

研究種目：基盤研究 (S)
研究期間：2004 ～ 2008
課題番号：16104001
研究課題名 (和文) 流れ問題のための高品質数値解法の開発と解析とシミュレーション
研究課題名 (英文)
Development and analysis of high-quality numerical methods and simulation for flow problems
研究代表者
田端 正久 (TABATA MASAHISA)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：30093272

研究成果の概要：

流れ問題は非線形偏微分方程式で記述され、解析的に解を求めることは一般に不可能である。本研究では計算機を用いて高品質の数値解を得るための数値的手法の開発と解析と数値シミュレーションを行った。熱対流問題に対する有限要素法の誤差評価の確立とその応用、流れ問題に対する精度保証付き数値計算法の確立とその応用、混相流問題に対するエネルギー安定有限要素法の開発、ナビエ・ストークス方程式のための特性曲線有限要素法の開発の成果を得た。

交付額

	直接経費	間接経費	合計
2004 年度	18,000,000	5,400,000	23,400,000
2005 年度	15,800,000	4,740,000	20,540,000
2006 年度	9,400,000	2,820,000	12,220,000
2007 年度	8,700,000	2,610,000	11,310,000
2008 年度	8,900,000	2,670,000	11,570,000
総計	60,800,000	18,240,000	79,040,000

研究分野：数値解析

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：非圧縮粘性流体、移動境界問題、有限要素法、計算機援用証明、精度保証計算

1. 研究開始当初の背景

流れ問題の数値計算とシミュレーションは多くの分野でなされているが、数値計算スキームの正当性、事前事後評価を考慮して数値解法の開発に取り組んでいるグループは少ない。偏微分方程式の数値解法という立場から、数学と計算機を背景に、流れ問題の数値解法の共通基盤として、実用的な信頼あるスキームを構成する。

2. 研究の目的

非縮粘性流れ問題、移動境界問題に対して数学的に正当化された高品質数値解法の開発

と解析を行い、その解法に基づいた計算スキームを作成し、数値シミュレーションを実践する。流れ問題に対して、区間演算を伴う精度保証計算を導入し、解の存在を計算機援用証明で示すと同時に解の事後評価を行う。

3. 研究の方法

主な購入設備は高性能パーソナルコンピュータとデータ保存用ハードディスクアレイであり、九州大学情報基盤研究開発センターの計算機を年間資源占有タイプで借用した。問題の物理的数学的構造の解析、計算手法の開発と解析、スキームの構築、コードの作成、

数値シミュレーションを行った。

4. 研究成果

(1) 熱対流問題に対する有限要素法の誤差評価の確立とその応用 [45], [38], [32], [31]

非定常熱対流問題は、ナビエ・ストークス方程式と熱エネルギー方程式が連立した問題であり、多くの数値計算がなされている。数値解の収束性に関しては、半離散近似など非常に限定的な結果しか得られていなかった。実際の計算に用いられる全離散有限要素近似に対して初めて、包括的な誤差評価を与えた。係数が温度に依存している場合も含んでいる。遅い流れの熱対流問題で温度依存係数を持つ場合にも、安定化有限要素法を用いて収束性を示した。係数の温度依存性は、地球マントル対流やガラス熔融炉内流れ問題などの現実的な問題で本質的に重要である。高レイリー数に対応したスキームを開発し地球マントル対流の数値計算に用い、粘性係数の温度依存性が3次元対流パターンに如何に反映するかを明確に捕らえた。

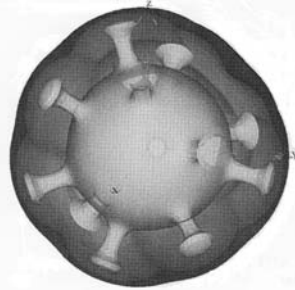


図1. 地球マントル対流[31]

(2) 流れ問題に対する精度保証付き数値計算手法の確立とその応用 [50], [29], [26], [12], [9], [4]

