

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 19 日現在

機関番号：13801

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K17584

研究課題名(和文) 確率制御における最適消費・投資問題の新展開

研究課題名(英文) New development of optimal consumption and investment problems in stochastic control.

研究代表者

畑 宏明 (Hata, Hiroaki)

静岡大学・教育学部・准教授

研究者番号：00609290

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：次の場合でリスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題を解決した(リスク志向的設定下での一般的な非線形確率ファクターモデルの場合 内部情報を持つ大きな投資家の場合 金利モデルが幾何ブラウン運動の場合)  
 次の場合で最適消費問題を解決した(リスク志向的設定下での一般的な非線形確率ファクターモデルの場合 部分情報の場合)  
 次の場合で保険会社の最適消費問題を解決した(線形Gauss型確率ファクターモデルの場合 一般的な非線形確率ファクターモデルの場合)

研究成果の概要(英文)：The risk-sensitive portfolio optimization problems are solved in the following cases (1.General nonlinear stochastic factor model in the risk-seeking case, 2 The large trader and insider, 3 Lognormal interest rate model). The optimal consumption problems are solved in the following cases (4.General nonlinear stochastic factor model in the risk-seeking case, 5 The partial information case). The optimal investment problems of insurers are solved in the following cases (6.Linear Gaussian stochastic factor model, 7.General nonlinear stochastic factor model).

研究分野：確率制御、数理ファイナンス

キーワード：動的計画原理 HJB方程式 マルチンゲール法

1. 研究開始当初の背景

(1) リスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題  
Nagai (2003) はリスク回避的設定下の一般的な非線形確率ファクターモデルを用いた解析を行った。

(2) 最適消費問題

Merton (1968) は Black-Scholes モデルを用いた解析をした。Liu (2007) は完全可観測下の線形 Gauss 型確率ファクターモデルを用いた解析をした。更に Hata-Nagai-Sheu (2017 投稿中) はリスク回避的設定下の一般的な非線形確率ファクターモデルを用いた解析を行った。

(3) 保険会社の最適投資問題

Fernandes. at. el (2008) は Black-Scholes モデルを用いた解析をした。

(4) スタートフォワードオプションの評価

Rubinstein (1991), Wilmott (1998), Zhang (1998) は Black-Scholes モデルを用いた評価をしており、Kruse and Nogel (2005) は Heston モデルを用いた解析をした。

2. 研究の目的

(1) リスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題

Nagai (2003) の発展版として、Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式の解析が困難になるリスク志向的設定下の一般的な非線形確率ファクターモデルを用いた解析を着想した。また、拡張したフィルトレーション下の特殊な確率制御問題として定式化できる内部情報をもつ大きな投資家に対する解析も着想した。

(2) 最適消費問題

Liu (2007) よりも現実的な設定版として、部分可観測下の線形 Gauss 型確率ファクターモデルを用いた解析を着想した。

Hata-Nagai-Sheu (2017 投稿中) の発展版として、HJB 方程式の解析が困難になるリスク志向的設定下の一般的な非線形確率ファクターモデルを用いた解析を着想した。

(3) 保険会社の最適投資問題

Fernandes. at. el (2008) の発展版として、線形 Gauss 型確率ファクターモデルを用いた解析を着想した。

(4) スタートフォワードオプションの評価

明示的な評価が可能である他のモデルを探索して、Hull-White モデルで評価することを着想した。

3. 研究の方法

(1) リスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題

(1-1) 有限時間範囲の場合の HJB 方程式の可解性を無限時間範囲の HJB 方程式を用いて、解決した。また、Verification theorem を証明するのに、有限時間範囲の HJB 方程式の解の gradient 評価が基本的に必要になるが、この場合 gradient 評価は具体的に評価できないので、HJB 方程式と停止時刻を用いた解析的な方法で、Verification theorem を証明した。(平成 27 年度)

(1-2) 拡張したフィルトレーションのブラウン運動のセミマルチンゲール分解の増加過程の被積分過程のマルコフ性を証明して、状態過程とした確率制御問題をして定式化して解決した。(平成 28、29 年度)

(1-3) Yor の公式を用いて、HJB 方程式の解を計算することで解決した。(平成 29 年度)

(2) 最適消費問題

(2-1) 一番の困難である HJB 方程式の解の可解性を証明するのに、対応する境界値問題を解析した。このとき、境界値問題の解の gradient 評価を別の局所的な gradient の評価を用いて解決した。(平成 27、28 年度)

(2-2) 動的計画原理とマルチンゲール法の両方のアプローチで解決した。(平成 28 年度)

(3) 保険会社の最適投資問題

(3-1) Riccati 方程式を用いて、HJB 方程式の解を明示的に表現することで解決した。(平成 27 年度)

