

令和 3 年 6 月 14 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(A) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16H02151

研究課題名(和文)非線形偏微分方程式の定性的理論と特異性の研究

研究課題名(英文)Studies on the qualitative theory and singularities of nonlinear partial differential equations

研究代表者

俣野 博(Matano, Hiroshi)

明治大学・研究・知財戦略機構(中野)・特任教授

研究者番号：40126165

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 21,000,000円

研究成果の概要(和文):非線形拡散方程式の解の定性的性質を研究した。とくに波面の伝播現象に重点を置いた。具体的な成果は次の通りである。

(1)捕食者被食者モデルにおける広がり波面の速度の決定に成功した。(2)空間非一様性をもつ媒質上の感染症モデルにおける伝播速度の方向依存性を明らかにした。(3)非等方的な拡散項を持つ方程式の解の広がり波面がWulff図形に近づくことを示した。(4) $R$ 上の半線形拡散方程式の解のダイナミクスを一般的な視点から分類した。非線形項が時間周期性や空間周期性をもつ方程式についても興味深い結果が得られた。(5)体積保存型のAllen-Cahn方程式の特異極限を考察し、界面の生成現象を詳しく調べた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非線形拡散方程式に現れる進行波や波面の広がり現象は、数理生態学や物理学など応用上の観点からも重要であり、近年盛んに研究が行われている。しかし比較定理が成り立たない連立系の場合は、多くが未解明である。本研究では、捕食者被食者系(predator-preyモデル)における波面の広がり現象を研究し、波面の広がりが、確定した速度で起こることを初めて明らかにした。これは、反応拡散系における波面の伝播現象の研究の一つの突破口を開くものである。また、空間1次元半線形拡散方程式のダイナミクスの研究では、交点数非増大則を巧妙に用いた新しい論法を確立した。この手法は、今後、他の研究にも大きく役立つと思われる。

研究成果の概要(英文):We studied qualitative properties of solutions of nonlinear diffusion equations, with emphasis on the front propagation phenomena. Here are the main achievements.

(1) We succeeded in determining the spreading speed of fronts in predator-prey reaction-diffusion models. (2) We studied disease-spreading models on spatially inhomogeneous media and revealed the directional dependence of the spreading speed. (3) We showed that the shape of the spreading front of an anisotropic diffusion equation approaches the Wulff shape associated with the anisotropy of the diffusion. (4) We classified the dynamics of solutions of semilinear diffusion equations on  $R$ . Interesting results have also been obtained for equations with time-periodic or spatially periodic nonlinearities. (5) We considered the singular-limit of volume-preserving Allen-Cahn equations and studied in detail the initial formation of interfaces.

研究分野：非線形解析学

キーワード：非線形偏微分方程式 定性的理論 進行波 界面運動 解の爆発 特異極限 自由境界問題 力学系

## 1. 研究開始当初の背景

ある種の非線形偏微分方程式においては、解に一種の特異性ないし擬似特異性の「界面」が生じて空間内を伝播する現象が観察される。界面は、しばしば「進行波」という形で媒質の中を移動し、系の状態変化を周囲に伝達する役割を担う。この界面が生まれるプロセスを明らかにし、その運動の様子を調べることが、多くの複雑な非線形現象を理解する上での鍵となる。ここ 20 年ほど、この方面の研究が盛んに行われるようになり、非一様な媒質中の波面の伝播や、複雑な連立方程式系に現れる進行波についての理解が大幅に進んだ。しかしながら、我々の理解はまだ断片的であり、多くが未解明である。また、解が局所的に無限大に発散する「爆発現象」も、種々の非線形方程式で観察されているが、研究が進むにつれ、単に解が爆発するかどうかの判定だけでなく、爆発解そのもののダイナミクスを定性的視点から捉えようとする試みも次第に増えてきている。これらの現象を解析するには、種々の漸近的手法に加えて、複雑な非線形ダイナミクスを大域的視点から理解する枠組みとしての無限次元力学系の理論が重要な役割を演じる。近年、こうした幅広い手法を駆使した非線形問題の研究の重要性が高まっている。

## 2. 研究の目的

非線形拡散方程式系や曲率流方程式などの解の性質、とりわけ解のダイナミクスに関わる性質を研究することを目指した。とくに近年関心が高まっている波面の伝播現象や解の特異性の研究に重点を置いた。扱ったテーマは、大きく以下の 4 つに分類される。

- (A) 進行波や波面の広がり現象の研究
- (B) 非線形拡散方程式の定性的理論、とくに漸近挙動の分類
- (C) 非線形熱方程式の解の爆発
- (D) 拡散方程式の特異極限の研究

