

平成 30 年 5 月 31 日現在

機関番号：12601

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K21424

研究課題名(和文) 準周期解の分岐解析とその電気回路への応用

研究課題名(英文) Bifurcation Analysis of Quasi-Periodic Solution and Its Application for Electronic Circuit

研究代表者

神山 恭平(Kamiyama, Kyohei)

東京大学・生産技術研究所・特任助教

研究者番号：50738383

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では準周期解の分岐現象を分類するためのツールであるリアプノフバンドルを考案し、さまざまな分岐を明らかにし分類した。そして、それらを再現可能な平易な離散時間力学系と連続時間力学系である電気回路を例に挙げ説明した。この取り組みにより、準周期解の局所分岐を分岐前後のリアプノフバンドルのトポロジーにより、サドル・ノード分岐、周期倍分岐、被覆度倍分岐、ネイマルク・サッカー分岐の4つに4つに分類することに成功した。さらに、分岐図中に現れる複雑に交差する準周期解の同期引き込み領域であるアーノルドレゾナンスウェブの分岐構造をニュートン法とリアプノフバンドルによるトポロジー解析により明らかにした。

研究成果の概要(英文)：In this study, we developed Lyapunov bundle which is a classification tool for quasi-periodic bifurcations, and we found and classified many bifurcations. Then, we explained them by the simple discrete-time dynamical systems and the continuous time dynamical systems of the electric circuits.

With this approach, we succeeded in classifying the local bifurcations of quasi-periodic solutions into four types by the Lyapunov bundle topology before and after bifurcation: saddle-node, period-doubling, double covering, and Neimark-Sacker bifurcations.

Moreover, the bifurcation structure of the Arnold resonance web which is a complicated synchronization region of quasi-periodic solution in bifurcation diagram was clarified by Newton's method and topology analysis by Lyapunov bundle.

研究分野：電気電子工学

キーワード：準周期解 リアプノフバンドル リアプノフ指数 局所分岐

1. 研究開始当初の背景

準周期解(うなり振動)の分岐現象はその分岐構造解析手法が確立されていないため、従来ほとんど行われてこなかった。そこで本研究では、局所分岐解析法を新たに提案し電気回路へ適用する。

これまで周期解の分岐解析についてはニュートン法をもちいた不動点アルゴリズムにより詳しく行われてきた。しかし、準周期解については、その分岐点と分岐の型を求める有効なアルゴリズムは存在しなかった。一方、位相同期回路や結合発振回路などにおいてはさまざまな準周期解が存在するが多い。

これらの未だ明らかとなっていない準周期解の分岐現象を解き明かしていくことは大いに意義のあることである。

2. 研究の目的

準周期解の局所分岐をリアプノフバンドルのトポロジーをもとに分類し、その過程を明らかにする。

さらに、分岐図中に現れる複雑な高次元同期引き込み領域であるアーノルドレゾナンスウェブの分岐構造を明らかにする。

3. 研究の方法

本研究では、数値的に計算されるリアプノフ指数とそれに対応したリアプノフバンドルにより、準周期解の分岐点とその型を明らかにし、離散時間力学系と連続時間力学系の両方でその具体例を示す。連続時間力学系は結合発振器系や位相同期回路などの電気回路を例として用いる。

最低次元である1次元トーラス準周期解から分岐解析を始め次元を上げていくことにより、最終的には任意のN次元トーラスの分岐構造を説明可能とする。

4. 研究成果

準周期解の局所分岐の分岐解析ツールであるリアプノフバンドルを開発した。図1に示すようにそのトポロジーを用いて、1次元トーラスの局所分岐がサドル・ノード分岐、周期倍分岐、被覆度倍分岐、ネイマルク・サッカー分岐の4種類に分類でき、高次元の準周期解の分岐構造はこの4種類の1次元トーラス上の分岐の組み合わせにより説明できることを明らかにした。対応は以下の通りである: 図1(a)アニユラス+型: サドル・ノード分岐, 図1(b)アニユラス-型: 周期倍分岐, 図1(c)メビウス型: 被覆度倍分岐, 図1(d)フォーカス型: ネイマルク・サッカー分岐に対応。

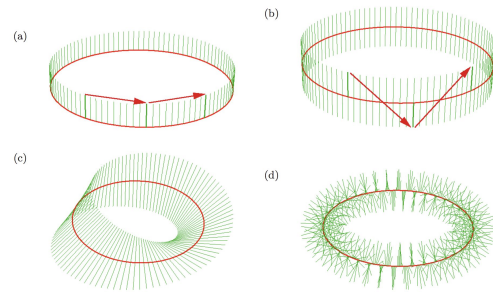


図1. 1次元トーラスにおける4種類のリアプノフバンドル

また、この4種類の分岐を離散時間力学系と電気回路を元とした連続時間力学系を具体例として説明した。

具体的な成果を以下に列挙する:

