

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 11 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K05009

研究課題名(和文) 破産理論を応用した統計的ソルベンシー評価の総合的研究

研究課題名(英文) Research on statistical solvency estimates from ruin theory

研究代表者

清水 泰隆 (Shimizu, Yasutaka)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：70423085

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：ジャンプ型の確率微分方程式による資産モデルを用いた保険数理における破産確率、及びその一般化であるGerber-Shiu関数を用いるリスク尺度の構築を行った。特に、経時的に変化するリスクを評価する動的リスク尺度の構築と、その数学的正当化を行った。次に、これらのリスク尺度に死亡リスク評価を含める目的で、死亡率予測モデルの予測精度改善に関する研究を行った。信頼性理論に基づいた小地域の死亡率推定に関する新しい方法論を提案したが、予測精度の向上については課題を残した。加えて、Gerber-Shiu関数に対する統計推測理論の研究も行った。これは上記で構築したリスク尺度の実務的応用のために必須のものである。

研究成果の概要(英文)：We constructed a risk measure based on the ruin probability and the Gerber-Shiu function, which is a generalization of the ruin probability, under the surplus model by stochastic differential equation with jumps. In particular, we considered “dynamic” risk measures in order to measure risks that varies in time with their mathematical justification. Next, we investigated a mortality prediction model for the purpose of including a mortality risk into our risk measure. We proposed a new methodology to improve the small area estimation of mortality by applying Credibility Theory. However the performance of the method is not satisfactory and we will leave it as a future work. Furthermore we investigated the statistical inference for the Gerber-Shiu function, which is necessary for application of risk measures in practice.

研究分野：保険数理

キーワード：保険数理 確率過程 統計推測 リスク理論

1. 研究開始当初の背景

保険数理では、古くからリスク理論と呼ばれる保険会社の破産解析に対する数学的手法が確立されていたが、実務上あまり利用されてこなかった。数学的解析の都合上、モデルがシンプルになりすぎて実務的な応用に耐えられなかったというのが実情である。しかしながら、昨今の数学的発展による理論の進化に加えて、金融市場のリスク評価が実務における最重要課題となっている昨今、このリスク理論の実務への応用可能性が再燃しつつある。特に、保険業界の新ソルベンシー規制(Solvency II)におけるリスク計測への応用や、数理ファイナンスとの融合的研究としてもリスク理論が注目されており、新しいリスク計測の方法論とその統計的方法について、実務からの強い要請があった。

2. 研究の目的

保険会社のリスク管理において、将来の損失に対する準備金の評価は Solvency(支払い余力) 問題として昨今の実務的重要課題であると共に、近年の保険数理のアカデミズムにおいても重要な話題の一つである。本研究では、連続時間型の確率過程による資産モデルを用いて、保険会社の破産リスクを定量化するためのリスク指標の構築を行い、長寿リスク、再保険、資本注入、コストなど、さまざまな実務的要素を考慮に入れながら、それらのリスク指標に基づく備金評価法について探求する。さらにその統計理論をも同時構築することによって、単なる数学的問題の解決にとどまらず、実用的な理論へと昇華させることを目的とする。

3. 研究の方法

研究は3年計画。初年度は資産過程にレヴィ過程を用いたリスクモデルを考え、この下で一般化 Gerber-Shiu 関数を利用した動的ソルベンシー評価尺度について考察する。2年目には、金利の影響を含めたり、死亡率予測モデルを組み込んだリスク尺度を構成していく。最終年度は統計推測理論の構築にあたる。1、2年目の結果を総合して、できるだけ広い資産モデルのクラスに対して、そのソルベンシー評価尺度の統一的な推定方法を考え、その推定量の統計的(漸近的)性質について理論・数値実験の両面から考察する。

- (1) 27年度には、一般化 Gerber-Shiu 関数を用いた動的リスク尺度の構成に関する考察を行う。累積クレームの確率モデルとして負のジャンプを持つレヴィ過程を考える。この下で一般化 Gerber-Shiu 関数はある種の積分方程式の解となることだが、代表者の最近の研究で明らかになっており、これを研究の出発点とする。経時的な(動的) リスク尺度を構成するため、この解の解析的表現を元に、一定時間におけるリスクを表現する関数をいく

つか考察する。同時に、数理ファイナンスにおける動的リスク尺度に関するサーベイを入念に行い、我々のソルベンシー評価尺度が満たすべき条件の吟味を行う。

- (2) 次年度の準備として、死亡率予測モデルの新規開発に着手する。もともと保険数理には Lee-Carter モデルやその拡張など、既存の推定手法があるが、その予測精度は必ずしも良しとされない、ここでは思い切ってその根本的なモデル設定から見直し、確率過程を利用した死亡率予測モデルを構築する。
- (3) 28年度には死亡率などを含めたソルベンシー評価尺度の実務的拡張に挑戦する死亡率モデルを含めた保険リスクの動的評価について考察する。
- (4) これらで構成したリスク尺度は複雑な表現をもつため、数値的計算が困難であったり、陽に書くことが難しかったりするであろう。この場合の対策として、ある種の漸近展開を用いた近似公式の導出を試みる。また、実務的な応用のために Gerber-Shiu 関数に対する統計推測に関する研究も行う。

