

平成 30 年 5 月 30 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (特設分野研究)

研究期間：2015～2017

課題番号：15KT0102

研究課題名(和文) 機械学習モデルの特異統計構造と計算代数解析アルゴリズム

研究課題名(英文) Singular statistics and computational algebraic analysis of machine learning models

研究代表者

田島 慎一 (Tajima, Shinichi)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：70155076

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：機械学習モデルの特異統計構造の解析と計算代数解析アルゴリズムの研究・開発に関する研究を行った。特に、特異性解析において重要となる不変量等に関する研究を進めた。

主な研究成果は、(i) イデアルのreductionとSamuel multiplicity, (ii) 加群にたいするMatlis双対性, (iii) 固有ベクトル, (iv) Grothendieck local residue, (v) Poincare-Birkhoff-Witt代数によるb-関数とホロノミ-D-加群, (vi) 超曲面のlocal Euler obstruction, 等を求めるアルゴリズムの研究・開発である。

研究成果の概要(英文)：We study and analyze the singular statistical structure of machine learning models and investigate algorithms from the point of view of algebraic analysis. Main results of our research are (i) algorithms for computing reductions and Hilbert-Samuel multiplicities, (ii) an algorithm for computing Matlis duality of modules, (iii) exact eigenproblems, (iv) algorithms for computing Grothendieck local residues, (v) algorithms for computing b-functions and relevant holonomic D-modules via Poincare-Birkhoff-Witt algebra, (vi) an algorithm for computing the local Euler obstruction of a hypersurface.

研究分野：解析学基礎

キーワード：特異点 アルゴリズム semi-algebraic set local Euler obstruction Grothendieck residue Samuel multiplicity Matlis duality

1. 研究開始当初の背景

情報科学の進展と計算機の発達により、現代社会の様々な分野で高度な統計的情報処理を行う機械学習が盛んに利用されている。これらの情報技術を支える機械学習モデルは、大量のデータから統計的な学習をおこなうことで情報源に潜んでいる構造を推定、あるいは予測するが、数理統計的にはそのほとんどが統計学的には正則でない特異統計モデルであり、古典的統計学を適用することが出来ない。特異統計モデルの研究は、特定分野に固有の問題ではなく、現代科学の根幹と係わる重要な研究課題である。

2. 研究の目的

本研究では、代数解析の理論と計算代数のアルゴリズムに基づくことで、従来とは大きく異なる観点から、特異統計モデルと代数統計に関する研究を行う。具体的には、creative telescoper の研究・開発と、semi algebraic set の特異性解析の新たな研究手法の確立を大きな目標としている。

3. 研究の方法

本研究は、既存の研究分野を超えた学際的研究であり、様々な分野の専門家からなる研究者により研究組織を構成してある。専門が異なる研究者による共同研究を行うため、研究経費により互いに出張し研究連絡を行った。またアルゴリズムの研究・開発のため常時、計算機を用いて、種々の計算実験を行った。また、研究組織構成員一同が会する機会を設けるため、連携研究者の所属大学において研究会を開き、若手研究者も交えて研究連絡を行い、連携を深めた。

4. 研究成果

Creative telescoper 設計の準備として、Grothendieck local residues の計算アルゴリズムの開発を行った。Shape 基底を持つ場合の計算アルゴリズムは、約 16 年前に導出したものであるが、本研究によりプログラムの作成および数式処理システムへの実装を行い計算効率の良さを実証した。特異統計モデルは、一般にパラメータを含むため、その特異性解析のためには、パラメータを含む対象を扱う枠組みを構成する必要がある。パラメータを含むイデアルに対し、その Hilbert-Samuel multiplicity を求める計算アルゴリズムを導出した。さらに、パラメータを含む Poincare-Birkhoff-Witt 代数に対し、comprehensive Grobner system の概念を導入し、パラメータ付きの場合の Bernstein-Sato イデアル、ホロノミー D-加群の計算アルゴリズムを導出、実装した。この成果は、semi-algebraic set の解析を行う際の新たな研究手法の開発に応用することが期待される。また、行列の最小消去多項式を用いることで、固有ベクトルを exact に求めるアルゴリズムに関する論文等を執

筆した。パラメータ付きの局所コホモロジーシステムと comprehensive Groebner system を用いることで、特異点解析において重要な不変量である local Euler obstruction を求めるアルゴリズムを構成することに成功した。Semi-algebraic set の研究は、本研究の後にも継続して行う予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計10件)

1. S. Tajima, K. Nabeshima, An implementation of the Le-Teissier method for computing local Euler obstructions, *Mathematics in Computer Sciences*, 査読有, 印刷中.

2. K. Nabeshima, K. Ohara, S. Tajima, comprehensive Grobner systems in PBW algebras, Bernstein-Sato ideals and holonomic D-modules, *Journal of Symbolic Computation* 査読有, 89, 146-170, 印刷中

3. 田島慎一, 小原功任, 照井章, 行列の最小多項式候補と拡張 Horner 法を用いた逆行列計算について II, *京都大学数理解析研究所講究録*, 査読無, 2019, 28-38, 2017 年

4. 洪田敬史, 田島慎一, CM 局所環の準素イデアルの Hilbert-Samuel 重複度の計算アルゴリズムについて, *京都大学数理解析研究所講究録*, 査読無, 2019, 80-84, 2017 年

5. 小原功任, 田島慎一, 多変数留数の計算アルゴリズムとその実装(シェイプ基底をもつ場合), *京都大学数理解析研究所講究録* 2019, 85-87, 2017 年

