様　式　C－１９、F－１９－１、Z－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　元 年　 ６ 月 １４ 日現在

機関番号：３２６０１
研究種目：若手研究(B)
研究期間：2015～2018
課題番号：１５Ｋ１８０９１

研究課題名（和文）同次性による制御器の柔軟な高性能化手法の構築

研究課題名（英文）Flexible Improvement of Controllers based on Homogeneity

研究代表者
星野　健太（Hoshino, Kenta）

青山学院大学・理工学部・助教

研究者番号：１０７３７４９８

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　2,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では制御理論における同次性と呼ばれる性質に着目し，有限時間整定制御などの制御問題における制御系設計に取り組んだ．有限時間整定制御とは，有限時間内に制御対象の状態量を整定させる制御であり，既存の安定化手法より有用な性質を持つ．本研究では，同次性に基づいて有限時間整定制御の設計法に取り組み，あるクラスの非線形システムを有限時間整定するための手法を示した．また，確率微分方程式で表される確率システムに同次性を拡張することによって，確率同次システムの理論を展開し，ノイズの影響を受けるシステムに対して有限時間整定制御を行うための理論的な基盤を実現した．

研究成果の学術的意義や社会的意義
本研究課題で取り組んだ同次性による制御系の解析および設計手法は，有限時間整定と呼ばれる問題に関係するものである．有限時間整定制御はシステムの状態量を有限時間内に整定できることや外乱に対してロバストであることが知られている．有限時間整定制御は制御の最も基礎的な制御問題である漸近安定化問題の発展的な問題であり，制御理論の対象となる多くの実システムへの応用可能性がある．本研究課題においても有限時間整定制御のドローンへの応用を検証し，有効性を示した．また，同次性の確率システムへの拡張を示したことにより，確率同次システムの理論を展開できた点に学術的意義があると考えられる．

研究成果の概要（英文）：This project has developed finite-time stabilization methods based on the homogeneity of dynamical systems, and their extensions to stochastic dynamical systems. The aim of this project is to develop flexible design methods of finite-time stable systems for a wider class of systems. The project provided a design of finite-time stabilizing controllers for a class of driftless systems with the homogeneity. Moreover, it provided an extension of the homogeneity to stochastic systems, which are described by stochastic differential equations. As a result, the extension leads to the finite-time stabilization of the stochastic systems. It provided a flexible design of finite-time stabilizing controllers for a class of nonlinear systems.

研究分野：制御理論

キーワード：非線形制御　確率制御　同次性　有限時間整定制御

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９、ＣＫ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

本研究は，近年の非線形制御理論の成果である有限時間整定制御手法などの実現を目指すものである．有限時間整定制御とは漸近安定化制御の一種である．漸近安定化とは動的なシステムの状態量を所望の平衡点へ収束させることを目的とした問題で，多くの制御の問題の基礎となる問題である．例えば，小型無人航空機のホバリングなどにおいて，機体の位置や姿勢を空中に留める制御を自動的に実現するような場合に現れる問題である．そして，有限時間整定制御問題とは，漸近安定化問題の発展的な問題であり，有限時間内にシステムの状態量を平衡点に収束させる問題である．通常，漸近安定化問題が無限時間の極限の意味で平衡点への収束を要求するという点で，有限時間整定制御はより発展的な問題である．有限時間整定が達成されるとシステムは有限時間安定性と呼ばれる性質を持ち，外乱などに対するロバスト性を有することが知られている．そのため，有限時間整定制御は有限時間内での収束とロバスト性という点で，工学の実問題に応用する上で望ましい性質を持つ．