精度保証付き数値計算は区間演算を用いるので計算量が増えるが、厳密解の存在証明をも与えることができる。流れ問題へ精度保証計算を適用するに際して、数値的検証手法の改善を行い、多くの明確な成果が得られた。その中から、3つの結果を述べる。①ナビエ・ストークス方程式の例題としてしばしば用いられる2次元キャピティ流れで、従来の10倍までのレイノルズ数について精度保証が可能になった。精度保証付き計算では厳密解の存在範囲が各点で正確に与えられているので、この結果はナビエ・ストークス問題の数値計算コードの良し悪しの判定に有用に用いられるであろう。②2次元熱対流問題に対して滑り境界条件の下で非自明解の数値的検証に成功した。従来の解析的手法では自明解からの分岐以後の構造は解明できていなかったが、分岐点と対称性破壊分岐解の存在が具体的な存在範囲とともに示すことができた。3次元問題でも蜂の巣タイプや矩形タイプの分岐解が新たに存在することを数値的に証明した。③オーア・ゾンマーフェルト方程式の固有値問題を解いて2次元ポワズイユ流がレイノルズ数5,775では不安

定であることを示した。これらの結果は計算機援用証明によるものである。いずれも、厳密な結果として初めて得られものであり、流体力学分野の理論解析にも大きなインパクトを与えるに違いない。

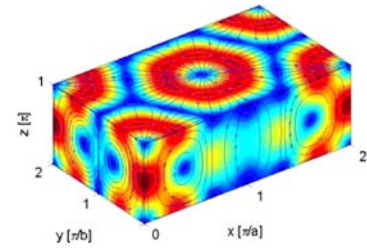


図2. 熱対流問題の蜂の巣パターン[9]

(3) 混相流問題に対するエネルギー安定有限要素法の開発 [33], [23], [22]

流れ問題の数値解析において、単一のナビエ・ストークス方程式で記述される標準的な流れ問題では計算スキームの安定性と収束性の理論は確立し実用計算に有効に使われている。一方、気液二相流など、それぞれの流体がナビエ・ストークス方程式に支配され、界面で表面張力を伴う混相流問題に対しては収束性が確立されたスキームは得られていない。安定性に関しては、唯一 Bansch の結果があるが、計算手間が大きく、実用計算には用いられていない。界面で表面張力が働く場合に、エネルギーの意味で安定な計算ができるエネルギー安定有限要素法を開発した。この方法は界面追跡法に属し、時間を要する計算主要部分は単一のナビエ・ストークス問題と同等の手間に抑えられ、実用的な混相流問題の解法である。エネルギー安定性基準を計算して安定な計算の進行状況を知ることができる。スキームは表面張力の取扱いも含めて数学的に非常に自然な枠組み

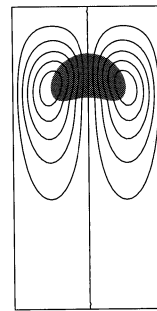


図3. 気泡の上昇[22]

で導かれており、その中でエネルギー基準を用いる実用的なこのスキームは、従来にない斬新なものである。気泡上昇問題などで、このエネルギー基準が満たされていることを示し、気泡形状への表面張力係数の依存性などを詳細に調べることができるようになった。

(4) 特性曲線有限要素法の開発 [30], [15], [8], [1]

流れ問題は構造問題と違って、通常近似的には、最終的に解くべき連立一次方程式の行列が非対称になる。移流拡散方程式でもナビエ・ストークス方程式でもそうであり、大規模高性能数値計算を難しくしている。特性曲線法はこの点を克服し計算に必要な行列は対称である。我々は従来の1次精度を1段

2次精度に上げる理論を移流拡散方程式で確立していた。本研究では、ナビエ・ストークス方程式に拡張して、2次精度スキームを作成した。その際、圧力項を強形式にするとより安定であることを見出した。さらに、3次元問題で計算量を軽減できるように、圧力安定化特性曲線有限要素法を開発した。この要素では流速、圧力ともに四面体一次要素を使うことができ、行列の対称性とともを一層の計算の軽量化が可能になった。流れ問題の計算の軽量化を図ることのできるこの方法の開発は注目を浴びている。

(5) その他の成果

①渦群の緩和振動で4つの渦の振動を見つけ、対称性を有する渦群の緩和振動の正当性と再現性を数学的かつ数値的に確認した[47], [49].

