

平成 29 年 6 月 11 日現在

機関番号：13901

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2015～2016

課題番号：15K13456

研究課題名（和文）量子集合論の確率解釈の研究

研究課題名（英文）Study of the Probabilistic Interpretation of Quantum Set Theory

研究代表者

小澤 正直 (OZAWA, Masanao)

名古屋大学・情報科学研究所・特任教授

研究者番号：40126313

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000 円

研究成果の概要（和文）：量子論理に基づく集合論である量子集合論の研究は、論理学的方法で量子論を再構築し、量子論の確率解釈を拡張することを目指している。量子論理には含意結合子の選択に任意性があり、その標準化や個別化が長年の問題とされてきた。本研究では、含意結合子の選択による量子集合論の差異に着目し、量子集合論の移行原理が成立する多項式定義可能な2項演算がちょうど6種類あることを証明し、そのうち実質含意と呼ばれる3種に対して、量子集合論で定義される量子物理量の順序関係の確率解釈の差異を明らかにし、実験的検証可能な特徴付けを与えた。この研究により数学基礎論と物理学の新しい境界領域の展開と量子情報技術への応用が期待できる。

研究成果の概要（英文）：The study of quantum set theory, set theory based on quantum logic, aims to reconstruct quantum theory and to extend its probabilistic interpretation based on logical methods. In quantum logic there is well-known arbitrariness in choosing a binary operation for conditional. To reconcile arbitrariness, in this research, we studied the difference of quantum set theories based on different conditionals. We proved that there are exactly 6 polynomially definable binary operations, for which the transfer principle of quantum set theory holds. For three of them called material conditional we clarified the difference of the probabilistic interpretations of the order relation between quantum observables defined by quantum set theories based on those conditionals, and gave their experimentally testable characterizations. By this research we can expect the emergence of a new research field between foundations of mathematics and physics and its applications to quantum information technology.

研究分野：数物系科学

キーワード：量子集合論 公理的集合論 ブール代数値モデル 量子論理 含意結合子 移行原理 オーソモデュラー束 フォン・ノイマン代数

1. 研究開始当初の背景

(1) 量子集合論は、バーコフとフォン・ノイマンの「量子論理」と連続体仮説の独立性証明でコーベンにより導入された「強制法」を起源に持つ。強制法は、1970年代以後、数学の他の概念と結びつき、概念的深化がなされた。その1つに、「層」の概念と「非標準論理」に基づく集合概念の結びつきがあり、集合論の「ブール代数値モデル」から、「トポス」、「直観主義的集合論」をへて、1978年に竹内外史によって「量子集合論」、すなわち、集合論の普遍類に関する量子論理に基づくモデル（解釈）、が導入された。竹内は、集合論のブール代数値モデルの構成法を適用して、ヒルベルト空間の閉部分空間からなるいわゆる「標準量子論理」に基づく集合論のモデルを構成し、そのモデル内部の実数がちょうどそのヒルベルト空間で記述される量子系の物理量の全体、すなわち、そのヒルベルト空間上の自己共役作用素と一対一に対応することを示した。量子集合論は、量子論理に基づく数学を極めて自然な形で導出すると予想され、その基盤の上に量子力学を再構築することは、量子力学基礎論における強力なプログラムと見なされてきた。

(2) しかし、その後、21世紀に入るまで、量子集合論の研究は、長いこと停滞していた。その理由として、ギビングは、著書『量子論理の限界』で竹内の論文を引用しつつ、量子集合論が、その内部で等号の推移律や代入規則が一般には成立しないなど極めて不規則な体系であると同時に、多くのブール代数値モデルを内部モデルとして含み、そこではZFC集合論が成立するという極めて複雑な構造を持つ等、量子論理に基づく数学の圧倒的複雑さにあると述べている。

(3) 本研究代表者は、1980年代から集合論の強制法およびブール代数値モデルを数学、特に、解析学に系統的に応用するために「ブール代数値解析学」を研究した。それにより、1952年以来未解決だった「I型AW*-環」（「I型フォン・ノイマン環」の代数的一般化）の分類に関する「カプランスキーヨー想」を、1984年に強制法における「基数崩壊」の現象を利用して解決し、ブール代数値モデルにおける基数を普遍量に利用して、I型AW*-環の分類を完成させた。ブール代数値解析学の研究により、集合論のBoole代数値モデルを一般化した量子集合論を展開し、量子力学に応用するために必要な手法を開拓した。

