

平成 30 年 6 月 26 日現在

機関番号：51303

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K05222

研究課題名(和文) 量子・情報物理・幾何の絡み合いの解明：量子古典対応の研究

研究課題名(英文) Entanglement among quantum physics, information physics, and geometry - study of quantum/classical correspondence -

研究代表者

松枝 宏明 (MATSUEDA, HIROAKI)

仙台高等専門学校・総合工学科・教授

研究者番号：20396518

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：一見異なる現象の背景に共通する普遍的な性質を明らかにすることは物理学の大きなテーマである。その中でも、 d 次元量子系を $(d+1)$ 次元古典系に変換するいわゆる量子古典変換は、様々な物理の分野に現れる重要概念である。近年、量子情報科学の概念を活用することで、この問題にアプローチすることが可能となっており、多くの研究者の興味を引いている。本研究課題では、特異値分解や情報幾何学を用いて、量子古典変換の背景にある数理的構造を明らかとした。上記の数学は、複雑な量子系のデータをスケールの異なる情報に分解し、曲がった時空間に埋め込む方法であり、物理における情報的視点の重要性が明らかとなった。

研究成果の概要(英文)：It is one of central issues in physics to clarify common properties among different phenomena. In particular, the concept of quantum/classical correspondence appears in many research fields. Recent researches show that information-scientific concepts are quite powerful to attack this fundamental physics problem, and thus many researchers are interested in this interdisciplinary field. In this three-year project, we clarify mathematical common structure inherent in many types of quantum/classical correspondences by means of singular value decomposition and information geometry. These mathematical methods decompose complicated quantum data into a set of simple informations with different length scales, and encode them into a classical curved space. Then, the analysis of geometric properties in the classical side is essential to understand the original quantum systems. In this sense, this project shows efficiency of these information-oriented approaches.

研究分野：数理物理

キーワード：量子古典対応 エンタングルメント エントロピー 特異値分解 情報幾何 ゲージ重力対応

1. 研究開始当初の背景

エンタングルメント(量子もつれ)をはじめとする量子情報概念の重要性が物性物理分野で明確に認識されたのが2003年頃である。ここから10年ほどの間で、エンタングルメントの研究は、ストリング理論におけるホログラフィー原理(ゲージ・重力対応, バルク・境界対応), 物性物理のテンソル積変分理論, 量子可解模型の構造論など広範囲の物理分野と密接な関わりを持ちながら進展してきた。とりわけ, ホログラフィー原理における笠・高柳の公式(S. Ryu and T. Takayanagi, Phys. Rev. Lett. 96, 181602 (2006))やエンタングルメントくりこみ群(G. Vidal, Phys. Rev. Lett. 99, 220405 (2007))の研究を通して, エンタングルメント・エントロピーが単に古典的に表現できない量子相関を図る良い指標であるだけでなく, ホログラフィー原理をはじめとした量子古典変換(d次元量子系とd+1次元古典系の等価原理)を理解するための重要な量であることが明らかとなった。これらの考え方の基礎となるのは, 複雑な量子系の相関の情報をうまく分解して, 高次元の簡単な古典的情報に焼き直すことであるが, そのときに, 量子系サイドのエンタングルメントの情報が古典系サイドの幾何学的特徴にマップされることが重要な事実である。

一方, 本研究代表者は, この潮流ができる前からエンタングルメント概念を応用した物性研究を進めていた。そこでは強相関電子系の多彩なスペクトル解析を行うために動的密度行列くりこみ群のプログラムを開発し, エンタングルメント概念を応用したデータ圧縮技法を展開した。2007年以降は, この研究を継続しながら上記の潮流を鑑み, エンタングルメント・ホログラフィー・量子古典変換の背景に潜む共通数理構造の研究を進めてきた。他の多くの関連研究と異なる本研究代表者のオリジナリティーは, これらの最も基礎となる数学である特異値分解(Singular Value Decomposition, SVD)の持つ物理的意味が明らかではなかったことに着目し, その解明を徹底して追求した部分にある。これにより, 単なる線形代数の一手法と思われていた特異値分解に豊富な物理が隠れていることが明らかとなりつつある。特に, 統計物理模型の画像処理的解析を通して, 情報圧縮やデータの効率的分解・高次元からの問題理解の本質とは何かを研究し, 業績(H. Matsuëda, Phys. Rev. E 85, 031101 (2012)やC.H.Lee, Y. Yamada, T. Kumamoto, and H. Matsuëda, J. Phys. Soc. Jpn. 84, 013001 (2015)など)をはじめとして, 研究実績を積み上げてきた。また, 熱場ダイナミクスに基づいた有限温度テンソルネットワーク変分理論を構築し, 業績(H. Matsuëda, M. Ishihara, and Y. Hashizume, Phys. Rev. D 87, 066002 (2013))を通して, 量子物性