②多孔質媒体流問題で、流体の存在領域の分離と融合に関する数値的かつ数学的な結果を得た[11], [27].

③速い移流項を持つ拡散問題の第一固有値の挙動の詳細な結果を得た[44].

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 57 件)

- [1] Rui, H. and Tabata, M., A mass-conservative characteristic finite element scheme for convection-diffusion problems, *Journal of Scientific Computing*, doi:10.1007/s10915-009-9283-3, in press, 査読有.
- [2] Kinoshita, T., Hashimoto, K. and Nakao, M. T., On the L2 a priori error estimates to the finite element solution of elliptic problems with singular adjoint operator, *Numerical Functional Analysis and Optimization*, to appear, 査読有.
- [3] Watanabe, Y., A numerical verification method for two-coupled elliptic partial differential equations, *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, to appear, 査読有.
- [4] Watanabe, Y. and Nakao, M. T., Numerical verification method of solutions for elliptic equations and its application to the Rayleigh-Benard problem, *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, to appear, 査読有.
- [5] Kimura, M., Shape derivative of minimum potential energy: abstract theory and applications, *Jindřich Nečas Center for Mathematical Modeling Lecture notes Volume IV, Topics in Mathematical Modeling*, 1-38, to appear, 査読有.
- [6] Nagatou, K., Numerical verification method for infinite dimensional eigenvalue problems, *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 226(2009), to appear, 査読有.
- [7] Suzuki, A., An iterative substructuring solver for the Stokes equations, *Proceedings of the First International Conference on Parallel, Distributed and Grid Computing for Engineering* (eds. Topping, B. H. V. and Iványi, P.), Civil-Comp Press, 2009, to appear, 査読有.
- [8] Notsu, H. and Tabata, M., A single-step characteristic-curve finite element scheme of second order in time for the incompressible Navier-Stokes equations, *Journal of Scientific Computing*, 38(2009), 1-14, 査読有.
- [9] Kim, M. -N., Nakao, M. T., Watanabe, Y. and Nishida, T., A numerical verification method of bifurcating solutions for 3-dimensional Rayleigh-Bénard problems, *Numerische Mathematik*, 111(2009), 389-406, 査読有.
- [10] Nakao, M. T. and Kinoshita, T., On very accurate verification of solutions for boundary value problems by using spectral methods, *JSIAM Letters*, 1(2009), 21-24, 査読有.
- [11] 友枝謙二, 中木達幸, ある拡散現象における解のサポートの反復した分離・融合について, *日本応用数学会論文誌*, 19 (2009), 25-37, 査読有.
- [12] Watanabe, Y., Plum, M. and Nakao, M. T., A computer-assisted instability proof for the Orr-Sommerfeld problem with Poiseuille flow, *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 89 (2009), 5-18, 査読有.
- [13] Watanabe, Y., A computer-assisted proof for the Kolmogorov flows of incompressible viscous fluid, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 223 (2009), 953-966, 査読有.
- [14] Suzuki, A., An iterative substructuring method for the discretized Stokes equations by a stabilized finite element method, *Proceedings of ALGORITMY 2009* (eds. Handlovičová, A., Frolkovič, P., Mikula, K. and Ševčovič, D.), House of STU, 2009, 41-50, 査読有.
- [15] 野津 裕史, 田端 正久, Navier-Stokes方程式のための圧力安定化・特性曲線法結合有限要素スキーム, *日本応用数学会論文誌*, 18(2008), 427-445, 査読有.
- [16] Nakao, M. T., Hashimoto, K. and Nagatou, K., A computational approach to constructive a priori and a posteriori error estimates for finite element approximations of Bi-Harmonic problems, *GAKUTO*