(4) 量子力学基礎論では、1935年の「アインシュタイン-ポドルスキ-ローゼン(EPR)のパラドックス」の発見以来、「隠れた変数理論」の可能性に関する研究が盛んに行われて來た。1967年に「コッヘン-シュペッカーの定理」が発見されて以來、この問題に対して、量子論理が重要な役割を果たしている。1964

年に発見されたベルの不等式の実験的検証に成功した1980年代前半以降、量子物理量の値の実在論的解釈を巡り活発な研究が展開されている。とりわけ、量子論理への様相論理的アプローチから導かれた量子力学の様相解釈が1970年代にファン・フラーーセンによって提案され、その提案を巡り、今日まで量子力学の構造と解釈に関する多くの研究がなされた。とりわけ、バブ、クリフトン、ハルボーソン、北島等による非崩壊解釈の一意性定理は、同時に実在的な値を所有できる量子物理量の極大集合を特徴付け、それによってボーアの相補性解釈やボーム理論などが様相解釈の下で系統的に再構成されることが示された。

(5) 一方、本研究代表者は、作用素環上の「完全正值写像」の研究から、完全正值写像に値をもつ測度である「完全正值インストルメント」の理論を導入し、それによって、1984年に「量子測定の概念の数学的特徴付けの問題」を解決して、量子測定理論の基礎を確立し、1988年には、この理論により重力波検出装置の「標準量子限界」に関する論争を解決した。これは、共振器型が優位とされた当時の定説を覆して、干渉計型検出器の優位性を明らかにし、後のLIGO計画の成功に結びついた。2003年には、この理論に基づき、「ハイゼンベルクの不確定性原理」を打破する測定のモデルを示し、新たに測定と擾乱に関する「普遍的不確定性原理」を確立した。この不確定性原理の新しい定式化から、正しい測定を特徴付けるという未解決問題の重要性が明らかになり、この問題を解決するために「量子完全相関」の概念を導入した。この研究において、「量子完全相関」の概念と量子集合論における実数の相等関係との同値性が明らかになり、量子集合論に基づいて量子力学の解釈を系統的に拡張するという本研究の基本的着想を得た。

(6) この着想に基づいて、科研費萌芽研究の助成を受け、2006-2007年度には、フォン・ノイマン環の射影束を論理とする量子集合論のモデルの研究を行い、ZFC集合論の定理の有界論理式に対する移行原理、量子集合論内の実数論とフォン・ノイマン環に付随する自己共役作用素の論理との同等性などの結果を得た。2008-2009年度には、集合論のブール代数値モデルの論理が完全に含まれるように、量子論理を任意の完備オーソモジュラー束に拡張し、完全に一般的な定式化の下で、ZFCの定理の移行原理を一般の非有界論理式に拡張した。2010-2011年度には、代数的量子論における様相解釈を量子集合論に拡張、整備し、ボーアとアインシュタインの論争におけるボーアの実在性基準を数学的に再構成した。2012-2013年度には、量子集合論と量子論の様相解釈の一般的な関係を研究し、所与の状態において、所与のフォン・

ノイマン環に属する物理量の確率分布が無知解釈を許すという条件とそのフォン・ノイマン環の射影束に基づく量子集合論において ZFC 集合論の定理がその状態における確率 1 で成立するという条件が同値であることを示した。これらの成果により、量子力学および場の量子論における観測命題の全体を量子集合論の論理式に埋め込んで、観測命題の範囲と解釈を系統的に拡大するという研究方法が確立された。