の変分理論でブラックホール・エントロピーの研究が可能であることを明らかとした。これらの異分野横断的業績を通して, 本研究課題の着想に至った。

2. 研究の目的

上記の研究の積み上げに基づいて, 本研究課題では, 平成27年度から平成29年度の3年間で, 以下の3点を明らかにする研究を実施した。

(1) 特異値分解の持つホログラフィー的くりこみ群的性質の解明:

古典スピン系のスピン構造に対するSVDスペクトルの研究【論文(8)】
SVDスペクトルと相関関数の対応に関する研究【論文(5),(7)】
連続的SVDとメリン変換に関する研究【論文(6)】

(2) 量子系のエンタングルメント・エントロピーから構成される情報幾何の構造【論文(2)】

上記の研究課題(1)では, 特異値分解が相関長の異なる情報への分解であることを多角的な視点・方法により詳細に解析することを目的としている(ホログラフィーくりこみ群は, 解像度の異なる情報の系列を幾何学的に捉える手法である)。また分解は離散的であるが, 連続極限を考えることで, ホログラフィーをはじめとした幾何学的な考察をするための土壌を作ることにも目的としている。また研究課題(2)では, 量子系のデータを高次元の古典的幾何で表現する別の手法として情報幾何を捉え, 特に次元を上げることが特異値分解と同様にスケールの異なる情報の集合を幾何的に取り扱うことに対応することを証明する。このときに, それがなぜ量子系のエンタングルメントと対応するのかということも併せて明らかにすることが研究の狙いである。

3. 研究の方法

特異値分解や情報幾何といった数理的手法を駆使し, 適宜数値計算を援用しながら, 上記目的を実現するための技術的基盤を整備した。いずれも情報科学の分野では主成分解析や推定問題などにおいて確立した手法であると考えられているが, その物理的意味に関しては実は十分に検討されておらず, 基礎部分からの構築が必須であった。古典スピン系のような典型的な統計物理模型を例にとり, そこに明確な物理的意義を見出したことが本研究でのオリジナルな成果につながったと言える。

特異値分解は, 一般の長方形列に対するスペクトル分解に対応する。その特異値は, ある行列とその転置の積を対角化して得られるが, 行列データが例えばスピン模型におけるスピン構造のスナップショットであれば,

その行列積が相関関数を表していることは明らかである。また正確な物理量の計算のために、統計力学的には分配関数の全情報が必要となるが、典型的なスナップショットを1枚見れば対応する温度の推定は容易にできる。更に特異値分解をフラクタル図形に適用するとウェーブレット変換と類似の機能を備えていることは、業績(C.H.Lee, Y. Yamada, T. Kumamoto, and H. Matsueda, J. Phys. Soc. Jpn. 84, 013001 (2015))などによって明らかにされている。これら3つの結果から、相転移点近傍の画像データに対する特異値分解が、ホログラフィー原理と同様の機能を果たすのではないかと考えることができ、これらの数学的精密化を試みた。

一方、情報幾何学は、対象とする量子系のモデルパラメータで張られる古典的空間の幾何学を調べる方法である。一般にこの空間は曲がっており、元の量子系の性質に応じた曲がりとなる。すなわちこの古典系の幾何学的構造を調べるのが重要となる。このセットアップがそのままゲージ重力対応と等価になるのではないかとこの仮定の下、幾つかの具体的なモデルに対してこの仮定の妥当性を検証した。

4. 研究成果

研究成果は以下に述べるような4分野に分けることができる。「2. 研究の目的」で述べた(1)は研究開始当初から発展の芽があり、それを大きく進展させた内容、(2)は本研究課題によってはじめて明らかとした内容である。また以下の(3)(4)は当初計画になかったが進展した応用研究の部分であり(量子物性分野や人工知能分野)、今後も更なる継続研究が望まれる。加えて、専門テキストの執筆を行い研究分野の裾野の拡大を行ったので、その成果を(5)として述べる。それぞれの分野での成果は以下の通りである。

(1)特異値分解の持つホログラフィーくりこみ群の性質の解明:

特異値分解による2次元古典的強磁性イジング模型の画像処理の解析は、本研究代表者の業績(H. Matsueda, Phys. Rev. E 85, 031101 (2012))で最初に扱われ、これがホログラフィー原理と同等の数理を備えている可能性が高いことがその論文執筆段階で指摘されていた。特異値分解の典型的な機能は、スピン構造のスナップショットを長さ・大きさスケールの異なるクラスター情報に分解することであるが、特に相転移の臨界点近傍では特異値が分解変数の冪関数となる。その冪を詳細に調べることで、特異値に相関関数の情報がどのような形で反映されるのかが明らかとなる。以下の具体的な研究テーマに関しては、この点を明らかとする研究を行った。

業績【論文(8)】においては、特異値分解

から定義された情報エントロピーが正しくホログラフィーの情報を反映するためには、スピン変数をどのようにエンコードして特異値分解する必要があるか系統的な数値計算により検討した(、のスピン変数を例えば ± 1 と取るか $0, 1$ と取るかという意味)。これは、物理系の等価変換における情報表現のありかたの問題と密接に絡んでおり、表現の任意性によって生ずる余計なエントロピーを排除することで、2次元古典スピン系の特異値から定義した情報エントロピーは、対応する量子一次元系のエンタングルメント・エントロピーと同様のスケーリング特性を示すことが明らかとなった。

業績【論文(5),(7)】においては、に基づいて特異値の関数形を数値計算に基づいて詳細に解析した。結果として、分解方向のインデックスが長さを表しており、特異値は相関関数のヘルダー共役となることが示された。またこれをランダムフラクタルに基づく解析により裏付けを行った。

業績【論文(6)】においては、特異値分解の連続極限を考え、ある種の積分変換としてみたときに、この分解がどのような物理的意味を持つかということを検討した。の解析を通してこの積分変換の基底関数は分かっており、そこからこの積分変換が Mellin 変換であることが明らかとなった。このとき興味深いことは、逆変換が存在し、逆空間は対象としている臨界指数(異常次元)の空間となることが分かった。これを Mellin 逆変換の立場で見ると、臨界点における相関関数の情報は、正しい臨界指数から「ずれた」情報を全て足しあげれば得られるということになり、くりこみ群を数学的に定式化するための共形場理論における Zamolodchikov の c 定理に非常に類似した数理構造を持つことが明らかとなった。

これらの業績に関連する研究は、国内・国際的な協力体制を進めており、特に海外展開としては、アメリカ・中国・シンガポール・南アフリカなど、広く世界的な接点を持つ良い機会となった。

(2) 情報幾何学的手法によるゲージ重力対応の研究:

業績【論文(2)】においては、ストリング理論分野でよく知られている「有限温度の1次元量子臨界系とBTZブラックホールを持つ一般相対論との等価性」を、現象論のレベルではあるが情報幾何学的手法で証明した。端的に言うと、エンタングルメント・エントロピーのカノニカル変数による二階微分が古典サイドの計量テンソルに対応することが分かった。共形場理論に従うと、エンタングルメント・エントロピーはある種の相関関数の対数であることから、量子系の相関の情報を

古典的な空間に埋め込むフォーマットが情報幾何であるということが言える。カノニカル変数の一つがエンタングルメントを定義する際の部分系サイズの逆数であり、エンタングルメントと幾何の対応関係も明らかとなった。

この成果の基となる研究については、早い段階から国際会議の招待講演などで認知をしていただいた。そのため、業績【論文(2)】の完成以前から、国内の協力体制だけでなく、中国、タイ、南アフリカなど海外の研究者と分野を超えた共同研究が進めてきた。しかしながら、対象とする問題が理論物理の根幹と関わっており、近似的な解法や一般論だけでは識者の納得が得られない場合があり、3年間の研究期間で論文という最終ゴールに至らなかった成果も多数残されている。この点は本研究代表者の次期科研費基盤C「量子系のエンタングルメントと幾何学に関する情報理論的研究」(平成30年度から平成32年度)で形にしていく計画である。

(3)特異値分解のスケーリング特性を応用したニューラルネットワークの機能解析：

業績【論文(4)】において、特異値分解の持つスケーリング特性を応用したニューラルネットワークの連想記憶機能の解析を行った。ある画像とその特異値の小さいものを捨てて作った劣化画像をニューラルネットワークに記憶させ、その中間状態の画像を入力したときに、入力画像がどれだけオリジナル画像の情報を保持していればネットワークがオリジナルを復元できるか調べた。その結果として、(1)で明らかとなったスケーリング特性がこの場合にも重要であることが分かった。すなわち、このことが意味していることは、くりこみ群とニューラルネットワークの基本アルゴリズムに何らかの相関があることを示唆していることである。非常に最近、階層的ニューラルネットワークとホログラフィーくりこみ群の関わりを示唆する研究成果も出てきており、今後の展開が期待される。

