

令和元年6月19日現在

機関番号：55201

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K17597

研究課題名(和文) 微分方程式の数値解析を目的とした新たなウェーブレットの構成

研究課題名(英文) The construction of wavelets and its application to the numerical analysis of differential equations

研究代表者

福田 尚広 (Fukuda, Naohiro)

松江工業高等専門学校・数理科学科・助教

研究者番号：50736759

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：ウェーブレットの構成としては、fractionalタイプのウェーブレットを構成し、そこから既存のウェーブレットとの組み合わせでさまざまなタイプの新たなウェーブレットを構成することもでき、十分な成果が得られた。先行研究によって得ていたMRAによるStrombergウェーブレットの構成方法を発展させ、4次のStrombergウェーブレットおよびそのSymletタイプのウェーブレットも構成することができた。数値解析への応用についても、ある程度の結果が得られているが、まだ改善の余地があり、今後の研究課題である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ウェーブレット解析において、応用分野によって有効なウェーブレットに取り替えることは、より良い結果を得るために非常に重要である。そのため、たとえ小さな違いであっても、様々なウェーブレットを用いることが出来るという広い選択肢も持つことは応用面において価値が高い。本研究によって、既存のウェーブレットを組み合わせることにより、滑らかさなどの性質を目的に合わせて微調整し、新たなウェーブレットを構成できるようになった。

研究成果の概要(英文)：As for the construction of wavelet, we succeeded to get fractional order wavelets and various types of wavelet. The construction of 4th order Stromberg wavelet with MRA and its Symlet types were investigated. As for the application to numerical analysis, we obtained some results, but there is room for improvement.

研究分野：解析学

キーワード：ウェーブレット 数値解析

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

ウェーブレット理論は 1980 年代に登場した数学の分野である。誕生後、数学、工学をはじめとする様々な分野へ応用されるようになり、理論・応用の両分野において急速に進歩してきている。特に、信号処理や画像処理への応用は盛んに行われている。また、ウェーブレット理論と近似理論とは深く関係していることも明らかになってきている。その中でも、微分方程式の数値解析へのウェーブレットの応用は、多くの研究者が取り組んでいる重要な研究テーマの一つである。Xu-Shann は正規直交スケーリング関数を修正し Riesz 基底を構成し、微分方程式の数値解析への応用を行った。また、Chen-Hwang-Shih は 1 次元区間におけるウェーブレット Galerkin 法による関数の近似に関する一定の結果を得ている。

一般に、関数のウェーブレット展開による誤差は、ウェーブレットの滑らかさによって評価できることが知られている。従って、ウェーブレットを構成する際に、より滑らかなウェーブレットを構成することやウェーブレットの滑らかさをコントロールできることは非常に重要になる。

これまでの研究で、Xu-Shann が導出した Riesz 基底を別手法(エレベーションスキーム)により導出することに成功した。Xu-Shann による結果は、2 階の微分方程式に対してのみ適用可能である。対して、我々の手法は、より高階の方程式に対しても適応するような一般化されたスキームである。この結果を応用することにより、テンソル積により 2 次元の基底関数を構成し、Galerkin 法への応用も可能であることも示している。それまでに得られていた結果をさらに拡張し、双直交ウェーブレットとエレベーションスキームとを組み合わせることにより、新たな重み付き残差法を考案したこれにより、近似精度の向上と計算時間の削減に成功した。同時に、エレベーションスキームと、補間スケーリング関数との新たな関係性も見いだすことができた。他方、2013 年から、fractional order のウェーブレットの構成に関する研究にも取り組んでいる。Unser により、fractional order の B-spline が考案されている。Unser 氏による fractional order B-spline の構成法は、B-spline のフーリエ空間における表現を、fractional order へ自然に拡張したものになっている。先行研究で得た構成方法では、fractional order B-spline はコンパクトサポート性と正值性を維持する。Unser 氏による構成では失われていたこれらの性質は、この研究で得られた関数が、数値解析への応用に有効であることを意味している。

2. 研究の目的

本研究の目的は、数値解析への応用を念頭においたウェーブレットの構成方法およびその誤差解析において新たな知見を得て、ウェーブレット解析を理論・応用の両面において発展させることである。

3. 研究の方法

エレベーションスキームを用いた、新たな 1 次元、および 2 次元 non-separable ウェーブレットの構成について研究する。構成したウェーブレット基底を応用して微分方程式の数値解析に取り組み、その有効性を実証する。

4. 研究成果

(1) Stromberg ウェーブレットの構成について、4 次の Stromberg ウェーブレットおよびその Symlet タイプのウェーブレットも構成した。構成した各ウェーブレットに関して、細かな違いについて調べた。対称性についても調べ、位相を用いて評価を与えることに成功した。得られた成果を論文として発表した。

(2) fractional タイプのウェーブレットを構成し、そこから既存のウェーブレットとの組み合わせでさまざまなタイプの新たなウェーブレットを構成した。正規直交ウェーブレットのみでなく、半直交ウェーブレットなどについても同様に、fractional タイプのウェーブレットを構成した。

(3) 至る所微分不可能な関数について、その微分不可能性について、ウェーブレット解析の観点から考察した。また、そのウェーブレット展開を導出した。

(4) 連続ウェーブレット変換に関して群上の調和解析の観点から考察し、Gelfand-Shilov 空間に属する関数に対して減衰評価を行った。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 2 件)

1. 福田尚広, 木下保, 4 次の Strömberg ウェーブレット, 日本応用数学会論文誌, 査読有り,

27 卷 2 号,2017, 162-185

2. N.Fukuda,T.Kinoshita,T.Suzuki, On the unconditional convergence of wavelet expansions for continuous functions, International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, 査読有り, Vol.14, Issue 01, 2016,1650007

3. N.Fukuda, T. Kinoshita, I. Uehara, On the construction of band-limited wavelets with the Prouhet-Thue-Morse sequence, Applied and Computational Harmonic Analysis, Vol.38, No.3, 2015, 385-398

〔学会発表〕(計5件)

1. 福田尚広, 離散ウェーブレット入門, 東京都市大学調和解析セミナー, 2018
2. 福田尚広, 木下保, 4 次の Strömberg ウェーブレットの構成について, 日本応用数理学会 2018 年研究部会連合発表会, 2018
3. 福田尚広, 木下保, 芳野和久, Gelfand-Shilov 空間における連続ウェーブレット変換について, 日本応用数理学会 2016 年研究部会連合発表会, 2016
4. 福田尚広, 木下保, 鈴木俊夫, 一般化された高木関数とそのウェーブレット展開について, 日本応用数理学会 2015 年度年会, 2015
5. 福田尚広, On the construction of wavelets and its application to numerical analysis of differential equations, 松江セミナー, 2015

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年:
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年:
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名:

ローマ字氏名:

所属研究機関名:

部局名:

職名:

研究者番号(8桁):

(2)研究協力者

研究協力者氏名:

ローマ字氏名:

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。