2. 研究の目的

(1) 量子力学は、数量概念に数学的非可換性を導入することにより、光量子の存在を始め、多くの現象の説明と予測に成功した。その一方で、不確定性原理など経験科学における従来の認識論的仮説を大きく変更する必要性も明らかになった。とりわけ、量子物理量の値の実在論的解釈の問題は、幾多のパラドックスを生み、重要な未解決問題として残された。本研究は、この問題に数学基礎論の方法を導入して、量子集合論というチャレンジ性のある新しいアプローチを開拓して、従来、不可能とされた量子力学の実在論的解釈の実現を目指している。

(2) レッド・ヘッドは、著書『不完全性・非局所性・実在主義』で、量子力学の実在論的解釈に対する量子論理に基づくアプローチを検討して、本質的な解決を導かないと批判している。しかし、この批判は、従来の量子論理の研究が命題論理に留まって、物理量の間の関係を扱うことができなかつたことに由来すると考えられる。本研究は、量子集合論における実数と量子物理量の対応を利用して、実数論における実数の間の関係から直ちに量子物理量の間の操作的解釈可能な関係が導かれるという全く新しい研究方法により、これまでの量子論の研究で解明できなかつた量子力学の実在論的解釈を実現することである。

(3) 量子力学の基礎に関しては、これまで、ヒルベルト空間論、作用素環論、および、射影幾何や連続幾何と結びついた束論によるアプローチがあったが、本研究は、量子集合論という全く新しいアプローチを開拓して、量子集合論が作用素環論や束論等の数学的表現力を上回る強力な数学理論であることを明らかにして、新しい原理の発展や斬新な着想や方法論の提案を行うものである。更に、本研究は、量子情報理論や量子力学の様相解釈などの最新の成果を援用することで量子集合論のあるべき姿を構想し、上記の困難を克服して、量子集合論を展開し、量子力学の再構築と解釈の拡張を実現するという点で斬新なアイディアとチャレンジ性を有している。

(4) 量子論理においては、含意結合子をどの

ように定義すべきかという問題が長年の未解決問題として研究されてきた。バーコフとフォン・ノイマンは、「量子力学の命題論理」つまり、量子力学系に関する観測命題の論理構造をその系に対応するヒルベルト空間の部分空間からなる束と同定した。バーコフとフォン・ノイマンの定式化では、含意は、関係、つまり、部分空間の間の包含関係としてのみ現れ、論理結合子としては現れない。連言、選言、否定に対応する論理結合子が、そ P れぞれ部分空間の束の交わり、結び、直交補元に対応することが導かれたが、 $a \rightarrow b = \neg a \vee b$ という古典的な定義は、(P1) $a \rightarrow b = 1$ と $a \leq b$ が同値であるという条件を満たさないので採用することができない。

(5) ヤオホとピロンは、量子論理において含意結合子が満たすべき性質として、ルカーシェヴィッチの性質を仮定して、量子論理には含意結合子が存在しないと結論したが、「量子論理に含意結合子が定義できるか」という問いは、含意結合子の概念、および、定義可能性の意味の双方において曖昧さがあるため問題設定自体が不当であると考えられる。

(6) その後の研究では、定義可能性を多項式定義可能性に限った上で進展がなされた。ハーデグリーは、(LB) a と b が可換ならば $a \rightarrow b = \neg a \vee b$ という条件に加えて、(P1)，(P2) 前件肯定(モーダスポートネンス)，(P3) 後件否定(モーダストーレンス)を満たすものを実質含意と呼び、それが、相關含意、佐々木含意、対偶的佐々木含意のちょうど 3 種になることを示した。

(7) 含意結合子に関するこれまでの研究では、それぞれの候補に対する公理的な特徴付けがなされてはいるが、それらの候補が量子論における概念の基本的解析を通してどのように選ばれるのかと言う重要な問題は、これまで不間に付されてきた。

(8) 本研究の 1 つの目的は、この問題を量子集合論のより洗練された枠組みを利用して研究し、この問題に 1 つの明確な回答を与えることである。

3. 研究の方法

(1) 本研究では、一般の完備オーソモジュラー束を真理値の全体とする量子論理を研究し、これを一般に「論理」と呼ぶ。量子論理では、含意結合子の選択に任意性があることが知られている。本研究では、以下の性質を持つ完備オーソモジュラー束上の 2 項演算を一般化含意結合子と呼んで研究した。(I1) 結合子の値が結合される 2 元から生成される部分論理に属する。(I2) 可換元に対して分配的である。(LB) ブール代数上では古典的含意と一致する。特に、(i) と (ii) を満たす 2 項演算を分配的と呼ぶ。直相補束の多項式で