4. 研究成果

- (1) 破産確率を一定値以下に保つ初期備金をリスクの指標とすることにより、資産過程(確率過程)の像空間上の写像として静的なリスク尺度の構成に成功した。これらは見方を変えることにより、資産過程の最大値リスクに対する VaR とみなすことができる。したがって、いわゆる整合的(coherent)なリスク尺度ではないが、関数空間上のリスク尺度としてうまく正当化することができる。この方法論を拡張することにより、Gerber-Shiu リスクを一定値以下に保つ初期備金としてリスク尺度を構成し、これを現在時刻までの情報に関して条件付き期待値をとることで、動的リスク尺度を構成し、これに数学的正当性を与えた。今後、保険リスクのための動的尺度として、応用が期待されるリスク尺度ができたものと考えられる。
- (2) 死亡率予測モデルは、実務でよく用いられる Lee-Carter モデルを基本に改良することが実務側にとって使いやすと思われる。本研究では、小地域の死亡率予測の為に、対象となる小地域と関連の深い大地域のデータを参照データとして信頼性理論を用いることにより、小地域の予測精度の向上を図った。ただ、この手法による精度の向上は限定的で、必ずしも満足いくものでなかったため、今後

継続して研究を続けていく。

- (3) 死亡率を含めたリスク評価の一例として、変額年金保険の負債評価問題を取り上げて研究を行った。この商品では、年金原資を投資したファンドの価格変動リスクに加え、被保険者の死亡リスクが含まれるため、典型的な例になる。
- (4) リスク尺度構成の一方で、資産モデルの基礎となる確率微分方程式モデルに関する統計推測論の研究も同時に研究した。特に、ノイズ項が極限で消えるような小攪乱モデルを用いて、離散観測からドリフト推定を行う際の推定量の構成と、その漸近的性質を明らかにした。
- (5) 最後に、課題であった漸近展開による近似について、この点まで踏み込むことは、本課題期間中にはできなかった。理由は、上記に挙げた例の理論的リスク評価の研究に予想以上に時間がかかったためである。特に、本来含めたかった死亡率についてはその予測モデル構築が十分でなかったため、急いで進展させることは控え、十分に良いモデル構築により重点を置いて今後の研究を行っていききたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 6 件)

1. Yasutaka Shimizu and Shuji Tanaka (2018). Dynamic risk measures for stochastic asset processes from ruin theory, Published online in Annals of Actuarial Science. 査読有, DOI: 10.1017/S1748499518000064
2. Takayoshi Oshime and Yasutaka Shimizu (2018). Parametric inference for ruin probability in the classical risk model, Statistics and Probability Letters. vol. 133, 28-37. 査読有, DOI: 10.1016/j.spl.2017.09.020
3. Yasutaka Shimizu (2017). Threshold estimation for stochastic processes with small noise, Scandinavian Journal of Statistics. vol.44, (4), 951-988. 査読有, DOI : 10.1111/sjos.12287
4. Yasutaka Shimizu and Zhimin Zhang (2017). Estimating Gerber-Shiu functions from discretely observed Lévy driven surplus, Insurance: Math. and Econom. vol. 74, 84-98, 査読有, DOI: 10.1016/j.insmatheco.2017.02.006
5. Hongwei Long; Chunhua Ma and Yasutaka

Shimizu (2017). Least squares estimators for stochastic differential equations driven by small Lévy noises, Stochastic Processes and their Applications. vol.127, 1475-1495. 査読有, DOI : 10.1016/j.spa.2016.08.006

6. Yasutaka Shimizu and Runhuan Feng (2016). Applications of central limit theorems for equity-linked insurance, Insurance: Math. and Econom. vol. 69, 138-148. 査読有, DOI: 10.1016/j.insmatheco.2016.05.004

[学会発表](計 23 件)

