

研究種目：特定領域研究

研究期間：2004～2007

課題番号：16092215

研究課題名（和文） ネットワーク問題のモデル化とアルゴリズムの研究

研究課題名（英文） Research on modeling and algorithms for network problems

研究代表者

伊藤 大雄 (ITO HIRO)

京都大学・大学院情報学研究科・准教授

研究者番号：50283487

研究成果の概要：グラフは接続関係を表現する抽象モデルとして有用であり、古くから盛んに研究されている数学的对象である。本特定領域研究では、ネットワークや計算機上での問題をグラフ問題としてモデル化し、そのアルゴリズム開発の研究を行った。その結果、密な部分グラフ発見問題、供給点配置問題、頂点被覆問題、巡回セールスマン問題、自己安定化問題、安定マッチング問題などの様々な実用的問題について、効率的なアルゴリズムを得ることができた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2004年度	2,800,000	0	2,800,000
2005年度	4,000,000	0	4,000,000
2006年度	4,000,000	0	4,000,000
2007年度	3,300,000	0	3,300,000
年度			
総計	14,100,000	0	14,100,000

研究分野：

科研費の分科・細目：

キーワード：アルゴリズム、情報基礎、モデル化、ネットワーク、高信頼性ネットワーク

## 1. 研究開始当初の背景

グラフは接続関係を表現する抽象モデルとして有用であり、古くから盛んに研究されている数学的对象である。特に近年は、計算機やインターネットの急速な発展に伴い、研究開始当初は、これらを対象としたグラフ問題に対するアルゴリズム研究が盛んになってきていた。例えば、ネットワークの信頼性やルーティングの効率化、論理回路の最小化や基盤への埋め込みと言った問題はその典型例である。

## 2. 研究の目的

我々C09班は、ネットワークや計算機上の様々な問題をグラフ問題としてモデル化し、効率の良いアルゴリズムの設計や問題の複雑さの証明などを行い、ネットワーク上のどう言った問題が効率よく解けるかを明らかにすることを目的とした。

## 3. 研究の方法

本研究では、例えばルーティング問題を取り扱う場合にはルータの構造を特徴付けるグラフのみを考えるなど、入力を現実的なも

のに絞ることにより、アルゴリズムの効率化を目指した。また、性能評価は、理論的側面のみならず、実験を通して行うこととした。

#### 4. 研究成果

以下では、本特定領域研究における成果のうち、主な結果のみを選択して述べる。

##### (1) 孤立したクリーク発見問題

Web から情報を得る手法には、Yahoo! や Google のようにテキストに基づく検索手法と、HITS や PageRank などのようにリンクの構造に基づく手法がある。リンク構造に基づく検索手法は、あるページ  $u$  から  $v$  へのリンクがあるならば  $u$  の作者にとって  $v$  の内容が有用であろうという予想に基づいている。このようなリンク構造に基づいた情報検索手法としてグループ内で密にリンクされている Web ページのグループを見つけるというものがある。

この問題のアイデアは、そのような Web ページ群は互いに類似した内容を扱うページ群なのではないかというものである。リンク構造に基づく手法は、Web ページを頂点、Web リンクを枝に対応させた Web グラフと呼ばれるグラフを用いて議論されるが、密にリンクされている Web ページ群の Web グラフ上での例としてクリーク（完全部分グラフ）が挙げられる。しかしクリークを求める問題（最大のものを求める、極大のものを列挙する）のほとんどは難しく、良い近似方法も知られていない。

本研究では「孤立した」クリークを定義し、その発見問題を議論する。部分グラフが「孤立している」とは、内部で密にリンクされているだけでなく、その部分グラフと外部とのリンクが少ないことをいう。例えばサイズ  $k$  のクリークは、外部への枝が  $k-1$  本以下であるとき孤立しているという。また、 $c$  を定数とすると、外部への枝が  $ck-1$  本以下であるようなクリークを  $c$ -孤立クリークという。本研究では、このような孤立条件により多くの問題が簡単になり、孤立したクリークを列挙する問題を多項式時間で解くことができることを示した。また、孤立したクリークよりやや密度の低い擬クリークについても、平均次数が  $k \log k$  以上でかつ最小次数が  $k/\log k$  以上である擬クリークを多項式時間で列挙できることを示した。