定義可能な一般化含意結合子は、コタスの古典的結果からちょうど6種類あることが導かれる。

(2) 一般的論理（完備オーソモジュラー束） Q に対して、量子集合論のモデル V^Q を構成し、 Q 上の一般化含意結合子 \rightarrow に対して集合論の言語 L の (Q, \rightarrow) 解釈を定義して、 L の任意の閉論理式 ϕ の Q 値真理値 $[\phi]$ を定め、その性質を調べた。とりわけ、ZFC の任意の定理が真になるような Q の特徴付け、および、ZFC の定理に対する移行原理の成立について研究した。

(3) ZFC の定理が (Q, \rightarrow) 解釈でどの程度成立するかを調べるために、 Q の元の集合 A に対する交換子 $com(A)$ を利用して、 V^Q の部分クラス U に対してその交換子 $com(U)$ を定義した。

(4) 任意の完備オーソモジュラー束 Q とその上の分配的 2 項演算 \rightarrow に対して、次の ZFC 量子移行原理が成り立つ条件を調べた。

ZFC 量子移行原理 : ZFC の有界論理式で書かれる任意の定理 $\phi(x, y, \dots)$ に対して、閉論理式 $\phi(a, b, \dots)$ の (Q, \rightarrow) 解釈における Q 値真理値 $[\phi(a, b, \dots)]$ は

$$[\phi(a, b, \dots)] \geq com(a, b, \dots)$$

を満たす。□

(5) V^Q の構成において Q が完備ブール代数 B の場合は V^Q はブール代数値モデル V^B に一致し、一般化含意 \rightarrow は一意に定まり、ブール代数値モデルの基本定理から次の ZFC 古典移行原理が成立する。

ZFC 古典移行原理 : ZFC の任意の定理 $\phi(x, y, \dots)$ と V^Q の任意の元 a, b, \dots に対して、 (Q, \rightarrow) 解釈において

$$\phi(x, y, \dots) \geq 1$$

が成り立つ。□

本研究においては、任意の完備オーソモジュラー束 Q とその上の分配的 2 項演算 \rightarrow に対して、ZFC 古典移行原理が成り立つ条件を調べた。

(6) これまでの量子論理の研究では、多項式的定義可能な含意結合子については多くの研究がなされたが、多項式的定義不可能な含意結合子についてはほとんど研究がなされてこなかった。竹内(1981)は、多項式的定義不可能な量子論理結合子の研究の重要性を説いて1つの例を提示した。本研究では、この2項演算を利用して、多項式定義可能ではない一般化含意結合子の存在を研究した。

(7) 次にこれらの成果を量子論理の含意結合子の任意性問題に応用するために、 Q をフォン・ノイマン代数の射影束とし、 Q 上の一般化含意結合子 \rightarrow として、相関含意、佐々木含意、対偶的佐々木含意の3種の一般化含意結

合子 \rightarrow を選んだ場合について、集合論の言語 L の (Q, \rightarrow) 解釈を詳しく研究した。とりわけ、量子集合論における実数の間の相等関係、および、順序関係の (Q, \rightarrow) 解釈を詳しく調べ、一般化含意結合子の選択がその解釈に与える影響を調べた。

4. 研究成果

(1) (ZFC 量子移行原理の成立条件) 一般的の量子集合論において任意の分配的 2 項演算を含意とする解釈を定義し、その解釈で ZFC 集合論の定理の真理値がその定理に表れる定項の交換子によって下から押さえられるという ZFC 量子移行原理が成立するための条件を調べ、それは、その分配的 2 項演算が一般化含意結合子であること、つまり、条件(LB)を満たすことが必要十分であること、よって次の定理が成立することを証明した。

定理: 任意の完備オーソモジュラー束 Q とその上の分配的 2 項演算 \rightarrow に対して、ZFC 量子移行原理が成り立つための必要十分条件は、2 項演算 \rightarrow が(LB)を満たすことである。□

