

令和 2 年 6 月 8 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2015～2019

課題番号：15K05050

研究課題名（和文）正準テンソル模型がつなく量子重力とランダムテンソルネットワーク

研究課題名（英文）Quantum gravity and random tensor network related by canonical tensor model

研究代表者

笹倉 直樹（Sasakura, Naoki）

京都大学・基礎物理学研究所・准教授

研究者番号：80301232

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,100,000円

研究成果の概要（和文）：宇宙の始まりやブラックホールの蒸発を理解するには量子重力理論が不可欠と思われるが、量子重力理論の構築は理論基礎物理学における深刻な難問として未解決である。本研究においては、量子重力の理論模型の一つである正準テンソル模型について研究し、時空や一般相対論の創発現象に関して興味深い結果を得た。具体的には、リー群の対称性を持つ配位が量子論的に高い確率を持つことや、古典的運動方程式が形式的連続極限で一般相対論のそれと一致することなどを示した。正準テンソル模型が量子重力の模型として確立するにはその量子論的性質を更に理解する必要があるが、量子重力として興味深い模型であることがわかった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

宇宙の誕生やブラックホールの蒸発など、時空に関わる現象の理解において量子重力理論は必要である一方で、その構成は未解決であり、正準テンソル模型は解決への試みの一つとして興味深い模型を与える。また、テンソルは、人工知能や巨大データ解析など、現在・近未来の先端産業の発展において大きな役割を果たしている。量子重力を追求する純粋科学としての正準テンソル模型の研究を通じて、基礎物理学から巨大産業にまで通じて役割を果たしているテンソルという数理的対象の発展にも寄与する。

研究成果の概要（英文）：It is thought that, to understand the birth of the universe and the black hole evaporation, it is necessary to construct quantum gravity, but this is remaining unsolved as one of the most serious problems in theoretical fundamental physics. In our research, we have studied a model of quantum gravity, called canonical tensor model, and have obtained some interesting results concerning the emergence of spacetime and general relativity. More precisely, it has been shown that configurations invariant under Lie-group transformations are quantum probabilistically favored, and also that, in a formal continuum limit, the classical equation of motion approaches that of general relativity. Though further understanding of the quantum nature of the canonical tensor model is necessary to really appreciate it as a model of quantum gravity, the results show that the canonical tensor model is an interesting model for quantum gravity.

研究分野：量子重力

キーワード：テンソル模型 量子重力 時空の生成 一般相対論 正準テンソル模型 テンソル

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1 . 研究開始当初の背景

重力の量子化は、宇宙がどのようにして生まれたのかや、ブラックホールの生成消滅がどのように行われるのかなど、時空が関わる現象の根本的理解においてなくてはならないものと考えられている。その一方で、重力を記述する一般相対性理論を従来の場の量子論の手法で量子化することは極めて困難である。量子重力理論の構築は、理論基礎物理学における最大の難問の一つとして残されている。

大まかな方向の一つとして考えられているのは、時空や一般相対性理論は基本的なものではなく、ある基礎理論のダイナミクスの産物であるというものである。この考えに従えば、そのような基礎理論を仮定し、ダイナミクスを解いて時空や一般相対論が現れるかを調べるのが研究の方針となる。

本研究代表者は、量子重力のそのような理論モデルとして、テンソルモデルを1990年に提案した (独立な3グループによる提案の中の一つ)。その発展は下火な状態がしばらく続いたが、2009年のGurau氏によるColored Tensor Modelの提案とその1/N展開の発見により進展した。しかし、このテンソルモデルでは樹木状の空間が最も支配的になることが示され、その後様々な変形も行われたが、現実の時空に似た、3もしくは4次元の広がりを持つ空間の生成が現時点では得られていない。