本研究を開始した当初，これまでの非線形制御理論の発展により，同次性と呼ばれる性質に基づいた有限時間整定制御則の設計法などが示されていた．同次性は微分方程式で記述される動的システムに対して定義される性質であり，閉ループ系が同次性を有するように制御系を設計することによって，いくつかの望ましい性質を持つように制御系を設計することが可能となることが知られており，有限時間整定制御もそのうちの一つとして知られていた．本研究を開始する動機として，同次性に基づいた既存の手法とは異なる有限時間整定制御則の設計の可能性が予想されたこと，および，同次性をより広いクラスの対象に拡張可能であることが予想されたことが挙げられる．同次性を用いた制御則設計では，三角システムと呼ばれるクラスのシステムに対して同次性とバックステッピング法と呼ばれる方法を組み合わせた方法が広く知られていた．一方，同次性を用いることによって，一度得られた制御則を収束率が保証されるように再設計する手法が知られており，前述のアプローチとは異なる対象に有限時間整定制御を実現できる可能性があった．ただし，この手法は指数安定性を保証するものであったため，この手法を有限時間整定制御に拡張することが必要であった．また，この手法は研究代表者が取り組んでいた非ホロノミック系などを対象とした漸近安定化手法への応用が期待され，制御が難しいシステムとして知られる非ホロノミック系を有限時間整定する手法が実現できると期待された．この応用を実現するにあたり，非ホロノミック系を漸近安定化するための手法が確率ノイズを用いる手法であったため，同次性を確率微分方程式で記述される確率システムへ拡張する必要があった．上記の背景により，本研究では同次性による有限時間整定および有限時間安定性の解析を適用できる対象を拡張すること，および同次性の確率システムへの拡張という要求が本研究の開始当初の背景であった．

２．研究の目的

本研究の目的は，同次性に基づいた制御系の解析，設計手法を示すことである．特に，同次性に基づいた有限時間整定制御則設計，確率システムの有限時間整定のための同次性の確率システムへの拡張，および同次性そのものの拡張の三つを目的としている．

(1) 有限時間整定制御則の設計法：先行研究では，同次性を用いることで収束性能が考慮されていない制御器から指数安定性が保証された制御則を設計する方法が示されていた．本研究では，同次性と有限時間安定性の関係に着目し，その手法を発展させて，有限時間整定制御則を得る方法の実現を目指した．

(2) 確率システムへの同次性の拡張：確定システムにおいて知られていた，同次性と有限時間安定性の関係に着目し，確率システムに同次性を導入し，確率同次システムの理論を展開することを目的とした．そのために，確率同次システムの定義を示すこと，その確率同次システムにおける有限時間安定性をはじめとする収束率を考慮した安定性との関係を示すこと，さらに同次性に基づいた確率システムの有限時間整定手法を実現することを目的とした．

(3) 同次性の拡張に基づいた有限時間安定性の解析：同次性の拡張として状態依存同次性と呼ばれる性質の存在が知られていた．しかし，状態依存同次性と有限時間安定性の関係は不明であった．同次性に基づく有限時間整定手法をより広いクラスのシステムに拡張するため，状態依存同次性を有するシステムの有限時間安定性の条件を示すことを目的とした．

３．研究の方法

前述の研究目的の三項目に基づいて，研究の方法を以下に示す．

(1) 有限時間整定制御則の設計法：先行研究(R. T. M’Closkey and R. M. Murray, 1997)では対称アファインシステムと呼ばれるクラスのシステムに対して，同次性を導入することによって，閉ループ系の指数安定性を保証する制御器を設計できることが示されていた．この手法の特徴的な点は一度，設計された制御器を同次性を有するように再設計することによって，収束率を考慮した制御器が設計できる点である．本研究では，この手法の拡張として，収束性能が考慮されていない制御器に同次性を導入することによって，有限時間整定制御器を設計する問題に取り組んだ．先行研究によって，制御器の閉ループ系が同次性を有するように制御器を変換する方法が知られていた．同次性を有するシステムは同次次数と呼ばれるパラメータを持つ．漸近安定性を有する同次システムは，その同次次数の値によって，指数安定性，有理安定性，

