

平成 30 年 5 月 30 日現在

機関番号：13301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K06136

研究課題名(和文) 線形時変システムの解析アルゴリズム

研究課題名(英文) Analysis algorithm of linear time-varying systems

研究代表者

軸屋 一郎 (Jikuya, Ichiro)

金沢大学・電子情報学系・准教授

研究者番号：90345918

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：線形時変システムに対して微分可制御部分空間の概念を導入した。ある初期状態が無
限小時間区間で原点に遷移可能であるときに微分可制御な状態であると定義する。微分可制御な状態の集合を
微分可制御部分空間と呼ぶ。区分解析的なシステムに対して微分可制御部分空間の計算方法を提案した。さら
に、微分可制御部分空間が座標変換に依存しないことや、微分可制御部分空間が状態遷移行列の時間発展に関し
て係数行列が解析的な時間区間で不変であることを示した。

研究成果の概要(英文)：In this work, the new concept of differentially controllable subspace is
introduced. A state of the linear time-varying system is said to be differentially controllable if
the state can be transferred to the origin in an arbitrary small time-interval. The set of
differentially controllable states is said to be the differentially controllable subspace.
Computational procedures are presented for piecewise analytic linear time-varying systems. Then, it
is shown that the differentially controllable subspace are invariant with respect to the coordinate
transformation. It is also shown that the differentially controllable subspace are invariant with
respect to the state transition on each time-interval on which the coefficients matrices are
analytic.

研究分野：制御工学

キーワード：制御工学 線形時変システム システム解析

1. 研究開始当初の背景

近年“点に止める制御”から“運動の制御”への関心が高まっている。例えば宇宙工学の分野では、人工衛星の軌道制御や磁気トルカの姿勢制御が一例である。“点に止める制御”は局所的には線形時不変システムに対する安定化問題を扱うことになるのに対し、“運動の制御”では局所的には線形時変システムの安定化に帰着される。現在では、線形時変システムの研究は完成の域に達したと認識されているようである。ところが、従来研究を精査したところ、線形時変システムの従来研究を比較すると相矛盾することが明らかとなった。そこで、線形時変システムの研究の再構築が必要と考えている。

線形時変システムは、1960年代に Kalman が現代制御理論を創始した当時では、制御系解析・設計の標準的な枠組みであり、その重要性はいうまでもない。可制御性、可観測性、カルマン正準分解、実現問題、最適制御、カルマンフィルタ、などすべての理論が線形時変システムの枠組みにおいて解が与えられた。その後、代数的な構造をもつ線形時変システムの研究が主流となり、Kalman 自身、Kamen、Ilchman などにより、現在に至るまで数多くの研究成果が得られている。これらの研究は高度に抽象化されているものの、現実の制御対象への適用可能性が明らかではなく、工学的な重要性には疑問の余地がある。近年、Sandberg ら(2004)が(特に代数的な構造を持たない)一般的な線形時変システムのモデル低次元化手法を行い次元の変わる線形時変システムを構成することを提案し、Van Willigenburg ら(2008)が時間とともに可制御性の構造が変わるシステムの解析を議論した。このように、特に代数的な構造を持たない一般的な線形時変システムが再び注目を集め、時変システムに潜む時変構造の解明が望まれる現状にある。

応募者は H16 年から「小型人工衛星用・磁気トルカ姿勢制御系の開発」と題して姿勢制御系の研究を行い、基礎検討段階において可安定性判定条件を調べたところ、線形周期システムの正準分解の理論に誤りがあることを発見した(Bittanti and Bolzeron, 1985)。そこで可安定性判定条件や正準分解に立脚した制御問題は未解決であり、再検討の必要があるという結論に至った。H20 年から「線形周期システムの可安定性解析」と題して線形周期システムの正準分解に取り組み、H24 年から「微分可制御性に基づく線形周期システムの解析アルゴリズム」と題して線形周期システムの微分可制御性と可制御性の乖離について研究を行った。

2. 研究の目的

申請者により拡張された正準分解の理論では可制御部分空間の性質を調べることが鍵となる。可制御部分空間は可制御性グラミアンの像として定義されるが、その具体的な計算は容易ではない。本研究は線形時変システムの状態空間の構造を調べるための道具立てを提案することを目的とする。特に、申請者が線形周期システムに対して提案した微分可制御部分空間の概念を線形時変システムに対して拡張し、様々な解析手法を提案することを目的とする。