まず(A)のテーマについて少し詳しく述べる。ある種の非線形拡散方程式においては、解の値が急激に変化する遷移層(波面)が空間内に現れて、何らかの規則に従って運動する。この波面の性質を知ることが、その方程式が記述する現象の深い理解につながる。波面をもつ解の典型例が「進行波」である。この場合、波面は一定方向にほぼ一定の速度で動く。今ひとつの典型例は、コンパクトな台をもつ初期値から出発した解の波面が周囲に広がる現象である。これを以下では「波面の広がり現象」と呼ぶ。本研究では、以下の問題に取り組んだ。

- (A1) 反応拡散系(連立系)に現れる進行波と広がり波面の研究
- (A2) 進行テラス解の安定性や一意性の研究
- (A3) 空間異方性をもつ媒質中の広がり波面の漸近形状の解明

次に(B)のテーマについて説明を加える。有界領域上の非線形拡散方程式の漸近挙動については多くの研究があり、とくに空間 1 次元の場合は、非線形項が何であっても、任意の有界な解が長時間経過後に定常解に収束することが知られている。しかし空間領域が非有界の場合は状況がずっと複雑で、未解明の部分が多い。本研究では、 $\mathbf{R}$  上の半線形拡散方程式の解のダイナミクスを、一般的な視点から分類することをめざした。

次に(C)のテーマについては、ベキ型の非線形項をもつ熱方程式の爆発解のダイナミクスを定性的な観点から研究することをめざした。当初はソボレフの臨界指数をもつ方程式のソリトン分解の研究を行っていたが、途中から別の研究に切り替えた。

最後に(D)について述べる。ある種の非線形拡散方程式においては、方程式内のパラメータを限りなく 0 に近づけた特異極限で不連続な遷移層(界面)が現れ、その後、特定の法則(界面方程式)に従って運動する。拡散方程式の特異極限については多くの文献があるが、遷移層の生成過程を詳細に解析した研究は、代表者がこれまで発表した幾つかの論文を除くと、極めて少ない。本研究では、従来の研究をさらに発展させて、次の二つのテーマに取り組んだ。

- (D1) 時間的にランダムなノイズを加えた Allen-Cahn 方程式の特異極限
- (D2) 非局所的な積分項をもつ質量保存型 Allen-Cahn 方程式の特異極限

## 3. 研究の方法

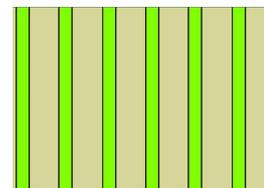
本研究は、解のダイナミクスの解明に重点を置いている。このため、エネルギー評価や不動点定理などの通常の解析手法に加えて、 $\omega$  極限集合をはじめとする力学系理論の視点を多く取り入れた。力学系の視点は、さまざまな極限論法を展開する際にも役だった。また、扱う方程式が 2 階放物型であることから、最大値原理や Harnack 不等式も重要な役割を演じた。とくに空間 1 次元の単独方程式の場合は、最大値原理から導かれる交点数非増大則(零点数非増大原理)が強力な武器となった。

さて、個々のテーマの研究方法について詳しく説明する。ただし扱ったテーマの数が多いので、詳細の説明はごく一部にとどめ、残りのテーマについては、研究成果の欄で概略を述べる。

**【縞状の空間非一様性をもつ疫病伝播モデル】** (A1) (Springer Proc. Math. Stat. 2016)

ワイン畑における疫病伝播モデルの進行波を考察した。これはボルドー大学の Arnaud Ducrot 氏との共同研究である。このモデルは右の形に表される。ここで  $H$  は各時刻各場所における健康なブドウの木の割合、 $I$  はカビに感染して胞子を出すブドウの木の割合、 $S$  は空気中を漂う胞子の密度である。感染は空気中を浮遊する胞子を介して広がる。胞子  $S$  の動きは、拡散方程式で記述される。係数  $\alpha(x)$  は周期関数である。これは、ワイン畑でブドウの木が縞状に整然と並んでいる状態を表す (右図)。この問題の難しさは、一つには比較原理が成り立たないことであるが、それに加えて、感染の波が過ぎ去った後、どれぐらいの割合のブドウの木が感染せずに残るかをあらかじめ知る事が困難だという感染症モデル独特の難しさがある。さらに縞状の空間非一様性が問題をいっそう複雑にしている。