1. 清水泰隆, 確率微分方程式と統計学 ~ 金融・保険での応用を目指して~, 早稲田数学応数談話会, 早稲田大学 西早稲田キャンパス, 平成 30 年 1 月 25 日
2. 清水泰隆, 現代リスク理論の広がり ~ 破産理論を中心に ~ JARIP フォーラム, 日本アクチュアリー会@晴海アイランドトリトンスクエア, 平成 30 年 1 月 13 日
3. Yasutaka Shimizu, Parametric inference for ruin probability under Lévy insurance risks, Seminar on Actuarial Science, University of Illinois at Urbana-Champaign, September 13, 2017.
4. Yasutaka Shimizu, Asymptotic theory of parametric inference for ruin probability under Lévy insurance risks, 統計関連学会連合大会 2017, 南山大学 名古屋キャンパス, 平成 29 年 9 月 6 日
5. 清水泰隆, アクチュアリアル・サイエンスと統計的諸問題, 統計サマーセミナー-2017, 日光鬼怒川, 平成 29 年 8 月 7 日
6. Yasutaka Shimizu, Asymptotic theory of parametric inference for ruin probability under Lévy insurance risks, The 21th International congress on Insurance: Mathematics and Economics, Vienna, Austria, July 3-5, 2017
7. Yasutaka Shimizu, Parametric inference for ruin probability under Lévy insurance risks, The 1st International Conference on Econometrics and Statistics, Hong Kong University of Science and Technology, June 15-17, 2017.
8. Yasutaka Shimizu, Applications of central limit theorems for equity-linked insurance, Waseda International Symposium 2017, Waseda University, February 27 - March 1,

- 2017.
9. Yasutaka Shimizu, Applications of central limit theorems for equity-linked insurance, ASC2017: Asymptotic Statistics and Computations, The University of Tokyo, January 30 - February 1, 2017
 10. 清水泰隆, Dynamic risk measures for stochastic asset processes from ruin theory, 経済リスクの統計学の新展開: 稀な事象と再起的事象, 東京大学@本郷, 平成 28 年 12 月 22 日.
 11. Yasutaka Shimizu, Simulation-based inference for the finite-time ruin probability of a surplus with long-memory, 大規模統計モデリングと計算機統計 I I I, 東京大学, 27-28 September, 2016
 12. Yasutaka Shimizu, Simulation-based inference for the finite-time ruin probability of a surplus with long-memory, The 20th International congress on Insurance: Mathematics and Economics, Atlanta, USA, 24-27 July, 2016
 13. 清水泰隆, 保険数理と Gerber-Shiu 解析: 応用と統計的視点, 計量経済学ワークショップ, 慶応大学, 平成 28 年 5 月 17 日
 14. 清水泰隆, 生保・損保における保険料算出の基礎, 保険数理に関する勉強会, 経済産業省, 平成 28 年 2 月 9 日
 15. 清水泰隆, 確率過程と統計的漸近理論, 京都大学数学教室談話会, 平成 28 年 1 月 6 日
 16. Yasutaka Shimizu, Some statistical problems in ruin theory: discretely observed Lévy insurance risk process, High-Dimensional Statistical Analysis for Time Spatial Processes & Quantile Analysis for Time Series, Waseda Univ. 9-11 November, 2015
 17. Yasutaka Shimizu, Statistical Inference for ruin-related quantities for Lévy insurance risks, 60th ISI World Statistics Congress, Rio de Janeiro, Brazil, 26-31 August, 2015
 18. Yasutaka Shimizu, Gerber-Shiu dynamic risk measures for solvency evaluation, The 19th International congress on Insurance: Mathematics and Economics, Liverpool, UK, 24-26 June, 2015
 19. 清水泰隆, 有限時間の Gerber-Shiu 関数を用いた動的リスク尺度, JARIP フォーラム 2015, 日本大学世田谷キャンパス, 平成 27 年 3 月 30 日
 20. Yasutaka Shimizu, LSE-type estimation for stochastic processes with small Lévy noise, Workshop: Statistique Asymptotique des Processus

Stochastiques X, Le Mans, France, 17-20 March, 2015

21. 清水泰隆, 確率微分方程式のレヴィ型小分散モデルにおけるドリフト推定, 第 9 回日本統計学会春季大会, 明治大学中野キャンパス, 平成 27 年 3 月 8 日
22. Yasutaka Shimizu, LSE-type estimation for stochastic processes with small Lévy noise, Waseda international symposium: Asymptotic Sufficiency, Asymptotic Efficiency and Semimartingale, Waseda Univ. 2-4 March, 2015
23. 清水泰隆, リスク理論再訪: 動的リスク管理に向けて, 日本アクチュアリー会関西委員会例会, 大阪梅田アプローズタワー, 平成 27 年 2 月 9 日

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称:
 発明者:
 権利者:
 種類:
 番号:
 出願年月日:
 国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:
 発明者:
 権利者:
 種類:
 番号:
 取得年月日:
 国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等
 出版物・口頭発表などの成果は下記のリンク
 に掲載している:
<http://www.shimizu.sci.waseda.ac.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者
 清水 泰隆 (SHIMIZU, Yasutaka)
 早稲田大学・理工学術院・教授
 研究者番号: 70423085

(2) 研究分担者
 ()
 研究者番号:

(3) 連携研究者
 ()
 研究者番号:

(4)研究協力者

()