- ・従来、ダフィング系において2-トーラスの被覆度倍分岐がおこることは知られていたが、この系は電子回路実験において実現が難しく、準周期解をあらゆるICCを観測するポアンカレ断面の取り方にも状態変数の領域を制限するなど特殊な工夫が必要であった。そこで本研究では、実際の電気回路において準周期解の分岐を説明するために、二つの正弦波入力をもつ位相同期回路を用いて、図2に示すように連続時間力学系において準周期解の被覆度倍分岐が観測でき、ストロボ写像であるポアンカレ断面の取り方によって周期倍分岐と被覆度倍分岐の2つの異なる離散時間力学系上での分岐が観測出来ることを確認した。

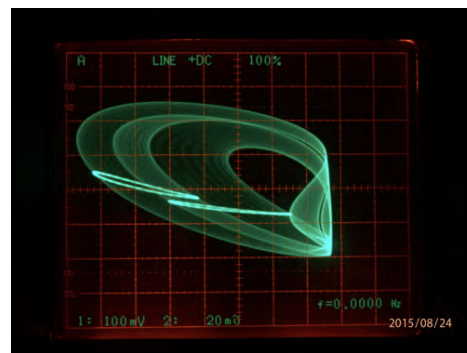
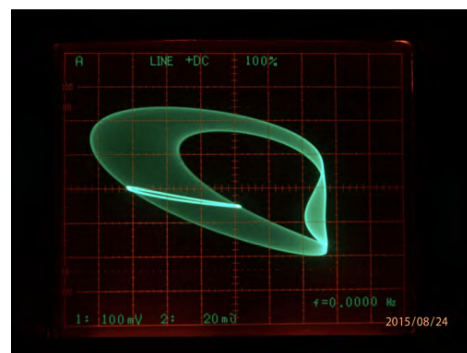


図2. 位相同期回路における分岐前後の準周期解の被覆度倍分岐とそのポアンカレ写像

加えて、SPICE による現実的なシミュレーションもあわせて行い、実験の正当性を補強した。

・2次元以上のトーラスにおける分岐解析を容易に行うために0次元トーラス断面上でのリアプノフバンドルを考え、表1に示すようにそのトポロジーから任意の d 次元トーラスにおける局所分岐を判別可能であることを明らかにした。これに伴い準周期解の分岐の不動点および固定点である0次元トーラス解も含めた解の統一的な命名則と不安定次元の変化も含めた分岐の命名則を新たに提案した。この命名則を用いることにより平衡点(固定点)、周期解、準周期解全てを含めたさまざまな不安定次元の分岐を統一的に呼ぶことが可能となった。

表1. 0次元トーラス断面 ST_0 上の支配的リアプノフバンドルともとの離散時間力学系(MT d) / 連続時間力学系(FT d)の局所分岐の対応表

MT d	ST 0	ST 1	FT d	ST 0	ST 1
SN, A^{d+}	SN, A^{0+}	SN, A^+	SN, A^{d+}	SN, A^{0+}	SN, A^+
PD, A^{d-}	PD, A^{0-}	PD, A^-	DC, M^d	CD, A^{0*}	CD, A^* DC, M
DC, M^d	CD, A^{0*}	CD, A^* DC, M	NS, F^d	NS, F^0	NS, F
NS, F^d	NS, F^0	NS, F			

・準周期解を発生させる大域的分岐の1つであるホモクリニックサイクル分岐の分岐過程における多様体の接続を固有値を調整可能で解析の簡単な平面写像を定義し詳細に調べ、その分岐パラメータ区間において準周期解の発生するタイミングと関連したサドル点の固有値の関係性を明らかにした。

・準周期解の分岐解析の研究を行っていく過程で、他の研究グループにより準周期解をニュートン法により高精度に求解するアルゴリズムが開発された。

また、解の準周期性を判別するために用いていたリアプノフ指数を超高速に収束させる重み付けの手法も開発された。

これらの手法を用いることにより、2パラメータ分岐図中の準周期解の分岐構造について詳細な分岐解析を行うことを可能とした。

これにより、今まで明らかになっていなかったアーノルドレゾナンスウェブの分岐境界の構造が詳細に解明され、ウェブの末端である周期解領域との境界に現れる安定解のみのリアプノフ指数解析では見えていなかったサドル準周期解を捉えることに成功し、その分岐構造も明らかにした。さらに、ウェブ上の同期引き込みの交差領域であるチャンシナバブルの分岐構造を我々の開発したリアプノフバンドルによる解析も含め多角的な観点から調査することにより、トーラス

