

令和元年6月3日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2015～2018

課題番号：15K05082

研究課題名（和文）格子上の核子系有効場理論による低温高密度系の研究

研究課題名（英文）Lattice Nuclear Effective Field Theory for High-Density Systems at Low Temperature

研究代表者

原田 恒司 (Harada, Koji)

九州大学・基幹教育院・教授

研究者番号：00202268

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：核子（やパイオン）を基本的な自由度とする核子系有効場理論を格子上に定式化することにより、低温高密度での数値シミュレーションを実現するための研究を行った。4核子の結合定数の物理的な値では、格子作用が複素数となるために、そのままではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いることができないが、繰り込み群の意味で重要な「参照フェルミオン行列式」を選び、再加重法を用いて計算する方法を提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

核物理学を支配する強い相互作用の基本理論はQCDであり、格子QCDシミュレーションはその非摂動的な計算方法として広く認知されている。しかし、格子QCDシミュレーションには符号問題と呼ばれる障害があって、高密度・低温領域での計算は現段階では難しい。核子系有効場理論に基づく定量的な計算が実施されれば、中性子星の物理など、広い分野にわたって影響を与える結果を得ることが出来る。

研究成果の概要（英文）：We study how to formulate Nuclear Effective Field Theory, in which nucleons (and pions) are treated as fundamental degrees of freedom, on a lattice to numerically simulate high-density systems at low temperature. In the physical values of four-nucleon coupling constants, the lattice action is complex so that the straightforward Markov-chain Monte Carlo method is not feasible. We propose a reweighting method in which the "reference fermion determinant" is chosen on the basis of the renormalization group analysis.

研究分野：理論核物理学

キーワード：核子系有効場理論 繰り込み群 格子シミュレーション

## 様式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19（共通）

### 1. 研究開始当初の背景

(1) 太陽質量のおよそ2倍の質量を持つ中性子星が発見され、注目を集めた。今まで想定された核物質の状態方程式からは、そのような大きな質量の中性子星は存在し得ないからである。そこで、中性子星のような低温・高密度環境下での状態方程式の理解が必要とされた。

(2) 核物理学を支配する基本法則は量子色力学（QCD）であり、この理論を格子上に定義して数値シミュレーションを行うことによって、第一原理計算を実行することができる。しかし、格子QCDシミュレーションには、「符号問題」と呼ばれる障害があり、低温・高密度での計算を行うことは不可能であった。低温・高密度環境下での核子系の物理を理解するためには、格子QCDではない、そして任意性のないアプローチが必要となる。

(3) 核子系有効場理論は、QCDのようにクォーク・グルーオンを基本的自由度とするのではなく、核子（や、より高いエネルギーではパイオン）を基本的自由度とする有効場理論である。核子の内部構造を捨象していることからわかるように、低エネルギーでのみ成立する理論であるが、その分理論構造が簡単であり、扱いやすい。核子系有効場理論は特に2核子系が解析的に詳しく調べられていたが、3核子以上を解析的に調べるのは困難が伴う。核子系有効場理論を格子上に定義し、格子シミュレーションによって計算を行う研究が既にいくつかのグループにおいて始まっていた。

### 2. 研究の目的

(1) 本研究の目的は、核子系有効場理論を格子上に定義し、格子シミュレーションを行うことによって、低温・高密度の核子系の物理を探索することである。

(2) 核子系有効場理論に対して、当時までに行われていた格子シミュレーションの先行研究では、グリーン関数モンテカルロ法が主に用いられ、格子QCDでもつばら用いられるマルコフ連鎖モンテカルロ法ではない。この研究では、核子系有効場理論に対するマルコフ連鎖モンテカルロ法の数値シミュレーションを開発することも目的とする。

(3) 先行研究ではパイオンの相互作用は遠隔作用（瞬間的相互作用）として表されている場合がほとんどであり、そうでない場合でも単純なスカラー場として表されている。実際は、カイラル対称性から、非線形シグマ模型の形をしている。非線形シグマ模型のマルコフ連鎖モンテカルロ法は難しくない。この研究では、厳密なカイラル対称性を持ったパイオンを含むはじめての数値シミュレーションを行うことも目的の一つである。

### 3. 研究の方法

(1) マルコフ連鎖モンテカルロ法では、フェルミオンの自由度については、積分を行った後のフェルミオン行列式の形で計算がなされる。核子系有効場理論では、核子間相互作用が（パイオンの交換による部分を除くと）接触型相互作用で表され、これらはラグランジアンの上の核子場を含む項として表される。このような項は補助場を導入することによって核子場の双線形項（核子場を2個含む項）に書き換えた後に積分される。しかし、この書き換えにおいて、結合定数の値によっては係数が複素数となり、作用積分自体が実数とはならない。（実際、現実の2核子系を表す結合定数の組では書き換えの係数が複素数になる。）それゆえ、単純なマルコフ連鎖モンテカルロ法を行うことができない。これは一種の「符号問題」である。（ただし、核子系有効場理論では、有限の化学ポテンシャルを導入することによっては「符号問題」は生じない。）

