3. 学会等名 第15回DP研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 ノンシリアル動的計画について Feedforward Loop Systems
3. 学会等名 最適化法とその応用 第11回研究集会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 合流型の確率的推移をもつ決定過程問題について
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所研究集会：不確実・不確定性の下における数理的意決定の理論と応用
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Seiichi Iwamoto, Yutaka Kimura, Toshiharu Fujita
2. 発表標題 Two Dualities --- Complementary versus Shift ---
3. 学会等名 The 6th Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 折り紙ユニットによる凸多面体構成問題について --- 実現可能な展開図の列挙 ---
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所研究集会：不確実性の下での意決定の数理とその周辺
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 ノンシリアル動的計画問題に対する再帰式について
3. 学会等名 第14回DP研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 合流型推移をもつマルコフ決定過程
3. 学会等名 日本数学会2019年度年会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 藤田敏治, 才川尚輝
2. 発表標題 ノンシリアル動的計画 --- 合流型推移 ---
3. 学会等名 日本数学会2017年度秋季総合分科会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 合流型推移をもつ決定過程に対する再帰的解法について
3. 学会等名 第13回DP研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤田敏治, 才川尚輝
2. 発表標題 合流型推移をもつ決定過程について
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所研究集会：不確実性の下での意思決定理論とその応用：計画数学の展開
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 合流型推移をもつ決定過程について --- 3つの再帰的アプローチ ---
3. 学会等名 日本数学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiharu Fujita
2. 発表標題 Mutually Dependent One-stage Decision Processes
3. 学会等名 28th European Conference on Operational Research (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 折り紙ユニットで構成可能な凸多面体の合同判定
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所研究集会：確率的環境下における数理モデルの理論と応用
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 ノンシリアル推移上の決定過程について
3. 学会等名 DP研究会(第12回) & 確率モデルとその応用(第16回)共催講演会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 相互依存型決定過程 - 1ステージモデル -
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所研究集会：不確実・不確定性の下での数理意思決定モデルとその周辺
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 動的計画法で解く組み合わせゲーム必勝法
3. 学会等名 最適化法とその応用 第7回研究集会
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 藤田敏治
2. 発表標題 ユニット折り紙による凸多面体構成問題
3. 学会等名 経営学会主催ワークショップ「オペレーションズ・リサーチの最近の展開」(招待講演)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----