さらに、孤立したクリークを列挙するアルゴリズムを実装し、サイト間グラフと呼ばれる実際の Web から得られたグラフを用いて実験を行った。サイト間グラフとは、サイトを頂点、サイト間のリンクを枝に対応させたグラフである。これによりサイト内リンクを無視でき、Web のより巨視的な部分構造を調べることができる。我々はこのサイト間グラフ

から 6,974 個の孤立したクリークを発見し、類似した内容を扱うページ群であることを確認した。

##### (2) 各種グラフの平均ストレッチ

我々が日々通信に使用している様々な情報伝達ネットワークの性能は、単に拠点間を結ぶ回線の性能だけでなく、そのネットワークの形状に深く依存している。そのため、たとえ拠点間の回線が高い性能を有していたとしても、ネットワークの構成法によりその性能を十分に発揮できない場合がある。多数のネットワークを接続して通信を行う場合には端末間で情報を伝達する経路を定めるためにルーティングテーブルが必要であるが、ネットワーク上には物理的な閉路が存在する場合は数多く存在し、これがルーティングテーブルを作成する上で障害となる。

そこで予めネットワーク上に閉路の存在しないスパニングツリー（全域木）を設定し、ネットワーク上の最短経路ではなく閉路の存在しない全域木を既定の経路として定めることにより前述した問題を回避することができる。しかしながら、閉路の存在するネットワーク中に全域木を設定することにより端末間の距離は明らかに以前より増加してしまい、ネットワークの性能が低下してしまふ。本研究では、ネットワークの性能を評価する指標に平均ストレッチを用いた。あるグラフ  $G$  について  $G$  の全頂点を含む部分グラフ  $H$  を考えるとき、 $G$  における各頂点間の距離と  $H$  における各頂点間の距離の比をストレッチと呼ぶ。平均ストレッチとはこれらを平均したものである。ストレッチは「グラフ  $H$  上ではグラフ  $G$  上の何倍遠回りしなくてはいけないのか」ということに対応するため、 $G$  に対する  $H$  の性能を表現する指標として重要視されている。

本研究では平均ストレッチの特徴、特に定数上限の存在性を扱った。閉路を含むグラフのうち最も単純な重みなしリング状グラフと完全グラフについて、グラフのサイズに関わらず平均ストレッチの上限を定数で抑えることのできる全域木の構成法を示した。また、より多くの閉路を含むグラフの例として格子状グラフを扱い、我々は二次元格子状グラフについて、そのサイズに関わらず平均ストレッチの上限が定数であるような全域木の構成法およびその上限値を示した。さらに、 $d$ 次元に拡張した格子状グラフについて、そのサイズに対して対数関数的に増加する平均ストレッチの上限を示した。

##### (3) 単位円盤グラフ上の高速アルゴリズム

単位円盤グラフは平面上で大きさの等しい円盤によってできる交差グラフであり、円盤がグラフの頂点に対応し、円盤の対が交わ

るか接するとき、またそのときに限りそれらの円盤に対応する頂点の対を辺で接続することによって得られる。単位円盤グラフは通信可能領域がすべて等しい無線端末で構成されるネットワークと自然な対応があり、実用的にも重要である。本研究では、単位円盤グラフ上の最大独立集合問題を解く多項式時間近似スキーム (PTAS) を示した。