(2) この「符号問題」を避けるために、**再荷重法**（reweighting method）を用いることがよく行われる。これは複素数になってしまうフェルミオン行列式を確率分布関数の一部とは見なさず、そのかわりに正定値の参照フェルミオン行列式を導入する方法である。（下の式を参照。ここで $\Phi$ は補助場を総称的に表し、 $\det M$ はもとのフェルミオン行列式を、 $\det M_R$ は参照フェルミオン行列式を表す。）問題はこの参照フェルミオン行列式をどのように選ぶかにある。

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{\int d\Phi \mathcal{O} \frac{\det M(\Phi)}{\det M_R(\Phi)} \det M_R(\Phi) e^{-S(\Phi)}}{\int d\Phi \frac{\det M(\Phi)}{\det M_R(\Phi)} \det M_R(\Phi) e^{-S(\Phi)}}$$

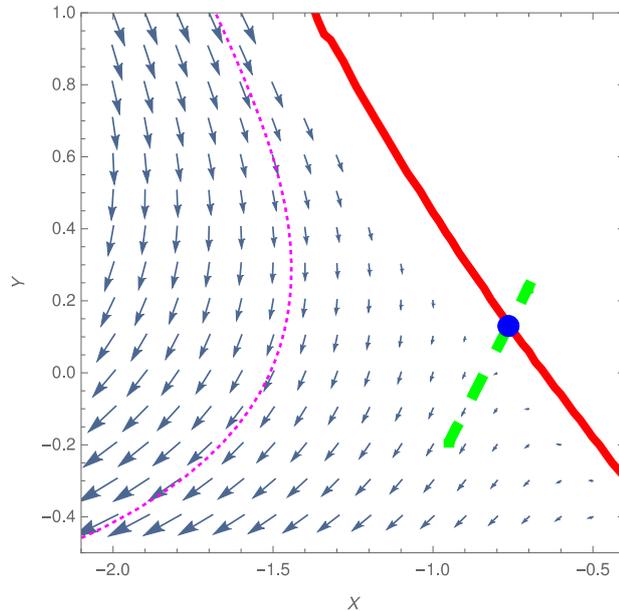
(3) 参照フェルミオン行列式の選択において、核子系の**ウィルソン流線り込み群**の解析結果を利用しようというのが、この研究計画の重要な点である。S波の2核子相互作用には、非自明な線り込み群の固定点が存在し、現実の系はこの非自明固定点の近傍にある。非自明固定点の近傍では、拡大的（relevant）演算子と、非拡大的（irrelevant）演算子がある。拡大的演算子の係数が少しでも異なれば、その系の性質は大きく異なる。それゆえ、拡大的演算子のみを含む参照フェルミオン行列式を用いることが、よい再荷重法を定義すると期待される。

#### 4. 研究成果

(1)核子系有効場理論のウィルソン流線り込み群については、本研究代表者の研究において既に明らかにされているが、上述の目的で使うためには、具体的な正規化に依存する、非自明固定点の位置や、非自明固定点近傍の線り込み群のフローについて、格子正規化の場合に求めておく必要がある。そのために、格子正規化での（パイオンを含まない）核子系有効場理論に対するウィルソン流線り込み群の解析を行った。

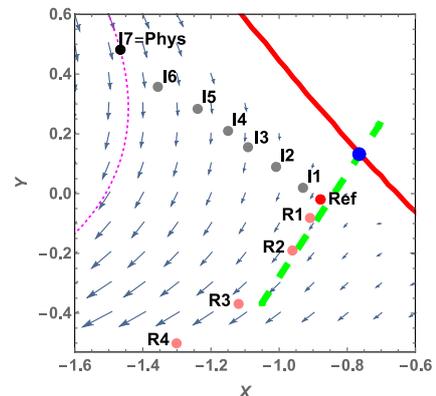
格子上で定義されたハミルトニアンを対角化することによって、線り込み群の解析を行った。格子定数を変化させながら、低エネルギー物理量として束縛状態の束縛エネルギーと、ANC (Asymptotic Normalization Constant) を同じにする

ような結合定数を求めて線り込み群のフローを描いた。右図の横軸と縦軸は2つの（無次元化された）結合定数を表し、赤い線は束縛エネルギーがゼロとなる臨界線を表す。青い丸印は非自明固定点である。臨界線の下側が束縛状態の存在する強結合相で、そこでのフローの様子を表している。緑色の破線は臨界点近傍の拡大的演算子の方向を表している。マゼンタ色の破線は（さまざまな格子定数に対する）現実の重陽子の系を表している。フローの矢印は、格子定数が大きくなる（運動量切断が小さくなる）方向を向いている。