上記のテンソルモデルは全て空間の理論であり、正值の確率重みの足し上げにより定義された理論である。一方、Ambjorn等によるCDTと呼ばれる時間方向を持つ数値的量子重力モデルにおいては4次元の広がった空間が生じることが知られており、時間方向の存在が量子重力のモデルにおける時空生成に重要であることが示唆されていた。実際のところ量子力学の最も重要な特徴は、非正值な複素数の足し上げによる状態間の干渉効果にあり、正值の確率重みを単に足し上げるような上記のテンソルモデルはそもそも量子力学的ではない。一方、テンソルが空間を記述するのに有効であること自体は、本研究代表者が行った2005年—2009年における正值重みのテンソルモデルの研究や、テンソルネットワークと弦理論のAdS/CFTとの対応などにより示唆されていて、テンソルモデルに時間方向を導入し量子力学的にすることが望まれた。

「時間」は絶対的な座標として導入するのは不適切で、一般相対論の考え方に従い、座標としては取り除き (gauge away)、観測量としては残すべきものである。この微妙な点を考慮に入れるため、一般相対論の正準形式 (ADM形式) に習って、第一種拘束条件としてハミルトニアンを導入することにより時間がゲージ方向となるようなテンソルモデルを構築した (2011年)。これが本研究計画の題目にある正準テンソルモデルである。

正準テンソルモデルは、その後の研究により、唯一性があること (2011年) や、正準量子化が容易に可能であること (2013年)、厳密な波動関数を持つこと (2014年) などの物理的に興味深い性質をもつことが判明した。特に、厳密な波動関数の構成には正準テンソルモデルとランダムテンソルネットワークとの関係が重要な役割を果たした。しかし一方で、時空間や一般相対論が現れるのかなどの物理として重要な問題は残されたままであった。

2 . 研究の目的

本研究計画の目的は、正準テンソルモデルの性質を研究し、量子重力のモデルとして妥当なものであるかを調べることである。より具体的には、このモデルから、現実の時空に似た、広がった3次元空間 + 時間1次元となる時空が現れるのかどうか、そして、その時空のダイナミクスが一般相対性理論により記述されるのかどうか、という二つの質問に対して答えを与える、または、その目標に向けて重要となる進展を得ることである。

3 . 研究の方法

以下に述べるような方針のもとで、理論的、解析的、数値的手法を用いることにより研究を行った。

(1) 厳密な波動関数の性質

量子論においてある配位が生じる確率は、波動関数の絶対値自乗で表される。正準テンソル模型においては波動関数が厳密に得られているので、正準テンソル模型における配位の確率分布はわかっていることになる。特に、確率の高い配位を知ることが正準テンソル模型の量子論的性質を理解する上で重要である。ところが、その波動関数が多重積分で表されていることや、量子論的な干渉効果による打ち消し合いにより積分の評価が難しいこともあり、具体的にどのような配位が確率的に高いのかを知る事は容易でない。このため以下のような方針で研究した。

- ①配位空間の次元が非常に大きいため、波動関数を配位の全領域で調べる事は不可能であるので波動関数の最大値に注目し、それがどのような配位にあるかを定性的に予想する。
- ②予想される最大値近傍で波動関数を数値的に計算し、その予想を検証する。
- ③本来、配位の確率に必要なのは、波動関数の最大値ではなく、絶対値自乗の積分である。最大値近傍で絶対値自乗を積分することにより確率としての大きさを調べる。

(2) 配位の幾何学的解釈

正準テンソル模型の配位は、具体的にはテンソルの値である。テンソルの値が空間を表すというのが正準テンソル模型での時空解釈である。このためにはテンソルの値と空間の間の対応関係を理解する必要がある。当時の状況として以下のような方針が考えられた。

- ①弦理論におけるAdS/CFT対応の離散的記述として、時空をテンソルネットワークとして記述するということが行われていた。正準テンソル模型のダイナミクスは、ランダムテンソルネットワークと関係があるので、ランダムテンソルネットワークと空間との対応関係により理解できる可能性がある。
- ②弦理論におけるDブレーンのダイナミクスを記述する行列模型においては、行列の固有値がDブレーンの位置を表し、その集合体が空間を表すと考えている。これを正準テンソル模型に当てはめて考えると、テンソルの「固有値問題」を追求することにより、テンソルと空間の対応を得る可能性がある。

