

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 5 月 29 日現在

機関番号：16102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2015～2016

課題番号：15K13232

研究課題名(和文)算数・数学に対する自律的学習能力を育成する教授・学習システムの開発

研究課題名(英文)Development of Teaching Method to Realize an Autonomous Learning in Mathematics

研究代表者

秋田 美代 (AKITA, Miyo)

鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・教授

研究者番号：80359918

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、算数・数学における自律的学習能力を育成する新しい教授・学習システムを開発することである。本研究においては、算数・数学の学習内容を数学の学問的構成原理から捉えて、算数・数学の学習内容を構造化することで、学習内容の中の共通概念を抽出しモデルの可塑化を行った。さらに、数学固有の知識観を基に、数学に対する自律的学習能力を育成する授業構成の原理を構築し、教授・学習システムを開発した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to develop an effective teaching system for realize an autonomous learning in Mathematics. In this study the following were analyzed in according to the construction principle of mathematics: (1) the same mathematical concepts among the learning contents in the school mathematics textbooks; (2) plastic changes in mathematics learning is induced by the same mathematical concept. In mathematics, it is important to find and represent the essential properties from something concrete. Mathematical structure and relationship are the key to deepening students' understanding. The representation of relationship has an important role to play in mathematical thinking. The Representation Model in Mathematics Learning was proposed. This new representation model is useful in order to raise the level of students' understanding.

研究分野：数学教育学

キーワード：自律的学習能力 教授・学習システム 数学概念の抽出

1. 研究開始当初の背景

日本の算数・数学教育においては、児童生徒が柔軟に発想して、独創的なアイデアを生み出すことに課題が見られ、獲得した知識や技能を実際の場面で活用する力が弱いことが報告されている。数学は知識基盤社会を支える学問であり、習得した知識・技能を活用して自分自身で問題解決することができる自律的学習能力の育成は、国内・国外において数学教育の重要な課題である。

算数・数学は非常に系統性の強い教科であり、児童生徒が関連する既習の内容を理解できていないことは、学習や指導を難しくする。研究代表者は、これまでの創造性の育成について研究する中で、児童生徒には定式化された解法方法への固着があること、児童生徒が数学の学問的特性に沿った認知過程を辿ることで問題解決力や活用力が高まることを明らかにした。これらの研究成果から、児童生徒の自律的学習を抑制する算数・数学の系統性の強さを、逆に指導や学習の柔軟性に繋げることを着想した。そして、数学の学問的構成原理から捉えて学習内容を構造化することによって、学習内容の中の共通な数学概念を軸に系統性の強さを指導や学習の柔軟性に繋げることが可能だと考えるようになった。

2. 研究の目的

本研究の目的は、算数・数学における自律的学習能力を育成する新しい教授・学習システムを開発することである。国内外の学力調査の結果から、日本の児童・生徒は算数・数学で学んだ内容を活用する力に課題があることが指摘されている。算数・数学は非常に系統性の強い教科であり、小・中学校の算数・数学の授業においては、児童生徒が関連する既習の内容を理解できていないことが、学習や指導を難しくしている。数学の学問的構成原理と脳神経科学における認知についての知見を融合させ、数学の系統性は保ちつつ、モデルベース学習のモデルに可塑性をもたせるといふこれまでにない数学教育の授業構成の原理と方法を構築することにより、数学の理解を深め、数学を創造的に活用する能力を高める手法を確立し、数学教育の課題の解決に貢献する。

数学の学問的構成原理を基に、指導を困難にする要因と考えられている算数・数学の系統性の強さを、指導や学習の柔軟性に繋げて、自律的学習能力を育成する教授・学習システムを開発する点に本研究の独自性がある。本研究の結果、児童生徒の自律的学習能力を育成する手法が確立し、国内・国外における数学教育の課題解決に貢献できる点に本研究の意義がある。