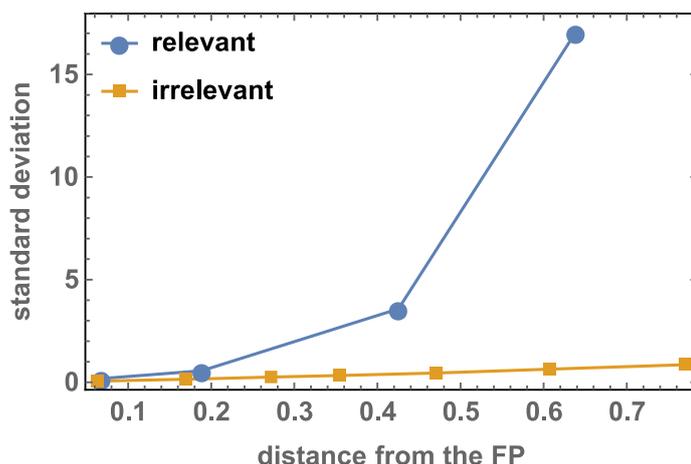
また、格子化に伴う離散化誤差を小さくするために、連続理論の2階微分項を5点の差分で表す離散化に対しても計算を行い、離散化に伴う回転対称性の破れが3点の差分を用いたときにはかなり大きいことを指摘した。

(2)次に、パイオンを含まない核子系有効場理論を格子上に定義し、3. で述べた線り込み群の解析に基づく再荷重法の有効性について、マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いて調べた。右図のように、拡大的演算子の方向に参照点（図の Ref とあるところ）をとり、この結合定数の値を持つ参照フェルミオン行列式を定義した。そして、その参照点から、拡大的方向に R1, R2, ... を、非拡大的方向に I1, I2, ... をとり、それぞれの点で、再荷重因子（本来のフェルミオン行列式と、参照フェルミオン行列式との比）の標準偏差を数値的に計算した。I7 がその格子定数での実際の物理系に対応している。



この計算では、化学ポテンシャルを導入し、有限密度の効果も考慮した。標準偏差を計算するために、期待値の値を規格化する必要があり、本来のフェルミオン行列式にある化学ポテンシャルの値と、参照フェルミオン行列式にある化学ポテンシャルの値をずらさなくてはならなかった。このずれの必要性については、ある程度理解できているが、完全ではなく、正確な値は数値的に探索しなくてはならなかった。

右図に標準偏差の変化を示す。横軸は無次元結合定数平面における固定点からの距離を表す。縦軸は再荷重因子の標準偏差を表す。青い線は拡大的方向に向かった場合の変化を、黄色い線は非拡大的方向に向かった場合の変化を表す。明らかに、拡大的方向に向かった場合には標準偏差は大きくなっている。これは2つの行列式に入っている拡大的演算子が異なると、行列式の振る舞いが大きく異なることを意味する。一方、非拡大的方向への変化は小さい。



これは2つの行列式に入っているものの差が非拡大的演算子のみの場合、行列式の振る舞いに大きな違いが生じないことを意味する。これはまさに、繰り込み群の観点からの理解と一致する結果である。

(3) 図に示した結果は、比較的化学ポテンシャルの小さい場合の計算であるが、化学ポテンシャルの値が大きくなっていくと、(拡大的な方向に向かう場合ほど極端ではないが) 非拡大的な方向に向かっても標準偏差は大きくなっていくという結果を得た。その振る舞いについて、十分な理解が得られていない。

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 1 件)

- ① Koji Harada, Satoru Sasabe, and Masanobu Yahiro, Numerical study of renormalization group flows of nuclear effective field theory without pions on a lattice, Physical Review C94, 024004-1 - 13, (2016). (査読あり)

[学会発表] (計 4 件)

- ① Koji Harada, Satoru Sasabe, and Masanobu Yahiro, How to use renormalization group analysis in lattice nuclear effective theory, XXII International Conference on Few-Body Problems in Physics, July 2018
- ② 佐々部 悟、原田 恒司、八尋 正信、格子上の核子系有効場理論と Re-weighting 法、第122回日本物理学会九州支部会、2016年11月
- ③ 原田 恒司、佐々部 悟、八尋 正信、格子上の核子系有効場理論と再加重法、日本物理学会2016年秋季大会、2016年9月
- ④ 佐々部 悟、原田 恒司、八尋 正信、格子上の核子系有効場理論に対する繰り込み群の流れの研究、日本物理学会第71回年次大会、2016年3月

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

## 6. 研究組織

(1) 研究分担者

(2) 研究協力者

研究協力者氏名： 八尋 正信

ローマ字氏名：(YAHIRO, masanobu)

研究協力者氏名： 佐々部 悟

ローマ字氏名：(SASABE, satoru)

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。