- International Series, Mathematical Sciences and Applications*, 28(2008), 139-148, 査読有.
- [17] Nakao, M. T. and Hashimoto, K., Guaranteed error bounds for finite element approximations of noncoercive elliptic problems and their applications, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 218 (2008), 106-115, 査読有.
- [18] Nakao, M. T. and Kinoshita, T., Some remarks on the behaviour of the finite element solution in nonsmooth domains, *Applied Mathematics Letters*, 21 (2008), 1310-1314, 査読有.
- [19] Benes, M., Kimura, M., Paus, P., Sevcovic, D., Tsujikawa, T. and Yazaki, S., Application of a curvature adjusted method in image segmentation, *Bulletin of the Institute of Mathematics, Academia Sinica, NewSeries*, 3(2008), 509-523, 査読有.
- [20] Nagatou, K., Validated computations for fundamental solutions of linear ordinary differential equations, *International Series of Numerical Mathematics*, 157 (2008), 43-50, 査読有.
- [21] 上田 裕喜, 田端 正久, デイリクレ境界条件を考慮した変形エルミート型3次要素の作成, 日本応用数理学会論文誌, 17(2007), 469-479, 査読有.
- [22] Tabata, M., Finite element schemes based on energy-stable approximation for two-fluid flow problems with surface tension, *Hokkaido Mathematical Journal*, 36(2007), 875-890, 査読有.
- [23] Tabata, M., Numerical simulation of Rayleigh-Taylor problems by an energy-stable finite element scheme, *Proceedings of The Fourth International Workshop on Scientific Computing and Applications* (eds. Guo, B.-Y. and Shi, Z.-C.), Science Press, 2007, 63-73, 査読有.
- [24] Tabata, M., Discrepancy between theory and real computation on the stability of some finite element schemes, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 199(2007), 424-431, 査読有.
- [25] Minamoto, T. and Nakao, M. T., Numerical method for verifying the existence and local uniqueness of a double turning point for a radially symmetric solution of the perturbed Gelfand equation, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 202 (2007), 177-185, 査読有.
- [26] Hashimoto, K., Kobayashi, K. and Nakao, M. T., Verified numerical computation of solutions for the stationary Navier-Stokes equation in nonconvex polygonal domains, *Hokkaido Mathematical Journal*, 36 (2007), 777-799, 査読有.
- [27] 友枝 謙二, 中木 達幸, ある非線形拡散方程式におけるサポート分離現象に関する数値的、数学的考察, 日本応用数理学会論文誌, 17 (2007), 291-300, 査読有.
- [28] Nishida, T., Sugihara, K. and Kimura, M., Stable marker-particle method for the Voronoi diagram in a flow field, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 202 (2007), 377-391, 査読有.
- [29] Nagatou, K., Hashimoto, K. and Nakao, M. T., Numerical verification of stationary solutions for Navier-Stokes problems, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 199 (2007), 445-451, 査読有.
- [30] Tabata, M. and Fujima, S., Robustness of a characteristic finite element scheme of second order in time increment, *Computational Fluid Dynamics 2004* (eds. Groth, C. and Zingg, D. W.), Springer-Verlag, 2006, 177-182, 査読有.
- [31] Tabata, M., Finite element approximation to infinite Prandtl number Boussinesq equations with temperature-dependent coefficients - Thermal convection problems in a spherical shell, *Future Generation Computer Systems*, 22(2006), 521-531, 査読有.
- [32] Tagami, D. and Tabata, M., Numerical computations of a melting glass convection in the furnace, *Proceedings of The Seventh China-Japan Seminar on Numerical Mathematics* (eds. Shi, Z.-C. and Okamoto, H.), Science Press, 2006, 149-160, 査読有.
- [33] Tabata, M. and Kaizu, S., Finite element schemes for two-fluids flow problems, *Proceedings of The Seventh China-Japan Seminar on Numerical Mathematics* (eds. Shi, Z.-C. and Okamoto, H.), Science Press, 2006, 139-148, 査読有.
- [34] Watanabe, Y., A numerical verification for the Kolmogorov flows of incompressible viscous fluid, *Proceedings of International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics 2006* (eds. Simos, T., Psihoyios, G. and Tsitouras, C.), Wiley, 2006, 535-539, 査読有.
- [35] Nanri, T., Watanabe, Y. and Sato, H., Performance comparison of vector-calculations between Itanium2 and other processors, *Proceedings of International Workshop on Innovative Architecture*, 2006, 141-146, 査読有.
- [36] 木村 正人, 若野功, 亀裂進展に伴うエネルギー解放率の数学解析に関する再考察, 日本応用数理学会論文誌, 16(2006),