(2) (ZFC 量子移行原理が成立する 2 項多項式の特徴化) (1)から、一般的の量子集合論において ZFC 量子移行原理が成立する多項式定義可能な 2 項演算は、ちょうど、コタスの古典的結果から導かれる 6 種の多項式的含意結合子であることが導かれた。つまり、次の定理が成り立つ。

定理: 任意の完備オーソモジュラー束 Q の上の多項式定義可能な 2 項演算 \rightarrow で、 (Q, \rightarrow) 解釈によって ZFC 量子移行原理が成り立つものはちょうど次の 6 種の多項式に限られる。

- (0) $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$
 - (1) $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge (\neg p \vee q))$
 - (2) $(\neg p \wedge \neg q) \vee q$
 - (3) $\neg p \vee (p \wedge q)$
 - (4) $((\neg p \vee q) \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)$
 - (5) $\neg p \vee q$
-

(3) (ZFC 古典移行原理) V^Q の構成において Q が完備ブール代数 B の場合は V^Q はブール代数値モデル V^B に一致し、一般化含意 \rightarrow は一意に定まり、ZFC 移行原理が成立する。本研究では、この逆を調べて次の定理を得た。

定理: 任意の完備オーソモジュラー束 Q とその上の一般化含意結合子 \rightarrow に対して、ZFC 古典移行原理が成り立つための必要十分条件は、 Q がブール代数であることである。□

(4) (多項式定義可能でない一般化含意結合子) フォン・ノイマン代数の射影束で定義可能であるが多項式的には定義可能ではない一般化含意結合子の存在を示すために、竹内によって導入された 2 項演算と多項式的定義可能な一般化含意を利用して、連続パラメータを持つ一般化含意結合子の族を定義し、そのうちに実際に多項式定義可能ではない

もののパラメータの範囲を決定した。

(5) (実質含意を含意結合子とする量子集合論における実数論) Q をフォン・ノイマン代数 M の射影束とする。従来の量子集合論では、含意結合子として佐々木含意が選ばれ、その選択の下で V^Q の実数が M にアフィリエイトする自己共役作用素の全体と一対一に対応することが導かれた。この対応により、局所量子系に関する観測命題の全体を量子集合論に射影値の真理値を変えずに埋め込むことが可能になり、物理量の間の相等関係など、従来の量子論の確率解釈では扱うことができなかつた観測命題の確率解釈を与えることができた。本研究では、このような量子論の確率解釈の拡張を含意結合子として、他の実質含意の場合に拡張し、いずれの含意結合子を選択した場合も V^Q の実数と M にアフィリエイトする自己共役作用素、つまり、 M で記述される局所量子系の物理量の全体と一対一に対応することが導かれた。

(6) (実質含意を含意結合子とする量子集合論における実数論) この対応により、局所量子系に関するく観測命題の全体を異なる含意結合子に基づく射影値の真理値を変えずに対応する量子集合論に埋め込むことが可能になった。この対応では、物理量の間の相等関係の真理値は、実質含意の選択によらずに一定であることが導かれた。

(7) (量子集合論の実数の順序と量子物理量のスペクトル順序) 量子物理量と量子集合論内実数の対応を通して、量子物理量 A, B の順序関係と順序関係 $A \leq B$ の射影値真理 $[A \leq B]_j$ 及び各状態におけるその確率が定義される。ただし、 $j=S, C, R$ でそれぞれ(Q, \rightarrow)解釈に佐々木含意、対偶的佐々木含意、相関含意を採用した場合の射影値真理値を表す。2つの物理量 A, B に対して、 $A \leq B$ がすべての状態で成立する、すなわち、 $[A \leq B]_j = 1$ となるための必要十分条件は、含意結合子の選び方によらずに、 A と B の間にスペクトル順序 $A \ll B$ が成り立つことであることが導かれた。