#### (4) 最大被覆供給点配置問題に対する多項式時間アルゴリズム

$k$  を正整数とする。グラフにおいて供給点と呼ばれる節点の集合を定めたときに、 $k-1$  本の辺を任意にグラフから除去しても供給点集合と節点  $v$  との間にパスが必ず確保されるとき、供給点は節点  $v$  をカバーすると呼ぶ。この概念はネットワークの耐故障性を計る尺度として重要であり、この尺度を用いた問題として供給点配置問題が知られている。供給点配置問題とは、与えられたグラフの全ての節点をカバーするような最小個数の供給点配置を決定する問題であり、耐故障性に優れたネットワークを実現する上で重要な問題である。

本研究では、この問題と深い関係を持つ最大被覆供給点配置問題という問題を提案した。この問題は、与えられたグラフに対し、限られた数の供給点を配置して最大数の節点をカバーする問題である。本問題は、配置可能なサーバ数に制限がある場合での耐故障性に優れたネットワーク設計に重要となる。これら二つの問題は、集合被覆問題と最大被覆問題という二つの NP 困難問題と同様の関係を持っており、前者には供給点配置問題、後者には最大被覆供給点配置問題が対応する。なお、集合被覆問題と最大被覆問題では近似困難性が異なる。

供給点配置問題では多項式時間アルゴリズムが既に知られている。研究の目標は、最大被覆供給点配置問題に対する多項式時間アルゴリズムの発見、もしくは NP 困難性の証明である。本研究では、まず連結グラフに対し  $k=2$  の場合と  $k=3$  の場合に対する多項式時間アルゴリズムをそれぞれ与えた。次に非連結グラフに対する多項式時間アルゴリズムが連結グラフに対するものに還元できることを一般的に示し、その結果の一つとして、 $k=2$ ,  $k=3$  それぞれの場合について非連結グラフに対する多項式時間アルゴリズムを得た。また、入力を木と高連結なグラフに制限した本問題に対してそれぞれ多項式時間アルゴリズムを与えた。

さらに本研究では、本問題を一般化した二つの問題が NP 完全であることを示した。一つは入力を有向グラフとした問題である。もう一つは、供給点の配置コストが各節点に与えられているとして、配置できる供給点を数

ではなくコストによって制限した問題である。なお、これらと同様の一般化を供給点配置問題に施した場合においては多項式時間アルゴリズムの存在が示されている。

#### (5) 最小頂点被覆問題に対する近似アルゴリズム

最小頂点被覆問題 (以下 VC) は古くから知られている NP 困難問題の中の一つである。この問題が  $2-\epsilon$  近似のアルゴリズムを持つか否かは極めて重要性の高い未解決問題であり、そのようなアルゴリズムは存在しないであろうと強く信じられている。我々は以下のように VC の入力に制限を加えた部分問題を考え、 $2$  を大きく下回る近似度のアルゴリズムを与えることに成功した。

#### (6) 安定結婚問題に対する近似アルゴリズムの改良とその厳密な解析

安定結婚問題とは、 $N$  人の男性と  $N$  人の女性と各個人が持つ希望リストが与えられたときに安定なマッチングを求める問題である。希望リストとは、異性全員の全順序である。この問題に対して、不完全リストと同順位リストという拡張を許した場合の問題を考える。この場合、異なるサイズの安定マッチングが存在する可能性があり、その中で最大サイズの安定マッチングを求める問題 (MAX SMTI) は NP 困難であることが知られている。

この問題では、最大サイズと最小サイズの安定マッチングでは比が高々  $2$  倍しか違わない。また、サイズを考慮しなければ、安定マッチングは多項式時間アルゴリズムで求めることができる。従って、 $2$ -近似アルゴリズムは自明である。これまで知られている最良の近似度は  $2-c/\sqrt{N}$  であったが、我々は初めて  $2$  よりも厳密によい近似度である  $1.8$ -近似アルゴリズムを達成した。このアルゴリズムは局所探索に基づくもので、局所探索により改善が可能な領域をより厳密に解析することにより得られたものである。

