

令和 元年 9 月 12 日現在

機関番号：15201

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2015～2018

課題番号：15K11986

研究課題名（和文）非決定性回路を対象とする回路計算量理論の確立

研究課題名（英文）Establishing Circuit Complexity Theory of Nondeterministic Circuits

研究代表者

森住 大樹（Morizumi, Hiroki）

島根大学・学術研究院理工学系・助教

研究者番号：50463782

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,100,000円

研究成果の概要（和文）：非決定性回路に着目し、その回路計算量の解明を進めることを目的として研究を実施した。本研究は、計算機が行う計算の数学的モデルとして論理回路をとらえ計算量理論の立場から研究を行ったものであり、背景にはP対NP問題に代表される問題の本質的な難しさに関する多くの未解決問題がある。結果として、非決定性回路とそれに関連する問題に対して複数の成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

計算機の進歩とともに計算機を活用して問題を解くことが広く行われるようになり多くのアルゴリズムが開発されているが、その一方、問題の本質的な難しさについては、P対NP問題をはじめとして解明されていない事が多く残されている。回路計算量は問題の本質的な難しさを証明するのに有力と考えられている手法の一つであり、30年以上に渡り広く研究が行われている。本研究は、非決定性回路に着目し、その研究を確立することで、難問とされている問題の難しさに関する未解決問題の解決へとつなげることを目的として実施した。

研究成果の概要（英文）：We studied nondeterministic circuits to explore the circuit complexity. In this study, Boolean circuits are considered as a mathematical model of computation, and studied from the viewpoint of computational complexity theory, on the background that there are many open problems of computational complexity such as the P vs. NP problem. As the conclusion, we obtained several results for nondeterministic circuits and related problems.

研究分野：計算量理論

キーワード：計算量理論 回路計算量 非決定性回路

1. 研究開始当初の背景

回路計算量の研究では、論理回路をチューリング機械と同様に計算機の数学的モデルとして考える。論理回路の素子数はチューリング機械の計算時間との関係が知られており、論理回路の素子数という議論しやすい対象で計算機の計算時間を議論することが可能である。回路計算量は 1980 年代ごろ、P 対 NP 問題を解決するための有力な手段として盛んに研究されるようになった。P 対 NP 問題は理論計算機科学における最大の未解決問題の一つである。NP に属するある問題を計算する論理回路を構成するために入力サイズに対して多項式個を越える素子が必要であることが証明されれば、P = NP を示したことになり P 対 NP 問題は解決される。P 対 NP 問題に限らず問題の難しさを議論する手段として回路計算量はしばしば有効に活用されている。

非決定性回路は、その名称の通り非決定的に計算を行う回路である。(NP の N も非決定性を意味している。)非決定性回路の研究は、非決定性計算と論理回路というともに計算量理論の分野で非常に重要でよく研究されているものの組み合わせであるにも関わらず、これまで散発的にいくつかの研究があるのみで、単調回路や定数段数回路などの回路モデルが確立しているのとは大きく異なる状況にあった。

2. 研究の目的

本研究では、非決定性回路を対象とした回路計算量理論の研究を確立することを目指した。研究期間内に論文を複数発表することで、非決定性回路の認識を広めて回路計算量理論における非決定性回路の研究を確立し、他の研究者も含め一般の回路計算量の下界等の将来の大きな発展へとつなげることを目標とした。

回路モデルとしては、単調回路や定数段数回路などが知られているが、非決定性回路はそれらと同等の位置づけへと引き上げ得るものであると着目し、P 対 NP 問題という一般にもよく知られた問題をはじめとして計算機科学の重要な未解決問題の解決に関わる回路計算量理論の分野において、非決定性回路という新しい流れを生み出すことを目指した。

3. 研究の方法

本研究は理論的な研究であり、実験やシミュレーション等を行っていない。そのため、そういった方法の手順に相当するようものは特には存在しない。本研究には非決定性回路という明確なキーワードがあり、回路計算量やそれに隣接する分野の既存の研究や問題意識に、非決定性回路という新たな視点を加える事で、成果を得る事を目指した。