(8) (対偶的佐々木含意から導かれる量子物理量の順序の確率解釈) 順序関係 $A \leq B$ の確率解釈の操作的意味を明らかにするために、状態 φ でまず A を射影測定してその測定値を a とし、直ちに引き続いて、 B を射影測定してその測定値を b とする実験で得られる測定値の結合確率分布 $P(A=a; B=b)$ を考察した。すると、確率 1 で A の測定値が B の測定値以下である、すなわち、 $\sum\{P(A=a; B=b) | a \leq b\} = 1$ となるための必要十分条件は、 $\varphi([A \leq B]_C) = 1$ 、即ち、対偶的佐々木含意を含意結合子として選んだ場合に観測命題 $A \leq B$ が確率 1 で成立することと同値であることが得られた。よって、対偶的佐々木含意では、未来の測定値が過去の測定値以上であること、または、過去

の測定値が未来の測定値以下であることを予測するのに適している。

(9) (佐々木含意から導かれる量子物理量の順序の確率解釈) 次に状態 φ でまず B を射影測定してその測定値を b とし、直ちに引き続いて、 A を射影測定してその測定値を a とする実験で得られる測定値の結合確率分布 $P(B=b; A=a)$ を考察した。すると、確率 1 で A の測定値が B の測定値以下である、すなわち、 $\sum\{P(B=b; A=a) | a \leq b\} = 1$ となるための必要十分条件は、 $\varphi([A \leq B]_S) = 1$ 、即ち、佐々木含意を含意結合子として選んだ場合に観測命題 $A \leq B$ が確率 1 で成立することと同値であることが得られた。よって、佐々木含意では、未来の測定値が過去の測定値以下であること、または、過去の測定値が未来の測定値以上であることを予測するのに適している。

(10) (相関含意から導かれる量子物理量の順序の確率解釈) 最後に $\varphi([A \leq B]_R) = 1$ 、即ち、相関含意を含意結合子として選んだ場合に観測命題 $A \leq B$ が確率 1 で成立するための必要十分条件は、 A と B を測定する順序によらずに、状態 φ では常に A の測定値が B の測定値以下であることと同値であることが導かれた。よって、相関含意では、どちらを先に測定するかによらずに A の測定値が B の測定値以下であることを予言することができる。

(11) 量子論理では、含意結合子の選択に任意性があり、佐々木含意、対偶的佐々木含意、相関論理的含意の 3 種の結合子が適切な候補とされている。基本的問題は、量子論の操作的な概念の分析からどのようにして適切な含意結合子を選ぶかという問題である。本研究では、このような分析を量子集合論を用いて行った。量子集合論では、これまで、佐々木含意が採用されてきたが、本研究では、他の 2 種の含意に基づく量子集合論を展開して、集合論の論理式に対する量子真理値の相違を調べた。これまで、ZFC の定理の量子真理値を決定するための移行原理が導かれたが、本研究では、これら 3 種の量子集合論で同じ形の移行原理が成立することが示された。また、量子集合論における実数の全体とともにフォン・ノイマン代数にアフィリエイトする自己共役作用素の全体の間に 1 対 1 対応が存在することが示されたが、これら 3 種の量子集合論でも、同等の 1 対 1 対応が成立することが示され、また、量子実数の間の等号関係の真理値は、これら 3 種の量子集合論でも同じ値が与えられることが示された。ここまででは、異なる含意結合子を用いてもそれらの量子集合論は基本的な部分で同等の構造をもつことが示されたが、大変興味深いことに、量子集合論における実数の順序関係については、操作的解釈に明らかな相違が示された。順序関係の操作論的意味を明らかにするた

めに、任意の 2 つの物理量の継続的射影測定の測定値の結合確率によって順序関係の量子論的真理値を特徴付けた。この特徴付けによって、それぞれの含意結合子の意味の相違を、物理量の測定によって得られる確率の相違と言う操作的な方法で、世界で初めて明らかにすることことができた。このように、量子集合論における実数の順序関係を利用して、量子物理量の順序関係の新しい確率解釈を研究した。この方法で、含意結合子の相違による物理量の順序関係の確率解釈の相違を導き、含意結合の相違による量子論の概念の差異を明らかにするという長年の未解決問題の解決に貢献した。本研究成果は、量子物理学と論理に関する国際会議 QPL2016において採択率 36% の口頭発表に選ばれた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者は下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- ① Masanao Ozawa, Operational meanings of orders of observables defined through quantum set theories with different conditionals, *Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science (EPTS) 236*, 127-144 (2017) (査読有).
DOI:10.4204/EPTCS.236.9