6. K. Nabeshima, K. Ohara and S. Tajima, Comprehensive Gröbner systems in rings of differential operators, holonomic D-modules and b-functions, *ISSAC2016, Proceedings of the International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, 査読有, 349-356, 2016 年
DOI: 10.1145/2930889.2930918

7. 田島慎一, 小原功任, 照井章, 行列 Horner 法の並列化による行列固有ベクトル計算の効率化について, *京都大学数理解析研究所講究録*, 査読無, 1976, 81-90, 2015 年

8. 小原功任, 田島慎一, 最小消去多項式を用いた一般固有ベクトル空間の基底計算法, *京都大学数理解析研究所講究録*, 査読無, 1955, 198-205, 2015 年

9. 田島慎一, 照井章, 行列の最小消去多項式

候補を用いた固有ベクトル計算 VI, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 1955, , 188-197, 2015 年

10. 田島 慎一, 小原功任, 照井章, 行列 Horner 法の並列化の実装について, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 1930, 51-59, 2015 年

[学会発表](計 20 件)

1. S. Tajima, Parametric local cohomology systems and algorithms for computing local Euler obstructions, 代数解析山口研究集会, かんぼの宿湯田, 2017 年

2. K. Ohara, S. Tajima, An algorithm for computing Grothendieck local residues I - shape basis case -, Applications of Computer Algebra, Jerusalem, Israel, 2017 年

3. S. Tajima, K. Nabeshima, An implementation of the Le-Teissier method for computing local Euler obstructions, Applications of Computer Algebra, Jerusalem, Israel, 2017 年

4. 小原功任, 田島 慎一, 多変数留数の計算アルゴリズム II (一般の場合), 日本数学会函数論分科会, 首都大学東京, 2017 年

5. 田島 慎一, 小原功任, 照井章, 行列 Horner 法の並列化による行列の固有ベクトル計算の効率化について, 日本数学会代数学分科会, 首都大学東京, 2017 年

6. 渋谷 敬史, 田島 慎一, 局所環における Matlis duality を用いた計算法とその応用, 数式処理とその周辺分野の研究, 京都大学数理解析研究所, 2016 年

7. 小原功任, 鍋島克輔, 田島 慎一, Comprehensive Groebner systems in Poincare-Birkhoff-Witt algebra and Bernstein-Sato ideals, 超局所解析と特異摂動論の新展開, 京都大学数理解析研究所, 2016 年

8. 渋谷 敬史, 田島 慎一, CM 局所環の準素イデアルの Hilbert-Samuel 重複度の計算アルゴリズムについて, 数式処理の新たな発展, 京都大学数理解析研究所, 2016 年

9. 田島 慎一, 小原功任, 照井章, 行列の最小多項式候補と拡張 Horner 法を用いた逆行列計算について II, 数式処理の新たな発展, 京都大学数理解析研究所, 2016 年

10. K. Nabeshima, K. Ohara, S. Tajima, Comprehensive Grobner systems in rings of differential operators, holonomic D-modules and b-functions, International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, Wilfeid Laurier Univ. Waterloo, Ontario, Canada, 2016 年

11. T. Shibuta, S. Tajima, An algorithm for computing the reduced standard bases of modules of finite colength, Milestones in Computer Algebra, Univ. of Waterloo, Canada, 2016 年

12. 渋谷 敬史, 田島 慎一, マトリクス双対を用いた有限な colength を持つ加群の被約標準基底の計算アルゴリズム, 日本数式処理学会, 福岡大学, 2016 年

13. 鍋島克輔, 小原功任, 田島 慎一, 変形パラメータ付きホロノミー-D-加群の計算法 --parametric Poincare-Birkhoff-Witt 代数の利用--, 日本数学会函数論分科会, 筑波大学, 2016 年

14. 渋谷 敬史, 田島 慎一, マトリクス双対を用いた加群の標準基底の計算, 日本数学会代数学分科会, 筑波大学, 2016 年

15. 田島 慎一, D. Siersma の非孤立特異点に付随する D-加群と Poincare-Birkhoff-Witt 代数, 数式処理とその周辺分野の研究, 京都大学数理解析研究所, 2015 年

16. 小原功任, 田島 慎一, Poincare-Birkhoff-Witt 代数上のグレブナ基底計算と Risa/Asir への実装, 数式処理とその周辺分野の研究, 京都大学数理解析研究所, 2015 年

17. 田島 慎一, D. Siersma の vertical monodromy とホロノミー-D-加群, 特異点と多様体の幾何学, 草津セミナーハウス, 2015 年

18. 田島 慎一, 小原功任, 照井章, 最小消去多項式を用いた一般固有ベクトル空間の基底計算, 日本数学会代数学分科会, 京都産業大学, 2015 年

19. 田島 慎一, 小原功任, 照井章, 固有ベクトル計算のさらなる並列化について, 数式処理研究の新たな発展, 京都大学数理解析研究所, 2015 年

20. 田島 慎一, Simple line singularities の vanishing cycles sheaf とホロノミー-D-加群, 特異点論月曜セミナー, 日本大学文理学部, 2015 年

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田島 慎一 (Tajima Shinichi) 筑波大学・
数理物質系・教授, 研究者番号: 70155076

(2) 研究分担者

小原 功任 (Ohara Katsuyoshi) 金沢大学・
数物科学系・准教授, 研究者番号: 00313635

照井 章 (Terui Akira) 筑波大学・数理物
質系・准教授, 研究者番号: 80323260

渋谷 敬史 (Shibuta Takafumi) 九州産業大
学・理工学部・講師, 研究者番号: 40648200

(3) 連携研究者

長谷川 誠 (Hasegawa Makoto) 東京電機大
学・工学部・教授, 研究者番号: 80303171

(4) 研究協力者

()