4. 研究成果

非決定性回路をキーワードに研究を進め、その過程において関連して得られた成果も含め、多くの成果を得た。そのうちの代表的なものや非決定性回路に特に関連の深いものについて以下に順に述べる。

(1) パリティ関数を計算する非決定性回路について以下の成果を得た。 n 変数のパリティ関数を計算する最小な一般の回路(正確には XOR 素子等は除かれ U2 回路と呼ばれるもの)の素子数は $3(n-1)$ であることが知られている。これは古くからよく知られた成果であり、その下界の証明は線形サイズの下界の証明によく使われる素子削除法に基づいている。非決定性回路においても素子削除法により $3(n-1)$ の下界を証明可能であることを示した。このことは非決定性計算が U2 回路でパリティ関数を計算する場合には役に立たないことを意味する。また、決定性の回路に対して有効な証明法が、非決定性回路に対しても有効な場合があることを意味している。以上の成果を中心にまとめた論文が査読付き国際会議 COCOON'15 に採録され発表を行った。

(2) (1) は非決定性計算が U2 回路でパリティ関数を計算する場合には役に立たないことを意味する成果であったが、反対に非決定性計算が役に立つ場合を U2 回路において示した。これは、一般の回路において、決定性回路と非決定性回路の計算能力の差を証明した初めての成果である。この研究は、P 対 NP 問題の N に相当する、非決定性計算の理解を深めることにつながるものである。

(3) 決定性幅限定回路と非決定性幅限定回路の関係を示す事により, L/quasipoly が NL を含む事を証明した. P 対 NP 問題の計算領域版に相当する問題として L 対 NL 問題があり, こちらも大きな未解決問題となっているが, それに関連する成果である. 幅限定回路に対して非決定性の場合を考えた事自体も新しい事であり意味のある事である.

(4) 非決定性幅限定回路の下界を示した. この成果は幅限定回路が主題の成果であるが, 非決定性回路の視点を加える事で, より強固な成果となった.

(5) 論理回路を計算モデルとして非決定性について考えるのが本研究の主目的であるが, その過程で積み重ねられた知見を応用して, 計算モデル上で零抑制について考える事にも取り組んだ. 零抑制は近年注目されているデータ構造 ZDD の核となる要素である. その成果は, 査読付き国際会議 IWCCA '18 に採録され発表を行った.

以上のように, 非決定性回路の視点から研究を進め, 非決定性回路が主題となっているものから非決定性回路が関連するものまで様々な観点からの成果を得る事ができた. それらは新たな方向性の研究として今後の展開にも期待ができ, 当初の目的のように非決定性回路に関する複数の成果を得ることができたと考えている. (2) (3) (4) の成果は研究期間内には国内研究会での発表に止まったが, 今後更なる進展を見込んでいる.

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計2件)

Hiroki Morizumi, Lower Bounds for the Size of Nondeterministic Circuits, Lecture Notes in Computer Science vol. 9198 (Proc. of the 21st COCOON), pp. 289-296, 2015, 査読有
DOI : 10.1007/978-3-319-21398-9_23

Hiroki Morizumi, Zero-Suppression and Computation Models, Lecture Notes in Computer Science vol. 10979 (Proc. of the 29th IWCCA), pp. 263-272, 2018, 査読有
DOI : 10.1007/978-3-319-94667-2_22

〔学会発表〕(計3件)

森住 大樹, ZDD と論理式に関する一考察、情報処理学会第 167 回アルゴリズム研究会、2018

Hiroki Morizumi, Some Results on the Power of Nondeterministic Computation、2018 年度冬の LA シンポジウム、2019

Hiroki Morizumi, Lower Bounds and Satisfiability Algorithms for Bounded Width Circuits、電子情報通信学会コンピュテーション研究会 (2019 年 3 月) 2019

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計0件)

取得状況 (計0件)

〔その他〕

なし

6 . 研究組織

(1)研究分担者

なし

(2)研究協力者

なし

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。