(4)強相関電子系のスペクトル解析に対するスケール分解手法・可解模型的手法の応用：

業績【論文(3)】において、スケール分解手法の量子物性への応用について研究を進めた。電子相関の強い量子多体系では、モット絶縁体にドーブしたキャリアは、周囲のスピンや電荷の揺らぎの衣をまとった状態で存在する。運動方程式の方法に従えば、様々な空間スケールの量子揺らぎの衣をまとった状態は自然に表れ、これらで完全系を張れば、任意の量子状態が記述できるはずである。本論文ではこれらの衣をまとった粒子のスペクトルを高次元階層構造という立場から解析し、Bethe 仮設法との関わりや銅酸化物高温超伝導における偽ギャップの問題などを合わせて議論した。この完全系を表現す

る複合演算子の数理解造がホログラフィー原理の数理解造と非常に類似しており、スケールに着目する考え方は量子多体論の非常に基礎的な部分に由来すると捉えることができる。この類似性を数学的に精密化していることも今後の大きな研究テーマとなりえると考えられる。

(5)専門家向けテキストの出版や集中講義による研究成果の公開と啓蒙活動：

以下で述べる業績【図書(1)】に挙げた専門書を執筆し、科研費研究推進期間中の2016年6月に出版した。この分野は世界的な進展が激しく、かつ異分野の複合知識が要求されるため、関係者が望む有益な専門書がなかなか現れなかったため、各所からの依頼を受けて、その時点までの分野を総まとめしたテキストを執筆した。これに基づき、各大学・研究機関での集中講義等を行うことで【論文(1)】、この分野にこれから参入を希望している大学院生への啓蒙に大いに役立った。国際的な波及効果としては、英語テキストの執筆も準備中であるが、それは残念ながらまだ実現しておらず、今後の課題として残った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計8件)

(1)松枝宏明, テンソルネットワークと量子情報・可解性・重力の関わり, 物性研究・電子版, Vol.6 No.4, 064204 (2017)

(2)H. Matsueda and T. Suzuki, "Banados-Teitelboim-Zanelli Black Hole in the Information Geometry", J. Phys. Soc. Jpn. 86, 104001 (2017).

(3)T. Otaki, Y. Yahagi, and H. Matsueda, "Spectral Properties of Composite Excitations in the t-J Model", J. Phys. Soc. Jpn. 86, 084709 (2017).

(4)T. Kumamoto, M. Suzuki, and H. Matsueda, "Singular-Value-Decomposition Analysis of Associative Memory in a Neural Network", J. Phys. Soc. Jpn. 86, 024005 (2017).

(5)C. H. Lee, D. Ozaki, and H. Matsueda, "Random Fractal Ansatz for the configuration of Two-Dimensional Critical Systems", Phys. Rev. E94, 062144 (2016).

(6)H. Matsueda, "Inverse Mellin Transformation of Continuous Singular Value Decomposition: A Root to Holographic Renormalization", J. Phys. Soc. Jpn. 85, 114001 (2016).

(7)H. Matsueda, C. H. Lee, and Y. Hashizume, "Comment on 'Snapshot spectrum and critical phenomena for two-dimensional classical spin

systems'' ”, J. Phys. Soc. Jpn. 85, 086001 (2016).

(8) H. Matsueda and D. Ozaki, “Proper encoding for snapshot-entropy scaling in two-dimensional classical spin models”, Phys. Rev. E92, 042167 (2015).

〔学会発表〕(計 15 件)

(1) 松枝宏明, 鈴木達夫, 情報幾何における BTZ ブラックホール, 日本物理学会第 73 回年次大会, 東京理科大, 2018 年 3 月 23 日

(2) 松枝宏明, 量子多体系の複合励起スペクトルとベータ仮説, ワークショップ「高温超電導とその関連物質における新規な物理」, 東北大金研, 2018 年 1 月 31 日

(3) H. Matsueda, BTZ black hole in the information geometry, 2017 International Workshop on Quantum Information, Quantum Computing and Quantum Control, Shanghai Univ. 12/21, 2017