有限時間安定性と呼ばれる異なる収束率を持つ安定性を持つことが知られている．先行研究では，指数安定性を保証するように同次次数を与えて制御則を設計していた．本研究では，その手法を発展させ，有限時間安定性が保証されるような同次次数のもとで制御則が設計できるかどうか，およびそれが可能となるシステムの条件を考察した．また，次項で述べるように，この手法を確率同次システムに拡張することによって非ホロノミックシステムの有限時間整定に応用できることがわかった．
(2) 確率システムへの同次性の拡張： 従来，常微分方程式のみに対して定義されていた同次性を確率微分方程式で与えられる確率システムに対して拡張する方法を検討した．同次性は微分方程式を構成するベクトル場に対して定義される性質である．確定システムの場合，システムを記述する常微分方程式に対してはそのベクトル場が同次性を持てば同次であると呼ばれる．一方，確率微分方程式で記述される確率システムは二種類のベクトル場を有する．そのため，それぞれの種類のベクトル場に対して同次性を適切に導入する方法を検討し，同次性の確率システムへの拡張を行った．さらに，確率同次システムの定義を導入した後で，確率同次システムが指数安定性や有限時間安定性を有するための条件を研究した．確定システムに対しては．リャプノフ関数を用いた解析によって，システムが漸近安定であるとき，同次システムの同次次数の値から有理安定性，指数安定性，有限時間安定性という性質が判別できることが知られていた．本研究では，確率システムと同次性の関係を明らかにするため，確率リャプノフ安定定理に基づいて，同次性による指数安定性や有限時間安定性の特徴付けを行った．さらに，同次性を確率システムに拡張するにあたり，有限時間安定性や指数安定性が確率システムに対して実現されるためには，確率微分方程式の解の存在性など基礎となる数学的な問題についても研究を行う必要があることが判明し，確率同次システムの解の存在条件なども調査した．その上で，確率制御システムに対して，収束率を保証する制御則を設計するための方法を示した．ここでは，バックステッピング法などの制御則設計法を確率同次システムの性質を考慮して発展させることで，制御システムに対して閉ループ系の同次性を保証する制御則の設計法を構築した．さらに，同次性を確率システムへ拡張したことにより，項目(1)において言及した有限時間整定制御則の設計法を確率システムへ拡張することができた．この有限時間整定制御則の設計法は，研究代表者による確率ノイズを用いた安定化手法に，同次性を導入し，有限時間整定を実現するものである．さらに，この手法は非ホロノック系の制御を対象にしたものであり，非ホロノミック系の確率ノイズを用いた有限時間整定の可能性を検証した．これによって，確率システムに同次性を拡張し，確率同次システムの基礎付けを行うとともに，有限時間整定という有用な応用を示すことに取り組んだと言える．
(3) 同次性の拡張に基づいた有限時間安定性の解析：有限時間安定性の解析や有限時間整定の制御則設計法の多くで基礎となっている同次性について，さらに拡張した同次性の概念を用いることで有限時間安定性の解析などがより広いクラスのシステムに対して可能となる可能性があった．そのため，本研究では状態依存同次性と呼ばれる同次性の拡張概念による有限時間安定性の特徴付けを検討した．そのために，まず状態依存同次システムの安定性について，従来の同次システムと同様に局所的な安定性が大域的な安定性を示唆するかを調査した．そして，その結果を用いて状態依存同次システムが有限時間安定性を有するための条件を示した．

４．研究成果
以下で本研究の成果を説明する．前項と同様に(1)有限時間整定制御則の設計法，(2)確率システムへの同次性の拡張, (3)同次性の拡張に基づいた有限時間安定性の解析, に分けて説明する．
(1) 有限時間制定制御則の設計法：本研究では，先行研究の指数安定化手法に基づいて，対称アファインシステムの漸近安定化制御則を有限時間安定性を保証するように設計する手法を示した．この方法は，閉ループ系が漸近安定であるとき，制御則に同次性を導入することによって閉ループ系を同次システムとし，指数安定性や有限時間安定性を保証するものである．この研究では成果として，あるクラスの対称アファインシステムに対しては，閉ループ系の収束率を決定する同次次数を有限時間安定性が保証されるように与えられることを示した．そして，その数学的な条件を示し，いくつかの数値例に対して，制御則の設計例を示し，その有効性を示すことができた．また，この手法は，次項(2)で述べるように，確率ノイズによる非ホロノミックシステムの有限時間整定の基礎となった．これらの結果により，同次性に基づいた有限時間整定の新たな展開を示すことができたと言える．
(2) 確率システムへの同次性の拡張：本研究では，同次システムの定義を確定システムから確率システムに拡張し，同次性による有限時間整定制御手法などを確率システムに拡張した．さらに，有限時間整定などを実現する際の基礎となる数学的な性質について研究を行った．
まず，確率同次システムの定義を示した．確定システムの場合，同次性はシステムを記述する常微分方程式を構成するベクトル場に対して定義され，拡大と呼ばれる操作に対して性質を変えないベクトル場が同次ベクトル場として定義される．確率システムの場合，確率システムを記述する確率微分方程式はドリフト項と拡散項と呼ばれる二種類のベクトル場を持つ. そして，確定システムの場合と同様に, 拡大の操作に対してシステムがある種の不変性を有するように，二種類のベクトル場に対して同次性を導入することによって，確率同次システムの定義を示した．このとき，確率同次システムに対して，確定同次システムの場合と同様に，同次次数が定義される. そこで, 本研究ではさらに同次次数に基づき, 確率同次システムの安定性について,