- 345-358, 査読有.
- [37] Hashimoto, K., Nagatou, K. and Nakao, M. T., A computational approach to constructive a priori error estimate for finite element approximations of bi-harmonic problems in nonconvex polygonal domains, *Information*, 9 (2006), 573-580, 査読有.
- [38] Tabata, M. and Tagami, D., Error estimates of finite element methods for nonstationary thermal convection problems with temperature-dependent coefficients, *Numerische Mathematik*, 100(2005), 351-372, 査読有.
- [39] Nakao, M. T., Hashimoto, K. and Watanabe, Y., A numerical method to verify the invertibility of linear elliptic operators with applications to nonlinear problems, *Computing*, 75(2005), 1-14, 査読有.
- [40] Hashimoto, K., Abe, R., Nakao, M. T. and Watanabe, Y., A Numerical verification method for solutions of singularly perturbed problems with nonlinearity, *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 22(2005), 111-131, 査読有.
- [41] Hashimoto, K., Kobayashi, K. and Nakao, M. T., Numerical verification methods for solutions for the free boundary problems, *Numerical Functional Analysis and Optimization*, 26(2005), 523-542, 査読有.
- [42] 渡部 善隆, 山本 野人, 中尾 充宏, 楢円型方程式の解に対する局所一意性付き数値的検証法の効率化, 日本応用数理学会論文誌, 15(2005), 509-520, 査読有.
- [43] Shirakawa, K. and Kimura, M., Stability analysis for Allen-Cahn type equation associated with the total variation energy, *Nonlinear Analysis*, 60(2005), 257-282, 査読有.
- [44] 木村 正人, 永田 真一, 速い移流を持つ Strum-Liouville問題の第1固有値の精密な漸近挙動, 日本応用数理学会論文誌, 15(2005), 209-220, 査読有.
- [45] Suzuki, A. and Tabata, M., Finite element matrices in congruent subdomains and their effective use for large-scale computations, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62(2005), 1807-1831, 査読有.
- [46] Nakao, M. T. and Watanabe, Y., An efficient approach to the numerical verification for solutions of elliptic differential equations, *Numerical Algorithms*, Special issue for Proceedings of Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics 2002, 37(2004), 311-323, 査読有.
- [47] Nakaki, T., Computations on relaxation oscillation of five point vortices, *Advances in Scientific Computing and Applications* (eds. Y. Lu, W. Sun and T. Tang), Science Press, 2004, 314-320, 査読有.
- [48] Murakawa, H. and Nakaki, T., A singular limit method for the Stefan problem, *Numerical Mathematics and Advanced Applications*, Proceedings of the 5th European Conference on Numerical Mathematics and Applications, Springer, 2004, 651-657, 査読有.
- [49] Nakaki, T., Relaxation oscillations of point vortices in a plane, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, 53(2004), 95-102, 査読有.
- [50] Watanabe, Y., Yamamoto, N., Nakao, M. T., and Nishida, T., A Numerical verification of nontrivial solutions for the heat convection problem, *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, 6(2004), 1-20, 査読有.
- [学会発表] (基調講演, 招待講演, 計 28 件)
- (1) Tabata, M., A numerical convergence study for two-fluid flow problems, *International Conference on Partial Differential Equations and Applications*, Hong Kong, 2008.12.
- (2) Nakao, M. T., On the constructive error estimates in the finite element methods with applications to the numerical verification of solutions for nonlinear PDEs, *The NIMS 2008 Conference & The 4th East Asia SIAM Conference*, Daejeon, Korea, 2008.10.
- (3) 長藤 かおり, 固有値問題に対する数値的検証法とその応用, 日本応用数理学会 2008 年度年会・オーガナイズドセッション特別講演, 東京大学柏キャンパス, 2008.9.
- (4) Nagatou, K., Eigenvalue excluding on 1-D Schroedinger operators, *The 6th Gregynog Workshop on Computation and Analytic Problems in Spectral Theory*, Cardiff, UK, 2008.7.
- (5) Nakao, M. T., Numerical verification of solutions for elliptic problems with very high accuracy by using a spectral method, *The 6th Gregynog Workshop on Computation and Analytic Problems in Spectral Theory*, Cardiff, UK, 2008.7.
- (6) Tabata, M., Finite element characteristic methods for flow problems, *6th International Conference on Scientific Computing and Applications*, Busan, Korea, 2008.6.
- (7) Nakao, M. T., Some remarks on the Aubin-Nitsche trick of FEM solutions for elliptic problems with singular adjoint operator, *6th International Conference on Scientific Computing and Applications*,