(3) 一般相対性理論との関係

正準テンソル模型は、一般相対論の正準形式であるADM形式と同様に、第一種拘束系として理論が定義される。その第一種拘束条件の満たすポワソン代数の構造は、ダイナミクスの鍵となる非線形部分を含め、ADM形式のそれと極めて良く似た構造を持っている。したがって、連続極限をとることにより、正準テンソル模型と一般相対論は理論構造として一致することが期待される。

(4) 正準テンソル模型の一般化

正準テンソル模型の唯一性の証明では、いくつかの物理的に合理性のある条件を仮定している。これらの条件を緩めた場合にどのような模型が得られるのかは興味深い問題である。

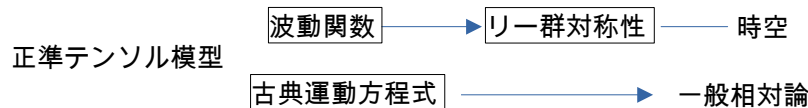
4. 研究成果

正準テンソル模型の性質の研究を行い、量子重力理論として有用な模型を与えるかどうかについて調べた。結果を大まかに述べると以下ようになる。

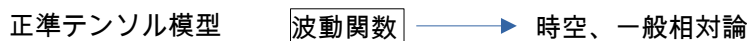
- ・ 正準テンソル模型の波動関数の特徴として、リー群のもとで不変な配位が確率的に高くなることが分かった。これは、現実の時空間が様々なリー群の対称性を持つ事実と合致し、この模型において時空が生成される可能性を現実的なものとする。

- ・ 形式的な連続極限のもとで、正準テンソル模型の古典的運動方程式はスカラー場を伴う一般相対論のそれと一致する。

概略図は以下の通りである。



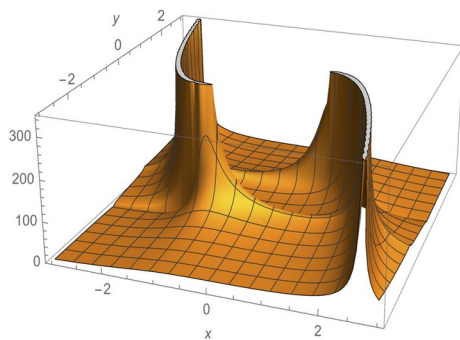
これらの結果は、最終目標とする



に近いものである。以下項目ごとにより詳細に記述する。

(1) 波動関数の最大値とリー群不変な配位

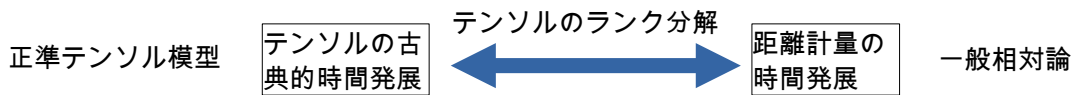
正準テンソル模型の厳密な波動関数が、リー群不変な配位においてピークを持つという非常に興味深い事実を見出した。すなわち、リー群の対称性を持つ配位が量子論的に確率の高い配位であることが分かった。この性質は、定性的にも容易に理解することができるので、正準テンソル模型の波動関数において普遍的に成り立つ性質と期待される。現実の時空が、様々な対称性 (ローレンツ、ドジッター、ゲージなど) のもとで不変である



ことも定性的に一致し、正準テンソル模型において、確率の高い配位として時空が現れる可能性を示唆する興味深い結果である。図は $N=3$ の場合に具体的に数値計算により波動関数を描いたものである。ピークが配位空間中に軌跡を描き、軌跡に沿って配位が時間発展すると物理的に解釈できる。実際、この例での配位の対称性を調べると $SO(2,1)$ 群であり、符号の混じる時空間的な対称性のもとで不変な配位がピークとなっていることがわかる。