指数安定性，有理安定性，有限時間安定性の特徴付けを行った．この特徴付けは確率リャプノフ安定性理論に基づき，確率同次システムと確率リャプノフ関数の組み合わせから得られる不等式条件とシステムの同次次数を関係付けることによって可能となった．これによって，同次であるような確率リャプノフ関数の存在のもとで，確率同次システムの同次次数の値がゼロであれば指数安定，正であれば有理安定，負であれば有限時間安定となることが示せた．この結果によって，確定同次システムと各種の収束率との関係が確率システムの場合に拡張されたと言え，確率的なノイズの影響を受けるシステムに対して，有限時間安定性などのより詳細な性質を調べるための理論的なツールを提供できたと言える．
本研究ではさらに，収束率の判別定理に基づいて，確率システムの安定化問題における有限時間整定制御問題など，収束率を考慮した安定化問題に取り組んだ．上述の収束率判別定理によって，閉ループ系が確率同次システムとなり，同次次数の値を有限時間安定性などが保証されるように制御則を設計できれば．確率システムの有限時間整定が可能となることがわかった．そのため，既に確定システムにおいて同次性との親和性が高いことで知られていたバックステッピング法を用いて，有限時間安定性や指数安定性を保証する制御則が同次性を利用することで設計できることを示した．また，有限時間安定性を有する確率システムの場合，システムを記述する確率微分方程式がリプシッツ連続性という微分方程式の解の一意性を保証する上で重要な性質を有しないことが示されていた．そのため，確率システムの有限時間安定性や有限時間整定は，確率微分方程式の解の存在性や一意性の問題と関係することが判明した．そのため，確率システムの有限時間整定問題における解の存在の保証について研究を行い，閉ループ系の解が存在するための制御則の設計条件を示した．
　以上の確率同次システムとその有限時間整定問題の基礎的な研究によって，次のような応用が可能となった．一つ目は，研究代表者が以前の研究で取り組んでいた非ホロノミック系の安定化問題において，有限時間整定の実現ができた．研究代表者は，制御が難しいシステムとして知られる非ホロノミック系の漸近安定化のために，確率ノイズを用いる手法に取り組んでいた．しかし，その漸近安定手法では収束率が保証されていないという問題があった．この手法に確率同次システムの結果を導入することにより，閉ループ系の解の存在を保証し，かつ有限時間安定性を保証する制御則が設計できることが判明した．この結果は，確定システムで時変フィードバック制御則を用いて非ホロノミックシステムを指数安定化する手法に対応するものである．そして，本研究では確率同次システムの知見を導入することにより，指数安定性を超える有限時間整定が可能となることを示した．また，小型無人航空機(ドローン)のホバリングなどの基礎的な制御に確率有限時間整定制御が応用できることも判明した．以上の結果により，本研究では確率同次システムの基礎付けから，制御の問題において有用である有限時間整定問題といった応用まで，確率同次システムについて有意義な成果を得ることができたと言える．
(3) 同次性の拡張に基づいた有限時間安定性の解析：本研究では，同次性に基づいた有限時間整定のさらなる拡張を目的として，同次性を拡張した概念である状態依存同次性を用いて，有限時間安定性の特徴付けを行った．従来の同次システムの同次次数はシステムの状態に依存せずに定数として与えられるのに対して，状態依存同次性は同次次数の値が状態の値に依存して変化するものとして定義される．このように拡張された同次性である状態依存同次性について，有限時間安定性の条件を示した．本研究では，その準備として状態依存同次性を有するシステムに対して，局所的な漸近安定性が大域的な漸近安定性を示唆することを証明した．これは，従来の同次システムについて有限時間安定性を示すために，同様の性質を持つことが前提となっているためである．そして，その性質に基づいて状態依存同次システムが有限時間安定となる条件を示した．その際，従来の解析に用いられるリャプノフ関数を用いることなく，有限時間安定性の条件を示した．これによって同次システムに対して有限時間安定性を証明する際の新しいアプローチを示すことができた．
本研究については，同次システムの拡張である状態依存同次システムを考えることで有限時間整定制御則の設計をより広いクラスに拡張することを目的としており，その制御則の設計法の研究は今後の課題である．