3. 研究の方法

(1) 算数・数学の学習内容を数学の学問的構成原理から捉えて、算数・数学の学習内容を

構造化する。児童生徒がどの学習内容を公理として捉えれば、公理とした学習内容を基にどの学習内容は児童生徒自身で考え出すことができるかを明確にし、構造化を図る。

(2) 学習内容の中の共通概念を抽出しモデルの可塑化を行う。算数・数学の教科書における学習内容の中から同じ数学的概念として捉えることができる内容を明確化し、学習順序の前後関係によらず可塑的にモデルとして扱えるようにする。

(3) 自律的学習能力を育成する授業構成の原理と方法を構築し、教授・学習システムを開発する。習得した知識・技能を創造的に問題解決に役立てる自律的学習能力を育成する授業構成の原理と方法の構築し、それを基に学校現場で実践できる教授・学習システムを開発する。

4. 研究成果

(1) 数学固有の知識観の明確化

数学固有の知識観を、数学の構成原理及び数学で扱う対象を基に明確化した。

学校現場において教員は、教科固有の知識観を形成できる題材を児童生徒に提供するとともに、授業を通して児童生徒が教科固有の知識観をもち、思考・判断・表現のために教科の知識・技能を活用できるようになったかを把握する必要がある。したがって、教員は使用する教科の教材が何を実現するために使用され、それをどのように使用すると児童生徒の認識が変容するかを十分に理解しなければ、児童生徒をよりよく成長させることは難しい。児童生徒の算数・数学に対する自律的学習能力を向上させるためには、数学の特性を十分に理解する必要がある。

数学は、数量・図形に関わる性質や関係について、定義・公理と呼ばれる正しいことを認める最小限の性質を基に新たな性質や関係を証明するという、公理に基づく手法で得られる体系を研究する学問である。小・中学校における算数・数学の授業においては、児童生徒が公理に基づく手法が十分に理解できる発達段階ではないことがあり、厳密に公理から出発する方法は取られていない。しかし、数学の学問的構成原理である公理に基づく手法を強く意識して、既習事項を基に新しい知識や問題解決の方法を獲得させることに重点を置いた指導が行われる。

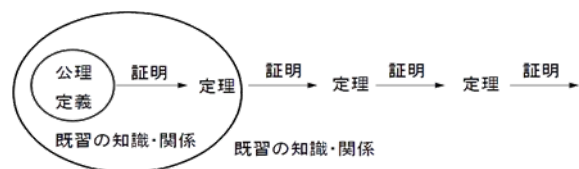


図1 公理に基づく手法

図1は、数学の研究・学習における公理に基づく手法を表す。

算数・数学の学習においては、図1に示すような公理に基づく手法によって新たな知識が創られる。算数・数学を担当する教員が、図1に示す手法をはっきりと意識し、児童生徒がこの手法を使って自分自身で新たな知識を創れるように仕組まなければ、児童生徒が自分自身で自律的に算数・数学の理解を深めることは難しい。この点から、算数・数学は既習事項をモデルとして理解のベースに置く教科であるといえる。モデルをベースに置く学習には、基となるモデルが必要であり、モデルのない場合は学習が困難となる。算数・数学の授業の中で、教員が算数科・数学科の学習内容の根底に公理に基づく手法があり、児童生徒に算数・数学を指導する際にその知識観を形成させる必要があることを認識できていなければならない。

数学は、科学、工業、経済等あらゆる分野のなかで活用され、日常生活や社会生活に役立てられている。数学が多くの分野で活用されるのは、モデルとしての価値を有していることが大きな理由であると考えられる。図2は、現実の世界と数学の世界の対象の違いを表す。