#### (7) 有向グラフにおける $k$ 枝連結性の検査

グラフ  $G=(V, E)$  が  $k$  枝連結であるとは、任意の  $u, v \in V$  に対して  $u$  から  $v$  への  $k$  本の辺な道が存在することを言う。本研究では、次数に上限のある有向グラフが  $k$  枝連結であるか、または  $k$  枝連結から  $\epsilon$  遠隔であるかを検査する、グラフの頂点と枝の数によらない定数時間アルゴリズムを示した。頂点数  $n$ , 次数の上限  $d$  の有向グラフ  $G$  が  $k$  枝連結から  $\epsilon$  遠隔であるとは、次数の上限を保ったまま  $G$  を  $k$  枝連結にするのに、少なくとも  $\epsilon dn$  本の辺の追加及び削除が必要であることを言う。本研究で示した検査アルゴリズムは、性質検査 (Property Testing) と呼ばれる概念

に基づいている。これは入力グラフが  $k$  枝連結であれば  $2/3$  以上の確率で受理し、 $k$  枝連結から  $\varepsilon$  遠隔であれば  $2/3$  以上の確率で拒否するものとして定義される。どちらでもないグラフに対しては、何を入力してもかまわない。我々は、 $k-1$  枝連結なグラフに対して  $O(d(c/\varepsilon d)^k \log(1/\varepsilon d))$  ( $c>1$  は定数) 時間、一般のグラフに対して  $O(d(ck/\varepsilon d)^k \log(k/\varepsilon d))$  ( $c>1$  は定数) 時間の検査アルゴリズムを得た。

#### (8) 3 正則グラフ巡回セールスマン問題に対する厳密アルゴリズムの改良

巡回セールスマン問題とは与えられたグラフの全節点を一巡する最短経路を見つける問題である。巡回セールスマン問題は非常に有名な NP 困難問題の 1 つであり、与えられたグラフのサイズの多項式時間で解を見つけるアルゴリズムは存在しないと考えられている。また、巡回セールスマン問題の解を見つける厳密アルゴリズムとしては、Held と Karp の  $O(2^n)$  時間アルゴリズムが 40 年以上前に開発されて以来、改良がなされていない。一方、Eppstein はグラフの各節点の最大次数が 3 である 3 正則グラフが例題として与えられた時に、 $O(1.260^n)$  時間で解を返す厳密アルゴリズムを開発した。

本研究では、上記の Eppstein の厳密アルゴリズムを改良し、3 正則グラフが例題として与えられる巡回セールスマン問題に対する  $O(1.251^n)$  時間厳密アルゴリズムを開発した。

#### (9) ビザンチン故障耐性を有する自己安定辺彩色プロトコル

自己安定分散プロトコルは、計算機の故障によって分散システムがどのような状況に陥っても、故障が十分に長い間存在しなければ、いずれ正しい動作に復帰することを保証する分散システムである。つまり、自己安定分散システムは計算機の一時的な故障に対する高度な故障耐性を有する。

しかし、計算機の一部が断続的に故障する分散環境では、自己安定分散プロトコルの動作について何も保証できない。インターネットのような大規模な分散システムでは、故障が十分に長い間存在しないと仮定することは非現実的である。そのため、永久的な故障が存在する分散環境においても、正しい動作に復帰することを保証する自己安定分散システムの開発が重要である。

本研究では、永久故障としてビザンチン故障を対象とし、永久ビザンチン故障に対する故障耐性を有する辺彩色自己安定プロトコルについて検討した。まず、スケジューラに制約を設けなければ、匿名リングでの自己安定リンク彩色が不可能であることを示した。

次に、隣接プロセスが同時に動作しないというスケジューラ制約の下で、任意の匿名ネットワークでのビザンチン故障耐性を有する自己安定リンク彩色プロトコルを示した。このプロトコルでは、 $2\Delta-1$  色 ( $\Delta$  は最大次数) を使用するが、正常プロセス間のすべてのリンクの色は、いずれビザンチン故障の影響を受けずに安定することを保証している。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 37 件)