(3-2) 一番の困難である HJB 方程式の解の可解性を証明するのに、対応する境界値問題を解析した。このとき、境界値問題の解の gradient 評価を別の局所的な gradient の評価を用いた。現在、再保険を考慮に入れて解析中であるが、数学的には解決している。(平成 28、29 年度)

(4) スタートフォワードオプションの評価

Yor 公式を用いて明示的に計算した。(平成 29 年度)

4. 研究成果

(1) リスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題

(1-1) リスク志向的設定下での一般的な非線形確率ファクターモデルを用いたリスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題を解決した(雑誌論文③)。

(1-2) 内部情報を持つ大きな投資家に対するリスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題を解決した。現在、Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics に投稿中である。

(1-3) 金利モデルが幾何ブラウン運動の場合のリスク鋭感的ポートフォリオ最適化問題を解決した。現在、Stochastic Analysis and Applications に投稿中である。

(2) 最適消費問題

(2-1) リスク志向的設定下での一般的な非線形確率ファクターモデルを用いた最適消費問題を解決した。現在、投稿準備中である。

(2-2) 部分情報下での最適消費問題を解決した(雑誌論文②)。

(3) 保険会社の最適投資問題

(3-1) 線形 Gauss 型確率ファクターモデルを用いた最適消費問題を解決した(雑誌論文①、④)。

(3-2) 一般的な非線形確率ファクターモデルを用いた保険会社の最適投資問題を解決した。しかし現在、再保険の場合も考慮に入れた場合に解析中である。

(4) スタートフォワードオプションの評価

Hull-White 確率ファクターモデルを用いて、

スタートフォワードオプションの評価をした。現在、投稿準備中である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

① Hiroaki Hata, Kazuhiro Yasuda, Expected exponential utility maximization of insurers with a linear Gaussian stochastic factor model, Scandinavian Actuarial Journal, 査読有, 2018(5), 2018 357-378. <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/03461238.2017.1350876>

② Hiroaki Hata, Shuenn-Jyi Sheu, An optimal consumption and investment problem with partial information, Advances in Applied Probability, 査読有, 50(1), 2018 131-153. <https://www.cambridge.org/core/journals/advances-in-applied-probability/article/an-optimal-consumption-and-investment-problem-with-partial-information/12762BB17077F2124F8B9D9A3E2763EA>

③ Hiroaki Hata, Risk-sensitive asset management in a general diffusion factor model: Risk-seeking case, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, 34(1), 2017 59--98. <https://link.springer.com/article/10.1007/s13160-017-0242-3>

④ 畑 宏明、安田和弘、An optimal investment strategy for insurance companies in the presence of a linear Gaussian stochastic factor model、京都大学数理解析研究所講究録、査読無、2030「確率論シンポジウム」2017 143-150 <http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/2030.html>

[学会発表] (計14件)

① Expected exponential utility maximization of insurers with a general diffusion factor model : The complete market case, Workshop on Stochastic Control and Related Issues, 2018年.

② Expected exponential utility maximization of insurers with a general diffusion factor model : The complete market case, 2017年.

③ Risk-sensitive portfolio optimization problem for a large trader with inside information, Research Seminar in Probability, Academia Sinica, Taiwan, 2017年.

④ Risk-sensitive portfolio optimization problem for a large trader with inside information,

2017 NCTS & NCU Probability Seminer, 2017年.

⑤ Risk-sensitive portfolio optimization problem for a large trader with inside information,

研究集会「応用確率論 in 静岡」, 2017年.

⑥ Expected exponential utility maximization of insurers with a nonlinear diffusion factor model, 2017年.

⑦ The ruin probability minimization with a linear Gaussian stochastic factor model, 2017 NCTS & NCU Probability Seminer, 2017年.

⑧ 最適消費・投資問題に対するモチベーション, 岡山-広島解析・確率論セミナー2017, 2017年.

⑨ An optimal investment strategy for insurance companies in the presence of a linear Gaussian stochastic factor model, RIMS 研究集会「確率論シンポジウム」, 2016年.

⑩ An optimal investment strategy for insurance companies in the presence of a linear Gaussian stochastic factor model, Research Seminar in Probability, 2016年.

⑪ Risk-sensitive asset management with general factor models, 2015年度確率論シンポジウム, 2015年.

⑫ Risk-sensitive asset management with general factor models, 2015年度中之島ワークショップ金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2015, 2015年.

⑬ Risk-sensitive asset management with general factor models, 日本数学会統計数学分科会, 一般講演, 2015年.

⑭ Risk-sensitive asset management with general factor models, Research Seminar in Probability, 2015年.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

○取得状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日：

国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<https://sites.google.com/site/hisoakihataspape/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

畑 宏明 (HATA, Hiroaki)

静岡大学・教育学部・准教授

研究者番号：00609290

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：

### (4) 研究協力者

安田 和弘 (YASUDA, Kazuhiro)

法政大学・理工学部・准教授

研究者番号：80509638