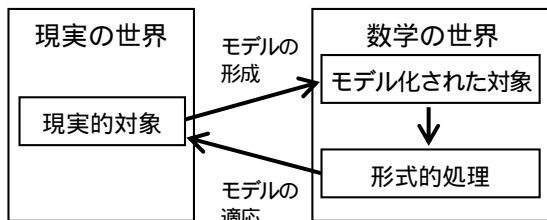


図2 現実と数学の世界の対象の違い

図2に示すように、数学の世界では現実的対象から数量・図形についての性質や関係のみを抽出し、抽象化されたモデルとしての対象を扱う。同じ数量、図形についての性質や関係をもつ現実的対象からは、同じモデルを取り出すことができ、同じ処理を施すことができる。あるモデルについて身に付けた知識や技能は、同じモデルが取り出せる全ての現実的対象に対して使うことができる。児童生徒が算数・数学を活用するとは、算数・数学の授業で獲得した知識等を、先で学ぶ数学の学習や日常生活の事象の中でモデルとして役立てて、経験したことのない問題を解決したり、新たなモデルを創ったりすることであると考えられる。算数・数学の授業の中で、児童生徒がモデル化された対象を扱うことの有効性や算数・数学で学んだ知識・技能を活用することとモデル化された対象との関係等を認識できることが重要である。この点から、算数・数学の授業では、今、思考の対象となっている現実的対象の中に、自分が既

に知っているモデル化された対象を見出すことが重要な教科であるといえる。現実的対象の中に既習事項を見出すことができなければ、学んだ内容を活用することが困難となる。

これらの分析・考察から、数学固有の知識観の背景に、数学の中で扱う対象と思考の方法があり、知識の関係づけなしに自律的な学習能力が育まれないことが分かった。

(2) 学習内容の中の共通概念の抽出

小・中学校の教科書を分析し、学習内容の中の共通概念の抽出を行った。また、共通概念を基に、児童生徒が現在の学習内容を理解するために既習事項をどのように利用すればよいかを分析した。

児童自身・生徒自身に、算数・数学は既習事項をモデルとして理解のベースに置いて新しい性質を理解していく教科であるという認識がないことが問題であると考えられた。例えば、図形に補助線を引くのは、既習の図形を見出して既習の図形の性質をモデルにして問題解決を行うためであると認識すれば、補助線を引く意味が明確になり、児童生徒の自律学習能力が高まると考えられた。

(3) 自律的学習能力を育成する授業構成の原理と方法の構築及び教授・学習システムの開発

認知心理学の分野において、人が認知の過程で心の中につくるイメージは内的表象と呼ばれ、内的表象はアナログ的表象と分析的表象に分類できるといわれている。アナログ的表象とは、対象を物理的に類似した表象として保持する方法であり、分析的表象とは対象を意味的に処理したものを表象として保持する方法である。図2の現実の世界では現実的対象を扱うので、アナログ的表象で対応できると考えられる。しかし、図2の数学の世界ではモデル化された対象を扱うので、分析的表象が必要であると考えられる。数学においてモデルを形成するためには、対象の中にある数量、図形の性質や関係が表象されなければならない。そこで、具体的対象の中にある数量、図形の性質や関係を表象することを、特に「関係の表象」と呼び、他の分析的表象とは区別する。数学においては、モデル化された対象を認識するために必要な関係の表象を実現することが重要である。

数学固有の知識観を基にした授業構成の原理を基に、学習モデルを開発した。図3は算数・数学の理解を深めるための数学固有の知識観を基にした学習モデルである。

数学の学習を自律的に行うためには、数学固有の知識観を基にした学習を行う必要がある。さらに、数学固有の知識観を基にして学習を行うためには、関係の表象が大変重要な役割を担う。算数・数学の授業において、児童生徒が課題解決において自分が課題の