3. 研究の方法

本研究は理論研究であり数学的な議論の積み重ねにより研究を遂行した。提案された解析手法のアルゴリズム化を意識して、いろいろな例題を考え、シンボリックなソフトウェアによる検証を重ねた。さらに、応用面からの問題設定の再確認を目的として、いくつかの具体的な制御問題に対して線形時変システムに対する応用事例を探す試みを行った。

4 . 研究成果

微分可制御性とは Weiss により 1965 年に提案された概念である。ある時間区間の任意の部分時間区間上で線形時変システムの任意の初期状態を原点に遷移させることができるときに、線形時変システムはその時間区間上で微分可制御と定義する。任意の時間区間において微分可制御であるならば、線形時変システムは微分可制御と定義する。このように微分可制御性とはシステムの性質を特徴付ける概念であり、個別の初期状態の特徴づけに適した概念ではない。本研究では、ある初期時刻における初期状態を十分短い時間区間上で原点に遷移させることができるときに、線形時変システムのその初期時刻におけるその初期状態は微分可制御であると定義した。その初期時刻における任意の初期状態が微分可制御であるときに、線形時変システムはその初期軸において微分可制御であると定義した。任意の初期時刻において微分可制御である問いに、線形時変システムは微分可制御であると定義した。システムに対する微分可制御性の定義としては等価であるが、本研究で導入された定義に従い、微分可制御な初期状態という概念が新たに提案されたわけである。さらに、ある初期時刻において微分可制御な状態の集合を考えると、その集合はベクトル空間としての構造を示すことができる。これにより、微分可制御な初期状態の集合を微分可制御部分空間と定義した。以上により、線形時変システムに対して「微分可制御部分空間」の概念を導入した。

微分可制御部分空間を導入したら、具体的に数式表現できることが望ましい。数式表現を導出するために、可制御部分空間との類似点に着目した。線形時変システムにおける可制御性グラミアンは 2 変数関数である。可制御性グラミアンの積分の始点を初期時刻に取

り、積分の終点を十分に大きな有限時刻とすることにより、可制御部分空間は可制御性グラミアンの像空間として計算可能である。終点を十分に大きな有限時刻とすることは、線形時変システムの可制御性が有限時刻において原点に遷移可能であることに対応している。一方、線形時変システムの微分可制御性は初期時刻に十分近い将来に原点に遷移可能であることに対応する。そこで、可制御性グラミアンの積分の始点は初期時刻として、積分の終点は初期時刻に十分近い将来として、微分可制御部分空間は可制御性グラミアンの像空間として計算可能であることを示した。ただし、初期時刻に十分近い将来という表現を正確に表現するためには工夫が必要であり、初期時刻より先の時刻を考え、その初期時刻よりは前の時刻に原点に遷移できれば良いとみなすことにより数式表現できた。具体的には、初期時刻より先の時刻において和集合を取り、その時刻よりは前の時刻を考えるとところにおいて積集合を取ることにより、初期時刻に十分近い将来という表現を数式表現できた。

微分可制御部分空間の数式表現を導入したら、具体的に計算できることが望ましい。直接計算は困難なので、微分可制御部分空間の直交補空間を求めることを考えた。初期時刻を固定したときに、直交補空間の元は定数ベクトルである。そこで、可制御性グラミアンの積分の始点は初期時刻として、積分の終点は初期時刻に十分近い将来として、可制御性グラミアンを構成したら、可制御性グラミアンに左右からかけたら零ベクトルとなるような非零ベクトルを求めることを考えた。積分に定数ベクトルをかけたら、定数ベクトルは積分の中に移行することができる。可制御性グラミアンは半正定対称行列であって、可制御性グラミアンに左右から定数ベクトルをかけたものが零となるなら、非積分関数に

左右から定数ベクトルをかけたものは零である。そこで、初期時刻から初期時刻に十分近い将来に渡る時間区間を考え、その時間区間上で、可制御性グラミアンの非積分関数にかけたら恒等的に零ベクトルとなるような非零ベクトルの全体により微分可制御部分空間の直交補空間を計算することができる。この計算方法は、可制御性グラミアンの積分表現から派生しているため、「積分公式」と名付けた。