- Busan, Korea, 2008. 6.
- (8) 長藤 かおり, 1次元シュレディンガー作用素のスペクトルに対する数値的検証法, 日本数学会 2008 年度年会, 特別講演, 近畿大学, 2008.3.
- (9) Tabata, M., Numerical simulations of multi-fluid flow problems by an energy-stable finite element scheme, The 3rd East Asia SIAM Conference, Xiamen, China, 2007.11.
- (10) Tabata, M., Some numerical simulations of multi-phase problems by an energy-stable finite element scheme, Computational Linear Algebra with Applications, Harrachov, Czech Republic, 2007.8.
- (11) Nakao, M. T., Verified computations of the error in the finite element methods with applications to nonlinear PDEs, SciCADE 2007, International Conference on Scientific Computation and Differential Equations, Saint Malo, France, 2007.7.
- (12) Tabata, M., Energy-stable finite element schemes for multiphase flow problems, The First China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics, Sapporo, 2006.8.
- (13) Nagatou, K., Validated computation for infinite dimensional eigenvalue problems, 12th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetic, and Validated Numerics, Duisburg, Germany, 2006.9.
- (14) Nakao, M. T., Numerical verification methods of bifurcating solutions for two- and three- dimensional Rayleigh-Benard problems, The First China-Japan-Korea Joint Conference on Numerical Mathematics, Sapporo, 2006.8.
- (15) Nakao, M. T., Watanabe, Y., Yamamoto, N., Nishida, T. and Kim, M.-N., Some computer assisted proofs on the bifurcation structure of solutions for heat convection problems, International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications 2005, Bruges, Belgium, 2005.10.
- (16) 鈴木 厚, ストークス方程式の有限要素法による大規模並列計算手法とその数理, 日本数学会 秋季総合分科会 特別講演, 岡山大学, 2005.9.
- (17) Tabata, M., Finite element approximation to infinite Prandtl number Boussinesq equations and numerical simulation of melting glass convection, The Third IMACS Conference on Mathematical Modelling and Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, Pilsen, Czech Republic, 2005.7.
- (18) Nagatou, K., The Fifth Gregynog Workshop

on Computation and Analytic Problems in Spectral Theory, Newtown, United Kingdom, 2005.7.

- (19) Tabata, M., Mass-conservative and energy-conservative finite element schemes for flow problems, The Fourth International Workshop on Scientific Computing and Its Applications, Shanghai, China, 2005.6.
- (20) 中木 達幸, 平面上の渦点群の挙動, 日本数学会特別講演, 日本大学, 2005.3.

[図書] (計 2 件)

- (1) Suzuki, A. and Tabata, M., Finite element matrices in congruent subdomains and some techniques for practical subproblems, *Domain Decomposition Methods: Algorithms and Practice* (eds. Magoules, F.), Civil-Comp Press, 分担執筆 37 頁, to appear.
- (2) 田端 正久, 中尾 充宏, 偏微分方程式から数値シミュレーションへ/計算の信頼性評価, 講談社, 120 頁, 2008.

[その他]

ホームページ:

<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~tabata/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

田端 正久 (TABATA MASAHISA)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 30093272

(2) 研究分担者

中尾 充宏 (NAKAO MITSUHIRO)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 10136418

中木 達幸 (NAKAKI TATSUYUKI)
広島大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号: 50172284

渡部 善隆 (WATANABE YOSHITAKA)
九州大学・情報基盤研究開発センター・准教授
研究者番号: 90243972

木村 正人 (KIMURA MASATO)
九州大学・大学院数理学研究院・准教授
研究者番号: 70263358

長藤 かおり (NAGATOU KAORI)
九州大学・大学院数理学研究院・准教授
研究者番号: 40326426

鈴木 厚 (SUZUKI ATUSHI)
九州大学・大学院数理学研究院・助教
研究者番号: 60284155