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計 2 件）

[1] Kenta Hoshino, Yûki Nishimura, Yuh Yamashita, “Convergence rates of stochastic homogeneous systems,” Systems & Control Letters, 査読あり，Vol. 124, pp. 33-39, 2019, https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2018.11.013.
[2] 上原 理，西村 悠樹，星野 健太，“確率システムの有限時間安定性補償器，” 電子情報通信学会論文誌 A，査読あり，vol. J100A, pp.303-308, 2017.

〔学会発表〕（計 12 件）

[1] Kenta Hoshino, Yûki Nishimura, “Strong Solutions of Stochastic Differential Equations in Finite-Time Stabilization,” Proceedings of Second Conference on Modelling,

Identification and Control of Nonlinear Systems (IFAC MICNON 2018), pp. 266-271, 2018.
[2] 星野健太, 西村悠樹, ”確率システムの有限時間整定制御における強い解の存在性,” 第4回制御部門マルチシンポジウム, 2018.
[3] Kenta Hoshino, Yūki Nishimura, “Finite-time stability of state-dependent homogeneous systems,” Proceedings of 2017 11th Asian Control Conference (ASCC), pp. 841-846, 2017.
[4] Kenta Hoshino, “On Stability of State-Dependent Homogeneous Systems,” Proceedings of the 2017 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2017), pp.673-676, 2017.
[5] 星野健太, 西村悠樹, ”状態依存同次システムの有限時間安定性条件,” 第60回自動制御連合講演会, 2017.
[6] 星野健太, 西村悠樹, ”確率システムの有限時間安定性と有限時間整定への応用,” 第60回自動制御連合講演会, 2017.
[7] 星野健太, 西村悠樹, 米山淳, ”バックステッピングによる非線形確率システムの同次制御則設計,” 第4回制御部門マルチシンポジウム, 2017.
[8] Kenta Hoshino, Yūki Nishimura and Jun Yoneyama, “Homogeneous Feedback Laws for Driftless Input-Affine Systems with Tunable Convergence Rates,” Proceedings of SICE Annual Conference 2016, pp.54-57, 2016.
[9] 星野健太, 西村悠樹, 米山淳, ”確率同次システムの安定性と同次制御則設計,” 第59回自動制御連合講演会, 2016.
[10] 星野健太, 米山淳, ” 同次フィードバック制御則による対称アファインシステムの有限時間安定化,” 第3回制御部門マルチシンポジウム, 2016.
[11] Kenta Hoshino, Yūki Nishimura, Yuh Yamashita and Jun Yoneyama, “Stabilization of Artstein's Circle by Continuous Stochastic Feedback,” Proceedings of 2015 IEEE Multi-Conference on System and Control, pp. 257-262, 2015.
[12] 星野健太,米山淳,“同次フィードバック制御則による Artstein circle の漸近安定化,” 第58回自動制御連合講演会, 2015.

６．研究組織

(1)研究代表者

研究代表者氏名：星野健太

ローマ字氏名：Kenta HOSHINO

所属研究機関名：青山学院大学

部局名：理工学部

職名：助教

研究者番号（8桁）：10737498