の次元との関連性を解き明かしつつある。

これらの成果を踏まえると、今までは存在しなかった準周期解の局所分岐理論を確立することに成功したと言える。

この成果により、電気回路のみならず生物系なども含めたさまざまな振動子の結合系に普遍的に現れる準周期解の分岐現象を解き明かすことができるようになった。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7件)

1.
著者: Kyohei Kamiyama, Motomasa Komuro, Kazuyuki Aihara
表題: Homoclinic Cycle Bifurcations in Planar Maps
雑誌名: International Journal of Bifurcation and Chaos
査読: 有り
巻, 発行年, ページ: Vol. 27, No. 03, 2017, page 1730012
DOI: 10.1142/S0218127417300129

2.
著者: Kyohei Kamiyama, Tetsuro Endo, Isao Imai
表題: Electronic Circuit Experiments and SPICE Simulation of Double Covering Bifurcation
雑誌名: International Journal of Bifurcation and Chaos
査読: 有り
巻, 発行年, ページ: Vol. 26, No. 07, 2016, page 1630017
DOI: 10.1142/S0218127416300172

3.
著者: Motomasa Komuro, Kyohei Kamiyama, Tetsuro Endo, Kazuyuki Aihara
表題: Quasi-Periodic Bifurcations of Higher-Dimensional Tori
雑誌名: International Journal of Bifurcation and Chaos
査読: 有り
巻, 発行年, ページ: Vol. 26, No. 07, 2016, page 1630016
DOI: 10.1142/S0218127416300160

4.
著者: Naohiko Inaba, Kyohei Kamiyama, Takuji Kousaka, Tetsuro Endo
表題: Numerical and experimental observation of Arnol'd resonance webs in an electrical circuit
雑誌名: Physica D: Nonlinear Phenomena

査読: 有り
巻, 発行年, ページ: Vol. 311-312, No. 1,
2015, pp. 17-24
DOI: 10.1016/j.physd.2015.08.008

5 .

著者: Kyohei Kamiyama, Tetsuro Endo,
Motomasa Komuro
表題: Bifurcation of 3-Torus Attractor in
Certain Continuous-Time Dynamical Systems
雑誌名: IFAC Papers Online
査読: 有り
巻, 発行年, ページ: Vol. 48, No. 19, 2015,
pp. 122-126
DOI: 10.1016/j.ifacol.2015.11.022

6 .

著者: 神山恭平, 遠藤哲郎, 小室元政
表題: 二つの正弦波入力をもつ位相同期回
路方程式における準周期解の分岐
雑誌名: 電子情報通信学会論文誌 A
査読: 有り
巻, 発行年, ページ: Vol. J98-A, No. 8, 2015,
pp. 510-522
URL:
https://search.ieice.org/bin/summary.php?id=j98-a_8_510

7 .

著者: Shuya Hidaka, Naohiko Inaba, Kyohei
Kamiyama, Munehisa Sekikawa, Tesuro Endo
表題: Bifurcation structure of an
invariant three-torus and its
computational sensitivity generated in a
three-coupled delayed logistic map
雑誌名: Nonlinear Theory and Its
Applications, IEICE
査読: 有り
巻, 発行年, ページ: Vol. 6, No. 3, 2015,
pp. 433-442
DOI: 10.1587/nolta.6.433

〔学会発表〕(計 5件)

1 .

発表者: Kyohei Kamiyama
表題: Lyapunov Bundle of Saddle
Quasi-Periodic Solution
学会名: 2017 International Symposium on
Nonlinear Theory and its Applications
発表年: 2017

2 .

発表者: 神山恭平
表題: リアプノフバンドルによる準周期解
の局所分岐解析
学会名: ダイナミクス研究会中野
発表年: 2017

3 .

発表者: Kyohei Kamiyama
表題: Lyapunov Bundle on 0-Dimensional
Section Torus and Bifurcation of
Quasi-Periodic Solution
学会名: 2016 International Symposium on
Nonlinear Theory and its Applications
発表年: 2016

4 .

発表者: Kyohei Kamiyama
表題: Criterion for Judging Bifurcation of
High-Dimensional Torus
学会名: 2015 International Symposium on
Nonlinear Theory and its Applications
発表年: 2015

5 .

発表者: Kyohei Kamiyama
表題: Bifurcation of 3-Torus Attractor in
Certain Continuous-Time Dynamical Systems
学会名: 4th IFAC Conference on Analysis
and Control of Chaotic Systems CHAOS 2015
発表年: 2015

6 . 研究組織

(1) 研究代表者

神山 恭平 (KAMIYAMA, Kyohei)
東京大学・生産技術研究所・特任助教
研究者番号: 50738383