(2) 配位の幾何学的解釈

データ解析の手法などとして応用数学分野において以前から研究されていたテンソルのランク分解が、テンソルの値を時空として解釈するのに非常に有効であることを見出した。テンソルのランク分解は行列の固有値・固有ベクトルによる分解をテンソルに拡張したものであり、テンソルを一連のベクトルによって表現するというものである。テンソルの値が与えられた時に、ランク分解を行い、各ベクトルを「点」とみなすことにより、ベクトル間の内積から点間の近傍関係 (トポロジー) や距離計量を導く対応関係を構成することができる。この対応関係を使うと、正準テンソル模型の古典的運動方程式を距離計量についての運動方程式と解釈することができ、それがスカラー場が重力場と相互作用する一般相対論の運動方程式と一致することを簡単な例において示すことができる。



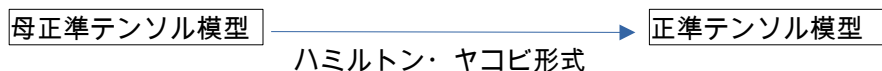
別の解釈として、熱力学的なランダムテンソルネットワークによる空間の生成の議論も行った。ネットワークの外縁部に空間を生成することはできたものの、不安定な傾向があり安定させるためにパラメータの適切な調整が必要で、空間の生成の仕方としては不自然な方法と思われた。一方、むしろ、手法自体は標準テンソル模型の波動関数に適応することも可能であり、そのピークへの適応により、量子論的に安定性が得られる可能性がある。

(3) 標準テンソル模型の形式的連続極限と一般相対性理論

テンソル模型の時空間のダイナミクスが古典極限で一般相対性理論に一致するかどうかについては、本来であれば、その波動関数のピークの軌跡がテンソルの値の空間においてどのような軌跡を描いているかを調べ、それを上記の対応関係を使って距離計量の時間発展に読み直し、一般相対性理論の運動方程式に従っているかを調べる必要がある。しかし、現時点では、波動関数のピークの具体的な軌跡を追えるのは簡単なケース (N が小さいなど) に限られており、古典的理論に近づくとき期待される $N \rightarrow \infty$ の様子などは分かっていない。このため、不十分な方法ではあるが、形式的に連続極限をとり、標準テンソル模型の拘束系代数がADM形式のそれと一致するかどうかや、標準テンソル模型の古典運動方程式が一般相対論の運動方程式を導出するかどうかを調べた。結果は満足のいくもので、形式的連続極限で、拘束系代数が一致すること、および、標準テンソル模型の古典的運動方程式がスカラー場を伴う一般相対論における運動方程式と一致することが確認できた。

(4) 標準テンソル模型の亜種

上記したように、標準テンソル模型の古典運動方程式の形式的連続極限から一般相対論の運動方程式が得られるが、より正確には、あるハミルトン主関数から導かれる一般相対論のハミルトン・ヤコビ方程式が得られる。つまり、一般相対論の完全に一般の運動方程式が導かれるわけではない。量子論的な取り扱いから古典的運動方程式が導かれていない現時点ではこの結果をどう捉えるかには曖昧さがあるが、一つの可能性として考えられるのは、標準テンソル模型が十分に一般的ではないということである。この可能性を追求するため、標準テンソル模型の古典運動方程式をハミルトン・ヤコビ方程式として再現する母標準テンソル模型を構成した。



母標準テンソル模型の著しい性質は、その拘束条件の個数は無限個であるように見受けられるにも関わらず、それらを量子論的に解く厳密な波動関数が存在することである。すなわちこの無限個の拘束系は無矛盾な (自明でない解を持つ) 模型を与えている。