積分公式は任意の時間区間上で適用可能であるが、十分に近い将来という取り扱いにくい概念に立脚しており、計算が容易とは言えない。そこで、線形時変システムの係数行列が区分的に解析的であるという仮定を置くことにより、積分公式とは異なる計算方法も提案した。区分的に解析的であるとは、時間軸を各時間区間は無限小ではないとして可算無限個の時間区間に分割して、各時間区間の内点の近傍ではテーラー級数展開であるという意味である。線形時変システムの係数行列が区分的に解析的であるならば、状態遷移行列もそれぞれの引数に関して区分的に解析的となる。可制御性グラミアンの非積分関数は状態遷移行列と係数行列から構成されるので、非積分関数もテーラー級数展開可能である。非積分関数に含まれる初期時刻は固定することにして、積分を行う変数に関してテーラー級数展開を計算する。すると、積分公式と等価な条件として、係数行列の積と微分を再起的に繰り返して得られる無限系列を横に並べて得られる行列の像空間により微分可制御部分空間を計算することができる。この計算方法は、係数行列の微分計算を要するので、「微分公式」と名付けた。

積分公式と微分公式はそれらを計算可能な時刻においては等価である。積分公式の方が任意の時間区間上で適用可能であるのに対

し、微分公式は係数行列がテーラー級数展開可能な時間に限定されるので、積分公式の方が適用可能な状況は広い。積分公式では状態遷移行列の計算が必要であり、さらに初期時刻に十分近い将来にわたる微小時間区間上でのシンボリックな計算が必要であるのに対し、微分公式では係数行列の積と微分計算を繰り返し行い初期時刻における計算で完結する意味では微分公式の方が簡潔に計算できる。区分解析的な線形時変システムにおいて積分公式と微分公式の違いは、係数行列が解析的となる時間区間の端点に現れる。具体的な数値例題において、微分公式は端点では適用できないが、積分公式は端点で適用できることを例示した。

積分公式も微分公式も特定の座標系における状態遷移行列や係数行列を使って計算される。微分可制御部分空間は状態空間の部分空間であるからには、積分公式も微分公式も座標系に依存しないことが期待される。状態遷移行列や係数行列に座標変換を施し、具体的に計算することにより、積分公式に関する座標変換規則を導出した。座標変換前後で、積分公式の式の構造は一致するので、積分公式は座標系に依存しないことが示せた。微分公式における、係数行列の積と微分計算に関しても、座標変換を施して具体的に計算することにより、微分公式に関する座標変換規則を導出した。座標変換前後で、微分公式の式の構造は一致するので、微分公式も座標変換に依存しないことが示せた。

微分可制御部分空間はその定義から明らかのように、初期時刻から初期時刻に十分近い将来にかけての十分に近い時間区間上で定義されるので、異なる時間で定義された二つの微分可制御部分空間を関係付けることは容易ではない。一方、可制御部分空間は逆時間方向への状態遷移に関して不変性があり、

さらに時間軸を有限個の時間区間に分割すると、各時間区間上では順時間方向へ状態遷移に関しても不変性があることを示すことができる。これらの性質を用いて、係数行列が解析的となる時間区間上で微分可制御部分空間の推移を議論する。証明は煩雑なので詳細は割愛するが、微分可制御部分空間の対となる微分可到達部分空間も導入して、微分可制御部分空間は逆時間方向に不変であり、微分可到達部分空間は順時間方向に不変であり、微分公式により両者は一致するので、結果として、微分化制御部分空間も微分可制御部分空間も係数行列が解析的となる時間区間上で順逆いずれの時間方向へも状態遷移に関して不変性があることを示すことができる。この結果は、可制御部分空間や可到達部分空間の構造をより詳細に解明していく上で鍵となる重要な道具となりうると期待される。

応用面からの問題設定の再確認を目的として、振動制御やエネルギー回生の研究などにも取り組んだ。本研究で得られた成果との融合は今後の課題であるが、学会発表の場を通じて線形周期システムの具体例を情報収集することができたので、引き続き研究を深化していきたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表](計 4 件)

(1) 線形時変システムの微分可制御性に関する一考察, 軸屋一郎, 計測自動制御学会第3回制御部門マルチシンポジウム, 南山大学, 2016/03/07

(2) Differentially Controllable Subspace for Linear Periodic Systems, Ichiro Jikuya, 6th IFAC Workshop on Periodic Control Systems PSYCO 2016, Eindhoven, The Netherlands, 2016/06/29

(3) On Coordinate Transformation of Differentially Controllable Subspace for

Linear Periodic Systems, Ichiro Jikuya, SICE Annual Conference 2016, Tsukuba, Japan, 2016/09/20

(4) Transition rule of differentially controllable subspace for linear periodic system, Ichiro Jikuya, The 2017 Asian Control Conference, Gold Coast, Australia, 2017/12/17

6. 研究組織

(1) 研究代表者

軸屋 一郎 (JIKUYA, Ichiro)

金沢大学・理工研究域電子情報学系・准教授

研究者番号: 90345918