- ② Masanao Ozawa, Quantum Set Theory Extending the Standard Probabilistic Interpretation of Quantum Theory, *New Generation Computing 34*, 125-152 (2016) (査読有).
DOI:10.1007/s00354-016-0205-2

- ③ Kazuya Okamura, Masanao Ozawa, Measurement Theory in Local Quantum Physics, *Journal of Mathematical Physics 57*, 015209/1-29 (2016) (査読有).
DOI:10.1063/1.4935407

- ④ Masanao Ozawa, Heisenberg's Original Derivation of the Uncertainty Principle and its Universally Valid Reformulations, *Current Science 109*, 2006-2016 (2015) (査読有).
DOI:10.18520/v109/i11/2006-2016

[学会発表] (計 11 件)

- ① 小澤 正直, 量子論理における含意と竹内の量子集合論: 量子移行原理が成立する含意結合子の特徴付け, 2017 年度日本数学会年会, 2017 年 3 月 24 日, 首都大学東京 (東京都).
② Masanao Ozawa, Operational meanings of orders of observables defined through quantum set theories with different conditionals, *The 13th International Conference on Quantum Physics and Logic (QPL2016)* (国際学会), 2016 年 6 月 10 日, University of Strathclyde, Glasgow (UK).
③ Masanao Ozawa, Completion of von Neumann's Axiomatization of Quantum

Mechanics: From the Repeatability Hypothesis to Quantum Instruments, Workshop "Hilbert's 6th Problem" (招待講演)(国際学会), 2016 年 5 月 2 日, Leicester University, Leicester (UK).

- ④ 小澤 正直, 量子集合論における実数の順序: 異なる含意結合子に対応する順序の操作的意味の相違について, 2016 年度日本数学会年会, 2016 年 3 月 17 日, 筑波大学 (茨城県・つくば市).

- ⑤ 岡村和弥, 小澤 正直, Measurement theory in local quantum physics, 2016 年度日本数学会年会, 2016 年 3 月 17 日, 筑波大学 (茨城県・つくば市).

- ⑥ Masanao Ozawa, State-Dependent Approach to the Uncertainty Principle, *International Conference on Quantum Foundations 2015 (ICQF15)* (招待講演)(国際学会), 2015 年 11 月 30 日, Patna (India).

- ⑦ 小澤 正直, 量子測定とは物理量の何を測るのか? 第 33 回量子情報技術研究会 (QIT33), 2015 年 11 月 24 日, NTT 厚木研究開発センタ (神奈川県・厚木市).

- ⑧ Masanao Ozawa, Quantum Root Mean Square Errors: Towards State-Dependent Uncertainty Principle, *The 16th Vaxjo conference on quantum foundations "Quantum Theory: from foundations to technologies (QTFT)* (招待講演) (国際学会), 2015 年 6 月 9 日, Vaxjo (Sweden).

- ⑨ 小澤 正直, Quantum root mean square errors, 第 32 回量子情報技術研究会 (QIT32), 2015 年 5 月 26 日, 大阪大学豊中キャンパス (大阪府・豊中市).

- ⑩ 岡村 和弥, 小澤 正直, 局所量子物理学における測定理論, 第 32 回量子情報技術研究会 (QIT32), 2015 年 5 月 26 日, 大阪大学豊中キャンパス (大阪府・豊中市).

- ⑪ Masanao Ozawa, New Approaches to the Uncertainty Principle, Energy, Material, Nanotechnology (EMN) Meeting on Quantum Technology 2015 (招待講演) (国際学会), 2015 年 4 月 14 日, Beijin (China).

[その他]

ホームページ等

<http://www.math.cm.is.nagoya-u.ac.jp/~ozawa/>

<http://researchmap.jp/ozawa/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小澤 正直 (OZAWA, Masanao)
名古屋大学・大学院情報科学研究科・特任教授
研究者番号 : 40126313