他の亜種として、標準テンソル模型を超対称化した超対称標準テンソル模型を構成した。期待としては、超対称化により量子論的に扱いやすくなることであつたが、複雑な形をしていることや確率の正值性にも問題があるため今のところ有用かどうかは不明である。超対称化には他にも方法があり、それらも試みる必要がある。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件／うち国際共著 8件／うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Taigen Kawano, Dennis Obster, Naoki Sasakura	4. 巻 97
2. 論文標題 Canonical tensor model through data analysis: Dimensions, topologies, and geometries	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 124061
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.97.124061	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Gaurav Narain, Naoki Sasakura	4. 巻 34
2. 論文標題 Mother canonical tensor model	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Classical and Quantum Gravity	6. 最初と最後の頁 145009
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6382/aa7771	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Dennis Obster, Naoki Sasakura	4. 巻 77
2. 論文標題 Symmetric configurations highlighted by collective quantum coherence	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Eur. Phys. J. C	6. 最初と最後の頁 783 ~ 794
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1140/epjc/s10052-017-5355-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Dennis Obster, Naoki Sasakura	4. 巻 2018
2. 論文標題 Emergent symmetries in the canonical tensor model	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 043A01
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/pty038	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hua Chen, Naoki Sasakura, Yuki Sato	4. 巻 D95
2. 論文標題 Equation of motion of canonical tensor model and Hamilton-Jacobi equation of general relativity	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Physical Review	6. 最初と最後の頁 66008
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.95.066008	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Naoki Sasakura, Yuki Sato	4. 巻 1510
2. 論文標題 Constraint algebra of general relativity from a formal continuum limit of canonical tensor model	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 109
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP10(2015)109	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Gaurav Narain, Naoki Sasakura	4. 巻 2015
2. 論文標題 An OSp extension of the canonical tensor model	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 123A05
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptv169	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hua Chen, Naoki Sasakura, Yuki Sato	4. 巻 D93
2. 論文標題 Emergent classical geometries on boundaries of randomly connected tensor networks	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Physical Review	6. 最初と最後の頁 64071
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevD.93.064071	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計13件（うち招待講演 8件 / うち国際学会 11件）

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Canonical Tensor Model through data analysis Dimensions, topologies, and geometries
3. 学会等名 International Conference on Holography, String and Discrete approaches in Hanoi (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Canonical Tensor Model through data analysis Dimensions, topologies, and geometries
3. 学会等名 Discrete Approaches to the Dynamics of Fields and Space-Time
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Spacetimes in the canonical tensor model through data analysis techniques
3. 学会等名 Nagoya international workshop on the Physics and Mathematics of Discrete Geometries (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Data analysis and the canonical tensor model
3. 学会等名 3rd Bangkok Conference on Discrete Geometry Dynamics and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Symmetric configurations highlighted by collective quantum coherence
3. 学会等名 The XXVth International Conference on Integrable Systems and Quantum symmetries (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Emergent symmetries in the Canonical Tensor Model
3. 学会等名 Recent Developments in Mathematical Physics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Emergent symmetries in the Canonical Tensor Model
3. 学会等名 Discrete Approaches to the Dynamics of Fields and Space-Time (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Introduction to the canonical tensor model
3. 学会等名 2nd Bangkok Workshop on Discrete Geometry and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Emergent symmetries in the canonical tensor model
3. 学会等名 2nd Bangkok Workshop on Discrete Geometry and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 笹倉直樹
2. 発表標題 正準テンソル模型の連続極限から導かれる一般相対論的フロー方程式と作用
3. 学会等名 離散的手法による場と時空のダイナミクス 2016
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Discrete approaches to quantum gravity and Canonical Tensor Model
3. 学会等名 Bangkok Workshop on Discrete Geometry and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Canonical Tensor Model and Randomly Connected Tensor Networks
3. 学会等名 Bangkok Workshop on Discrete Geometry and Statistics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Naoki Sasakura
2. 発表標題 Continuum limit of canonical tensor model and general relativity
3. 学会等名 Loops '15 (国際学会)
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>Naoki SASAKURA's Home Page http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~naoki.sasakura/ Research Gate https://www.researchgate.net/profile/Naoki_Sasakura</p>
--

6. 研究組織		
氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考