① Toshimitsu Masuzawa, Sebastien Tixeuil, Stabilizing link-coloration of arbitrary networks with unbounded Byzantine faults, International Journal of Principles and Applications of Information Science and Technology, Vol. 1, No. 1, pp. 1-13, 2007, 査読有

② M. M. Halldorsson, K. Iwama, S. Miyazaki, and H. Yanagisawa, Improved Approximation Results for the Stable Marriage Problem, ACM Transactions on Algorithms, vol.3, 3/30, pp. 1-18, 2007, 査読有

③ Taisuke Izumi, Akinori Saitoh, Toshimitsu Masuzawa, Adaptive timeliness of consensus in presence of crash and timing faults, Journal of Parallel and Distributed Computing, Vol. 67, No. 6, pp. 648-658, 2007, 査読有

④ T. Suzuki, T. Izumi, F. Ooshita, and T. Masuzawa, Self-Adaptive Mobile Agent Population Control in Dynamic Networks Based on the Single Species Population Model, IEICE Transactions on Information and Systems, vol. E90-D, no. 1, pp. 314-324, 2007, 査読有

⑤ T. Izumi, and T. Masuzawa, A Weakly-Adaptive Condition-Based Consensus Algorithm in Asynchronous Distributed Systems, Information Processing Letters, vol.100, issue 5, pp. 199-205, 2006, 査読有

⑥ H. Ito, and H. Nagamochi, Two Equivalent Measures on Weighted Hypergraphs, Discrete Applied Mathematics, vol. 154/16, pp. 2330-2334, 2006, 査読有

⑦ Y. Hanatani, T. Horiyama, and K. Iwama, Density Condensation of Boolean Formulas,

Discrete Applied Mathematics,  
vol.154/16, pp. 2263–2270, 2006, 査読有

⑧ T. Izumi, and T. Masuzawa, Condition Adaptation in Synchronous Consensus, IEEE Transactions on Computers, vol.55, issue 7, pp. 843–853, 2006, 査読有

⑨ Y. Nakaminami, T. Masuzawa, and T. Herman, Linear-State-Transition Protocols: Asynchronous Protocols with Ease of Efficiency Evaluation, Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication (JACIC), vol.3, no.6, pp.281–293, 2006, 査読有

⑩ H. Ito, K. Iwama, and T. Tamura, Efficient Methods for Determining DNA Probe Orders, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol.E89-A, no.5, pp. 1292–1298, 2006, 査読有

⑪ K. Sugihara, and H. Ito, Maximum-Cover Source-Location Problems, IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, vol.E89-A, no.5, pp. 1370–1377, 2006, 査読有

⑫ Hiro Ito, Kazuo Iwama, Yasuo Okabe, and Takuya Yoshihiro, Single-backup-table schemes for shortest-path routing, Theoretical Computer Science, Vol. 333, pp. 347–353, 2005, 査読有

⑬ Iwama, K., and Kawachi, A., Compact Routing with Stretch Factor of Less Than Three, IEICE transactions on Information and Systems, Vol.E88-D No.1, pp. 39–46, 2005, 査読有

[学会発表] (計 78 件)

① H. Ito, M. Paterson, and K. Sugihara, Multi-Commodity Source Location Problems and Price of Greed, WALCOM 2008, February 8, 2008, Dhaka, Bangladesh

② K. Iwama, and T. Nakashima, An Improved Exact Algorithm for Cubic Graph TSP, COCOON 2007, July 16, 2007, Alberta, Canada

③ Tomoko Suzuki, Taisuke Izumi, Fukuhito Ooshita, Hirotsugu Kakugawa, Toshimitsu

Masuzawa, Optimal moves for gossiping among mobile agents, SIROCCO 2007, June 7, 2007, Castiglioncello, Italy