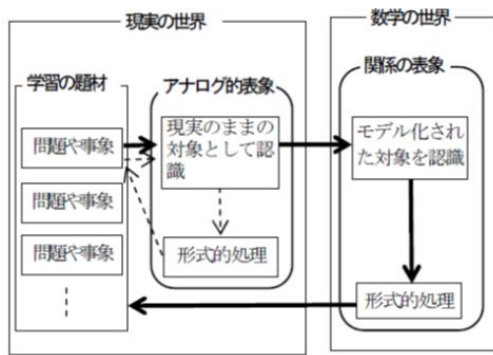


図3 数学固有の知識観を基にしたモデル

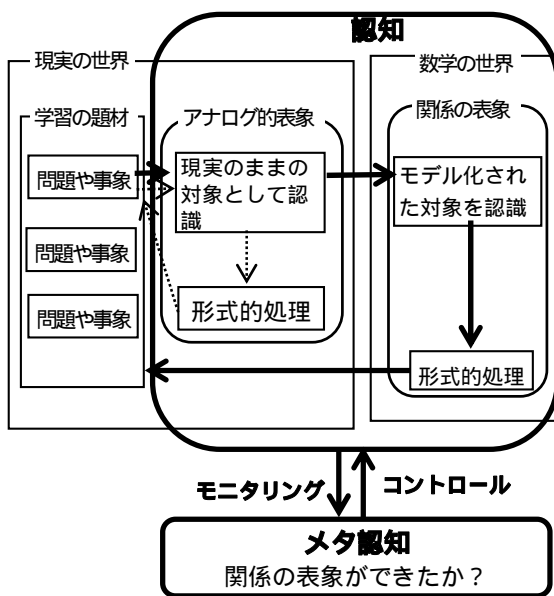


図4 数学固有の知識観を基にした数学学習モデルとメタ認知の関係

中から既習の関係を表象できたかについてメタ認知を働かせることができるようになれば、学習効果は大きく高まると考えられる。

図4は、数学固有の知識観を基にした数学学習モデルとメタ認知の関係を表す。図4の数学固有の知識観を基にした数学学習モデルとメタ認知の関係を教授・学習システムとして活用することで、数学科に対する自律的学習能力を育成する授業が構築できると考えられる。

児童生徒が数学固有の知識観を基にして学習を行えるように、教員は日々の算数・数学の授業において、授業でどのような数学の概念・法則等を獲得させようとしているのか、既習のどのような性質や関係を使うと児童生徒自身で思考・判断・表現して概念・法則等の獲得ができるのかを明らかにしておく必要がある。そして、授業の中心となる性質や関係を基にして、児童生徒が関係の表象ができる授業展開を作ること、授業の途中で児童生徒が関係の表象ができているかを評価して学習の修正等を行うことが重要である。

算数・数学科を担当する教員にとって、授業で表象させるべき性質や関係を適切に捉えることができるかは、授業構成力の基盤として、非常に大きな意味をもつと考えられる。

今後の課題として、数学固有の知識観を基にした数学学習モデルとメタ認知の関係を活用した授業を実践し、教授・学習システムの効果を検証することがある。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計2件)

Miyo Akita, Noboru Saito, Mathematics Learning Based on Nature of Mathematics, International Journal of Research on Mathematics and Science Education, refereed, Vol.3/4, 11 - 17

秋田 美代、教科内容学を基にした教員教育の改善、日本教科内容学会誌、査読有、Vol.1・No.1、2015、29 - 39

〔学会発表〕(計4件)

秋田 美代、齋藤 昇、算数・数学科における授業構成力についての研究 - 数学固有の知識観を基にした考察 -、日本教育実践学会第19回研究大会、2016年11月6日、「兵庫教育大学神戸ハーバーランドキャンパス(兵庫県・神戸市)」

辻永 大地、秋田 美代、算数・数学における知識創生のための理解についての研究、日本教育実践学会第19回研究大会、2016年11月6日、「兵庫教育大学神戸ハーバーランドキャンパス(兵庫県・神戸市)」

秋田 美代、齋藤 昇、数学に対する自律的学習能力の育成に関する研究、2016年度数学教育学会秋季例会、2016年9月16日、「関西大学千里山キャンパス(大阪府・吹田市)」

秋田 美代、算数・数学に対する自律性の育成に関する研究、全国数学教育学会第41回研究発表会、2015年2月1日、「広島大学(広島県・東広島市)」

6. 研究組織

(1) 研究代表者

秋田 美代 (AKITA, Miyo)

鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・教授

研究者番号：80359918