(4) 松枝宏明, 情報幾何学における BTZ ブラックホール, 非可換幾何と数理物理, 芝浦工大, 2017 年 11 月 3 日

(5) 松枝宏明, t-J 模型における複合励起のスペクトル(): Bethe 仮説による分類, 日本物理学会 2017 年秋季大会, 岩手大学, 2017 年 9 月 24 日

(6) H. Matsueda, Geometry of Quantum Entanglement, Workshop 2017 on “Discrete Approaches to the Dynamics of Fields and Space-Time”, 浦項工科大(韓国), 2017 年 9 月 19 日

(7) 松枝宏明, 数理物理への量子情報論的アプローチ, 第 24 回沼津研究会, 2017 年 3 月 7 日

(8) 松枝宏明, t-J 模型における複合励起のスペクトル: 実励起・隠れた励起のバンド混成描像に基づく儀ギャップの理解, 金研ワークショップ, 2017 年 1 月 12 日

(9) 松枝宏明, 1 次元自由電子系のエンタングルメントスペクトルに対するヘッセ幾何学, 日本物理学会第 71 回年次大会, 東北学院大学, 2016 年 3 月 19 日

(10) H. Matsueda, Geometry and dynamics of information spacetime derived from entanglement spectrum, APS March Meeting, Baltimore, 3/15, 2016

(11) H. Matsueda, Geometry and dynamics of information spacetime derived from entanglement spectrum, YQIP, Yukawa Institute, 1/5, 2016

(12) 松枝宏明, 大瀧貴史, 矢作裕太, t-J 模型における非局所励起のスペクトル, 日本物理学会 2015 年秋季大会, 関西大学, 9 月 17 日, 2015 年

(13) H. Matsueda, Geometry and Dynamics of Information Spacetime Derived from Entanglement Spectrum, International Workshop on Strings, Black Holes and

Quantum Information -Tohoku Forum for Creativity-, Tohoku Univ., 9/11, 2015

(14) 松枝宏明, 大瀧貴史, 矢作裕太, t-J 模型における非局所励起のスペクトル, 多自由度と相関効果が生み出す超電導の新潮流 ~ BCS から BEC まで ~, 京大基研, 2015 年 6 月 9 日

(15) H. Matsueda, Geometric Structure of MERA Networks: Relation to AdS/CFT Correspondence, 10sor network workshop, 東大柏キャンパス, 5/17, 2015

* この他に集中講義講師やセミナー講演を多数実施した。主な集中講義としては以下が挙げられる。

(1) 2017 年度: 愛媛大学理学部物理学科「量子物理学」

(2) 2017 年度: 金沢夏の学校 2017, 金沢大学大学院自然科学研究科

(3) 2016 年度: 第 61 回物性若手夏の学校「テンソルネットワークと量子情報・可解性・重力の関わり」

(4) 2015 年度: Summer School 数理物理 2015 ログラフィー原理と量子エンタングルメント, 「場の量子論におけるテンソル積変分法」, 東京大学大学院数理科学研究科

〔図書〕(計 1 件)

(1) 松枝宏明著, 森北出版, 「量子系のエンタングルメントと幾何学 ホログラフィー原理に基づく異分野横断の数理」(2016)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松枝 宏明 (MATSUEDA HIROAKI)
仙台高等専門学校・総合工学科・教授
研究者番号: 20396518

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

該当なし

(4) 研究協力者

鈴木達夫 (SUZUKI TATSUO)
芝浦工業大学・システム理工学部・教授
研究者番号: 70318799
大瀧 貴史 (OTAKI TAKASHI)
仙台高等専門学校
東京大学・工学部・物理工学科
研究者番号: なし
矢作 裕太 (YAHAGI YUTA)
仙台高等専門学校
東北大学・工学部・応用物理学科
研究者番号: なし

熊本 達也 (KUMAMOTO TATSUYA)
仙台高等専門学校
東北大学・工学部・応用物理学科

研究者番号：なし

鈴木 真生 (SUZUKI MAO)

仙台高等専門学校

研究者番号：なし

ChingHua Lee

Institute of High Performance
Computing (Singapore), 研究員

研究者番号：なし

尾崎 太飛 (OZAKI DAI)

仙台高等専門学校・専攻科

東北大学大学院・工学研究科・応用物理学
専攻・博士前期課程

研究者番号：なし

橋爪洋一郎 (HASHIZUME YOICHIRO)

東京理科大学・理学部第一部応用物理学
科・助教

研究者番号：5 0 7 1 1 6 1 0