④ K. Iwama, S. Miyazaki, and N. Yamauchi, A 1.875-Approximation Algorithm for the Stable Marriage Problem, SODA 2007, January 7, 2007, Louisiana, USA

⑤ K. Iwama, Stable Matching Problems (Invited Talk), ISAAC 2006, December 18, 2006, Kolkata, India

⑥ T. Horiyama, K. Iwama, and J. Kawahara, Finite-State Online Algorithms and Their Automated Competitive Analysis, ISAAC 2006, December 18, 2006, Kolkata, India

⑦ K. Iwama, Classic and Quantum Network Coding (Invited Talk), SWAT 2006, July 8, 2006, Riga, Latvia

⑧ H. Ito, Transformation of Simple Graphs Preserving Cut-Size Order and Their Simpliceness, CJCDGCGT2005, November 22, 2005, Xi'an, China

⑨ H. Ito, K. Iwama, and T. Osumi, Linear-Time Enumeration of Isolated Cliques, ESA 2005, October 3, 2005, Mallorca, Spain

⑩ Toshimitsu Masuzawa, and Hirotsugu Kakugawa, Self-stabilization in spite of frequent changes of networks: Case study of mutual exclusion on dynamic rings, SSS 2005, October 27, 2005, Barcelona, Spain

⑪ K. Iwama, A. Lingas, and M. Okita, Max-stretch Reduction for Tree Spanners, WADS 2005, August 15, 2005, Waterloo, Canada

⑫ T. Imamura and K. Iwama, Approximating Vertex Cover on Dense Graphs, SODA 2005, January 24, 2005, British Columbia, Canada

⑬ Yusuke Sakurai, Fukuhito Ooshita, Toshimitsu Masuzawa, A self-stabilizing link-coloring protocol resilient to Byzantine faults in tree networks, OPODIS 2004, December 17, 2004, Grenoble, France

⑭ Iwama, K., Miyazaki, S. and Okamoto, K., A  $(2-c \log N/N)$ -Approximation Algorithm for the Stable Marriage Problem, SWAT 2004, July 10, 2004, Humlebaek, Denmark

〔図書〕(計5件)

①伊藤 大雄, 現代数学社, 理系への数学 492  
号: 離散数学のすすめ 12 ケーキ分割問題,  
2007, pp. 47-53

②宮崎 修一, 現代数学社, 理系への数学 489  
号: 離散数学のすすめ 06 安定結婚問題,  
2007, pp. 9-54

③伊藤 大雄, 現代数学社, 理系への数学 485  
号: 離散数学のすすめ 02 最短路問題,  
2007, pp. 46-51

④伊藤 大雄, 現代数学社, 理系への数学 484  
号: 離散数学のすすめ 01 離散数学へのいざ  
ない, 2007, pp. 8-14

⑤岩間 一雄, 共立出版, アルゴリズム・サ  
イエンス: 出口からの超入門, 2006, 197 ペ  
ージ

〔その他〕

ホームページ

[http://keisan-genkai.lab2.kuis.kyoto-u.  
ac.jp/](http://keisan-genkai.lab2.kuis.kyoto-u.ac.jp/)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

伊藤 大雄 (ITO HIRO)  
京都大学・大学院情報学研究科・准教授  
研究者番号: 50283487

### (2) 研究分担者

岩間 一雄 (IWAMA KAZUO)  
京都大学・大学院情報学研究科・教授  
研究者番号: 50131272

増澤 利光(MASUZAWA TOSHIMITSU)  
大阪大学・大学院情報科学研究科・教授  
研究者番号: 50199692

宮崎 修一 (MIYAZAKI SHUICHI)  
京都大学・学術情報メディアセンター・准  
教授  
研究者番号: 00303884

堀山 貴史 (HORIYAMA TAKASHI)  
埼玉大学・大学院理工学研究科・准教授  
研究者番号: 60314530