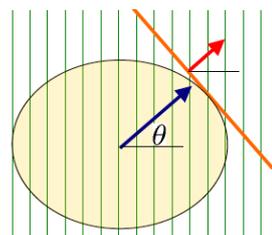
$$\begin{cases} (\partial_t - D\Delta) S(t,x,y) = -S(t,x,y) + rI(t,x,y), \\ \partial_t H(t,x,y) = -\alpha(x)H(t,x,y)S(t,x,y), \\ \partial_t I(t,x,y) = \alpha(x)H(t,x,y)S(t,x,y) - \beta I(t,x,y) \end{cases}$$



本研究では、次の2つの問題を考察した。

- (1) 任意の角度  $\theta$  に対し、 $\theta$  方向に進む進行波が存在するか？
- (2) 進行波の速度が進行方向  $\theta$  にどう依存するかの解明。

まず(1)は、不動点定理と放物型 Harnack 不等式を用いて肯定的に解決した。次に(2)は、まず進行波の速度が、ある2階常微分作用素の周期境界条件下での第1固有値で特徴付けられることを示した。これは、単独の KPP 型反応拡散方程式に対しては知られている事実であり、同じ結果がこのモデルでも成り立つことを示した。次に、この第1固有値を、G. Nadin (2009) が発見した新しい変分公式を用いて評価することで、進行波の速度が  $\theta$  にどう依存するかが解明できた。あらゆる方向の進行波の速度が評価できたことで、局在する初期値から出発した解の広がり波面の形状 (Wulff 図形) についての有力な情報が得られた。

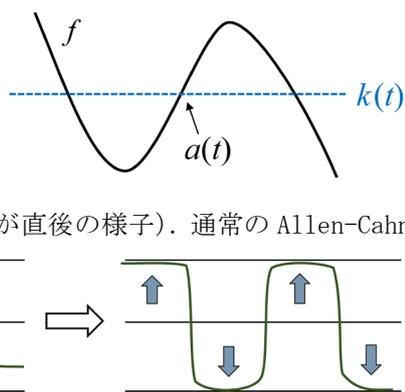


**【体積保存型 Allen-Cahn 方程式の特異極限問題】** (D2) (SIAM J. Math. Anal. 2020)

有界領域  $\Omega$  上で右の非線形拡散方程式を考えた。ここで  $f$  は双安定型の非線形項で、 $\langle f(u) \rangle$  は  $f(u(x,t))$  の  $\Omega$  上での平均値を表す。これは積分微分方程式の一種である。解  $u$  の  $\Omega$  上での積分は保存量である。この方程式に対しては比較原理が成り立たない。直観的考察から、微小パラメータ  $\varepsilon$  を 0 に近づけた特異極限において、解の遷移層の運動は体積保存型平均曲率流で記述されると予想される。この予想の証明は、まだ誰も成功していない非常に難しい問題である。本研究では、この目標に向けての第一段階として、初期時刻の直後にオーダー  $\varepsilon$  の幅の遷移層が形成されることを証明した。通常の Allen-Cahn 方程式に対して同様の事実は知られていたが (下記文献[4])、体積保存型方程式の場合はこのような結果は知られていなかった。

$$u_t = \Delta u + \frac{1}{\varepsilon^2} (f(u) - \langle f(u) \rangle)$$

通常の Allen-Cahn 方程式に比べてこの方程式の扱いが格段に難しい理由は次の通りである。 $k(t) = \langle f(u(x,t)) \rangle$  とおくと、非線形項は  $f(u) - k(t)$  という形に書ける。この非線形項の不安定 0 点を  $a(t)$  とすると (右図)、初期遷移層は等高面  $u = a(t)$  の周囲に急速に形成される (下図左が初期値、右が直後の様子)。通常の Allen-Cahn 方程式の場合、 $a$  は固定値なので遷移層形成の解析が比較的やりやすいが、今の場合  $a(t)$  は解に非局所的に依存して変化するので、解析が難しい。そこで我々は、準備研究として、本方程式から拡散項を除いて時間変数を  $\tau = t/\varepsilon^2$  で置き換えた方程式  $v_\tau = f(v) - \langle f(v) \rangle$  の解  $v(x,\tau)$  の挙動を調べた (下記文献[1])。この方程式も非局所項  $\langle f(v) \rangle$  を持つので扱いが厄介であるが、解のモーメント関数を考えることで、空間 1 次元の問題に帰着できることに気づき、さらに力学系の視点を巧妙に用いることで、 $v(x,\tau)$  の挙動を詳しく解析することができた。そしてこの結果を利用して、元の方程式の解  $u(x,t)$  にオーダー  $\varepsilon$  の幅の遷移層が形成されることを証明した。

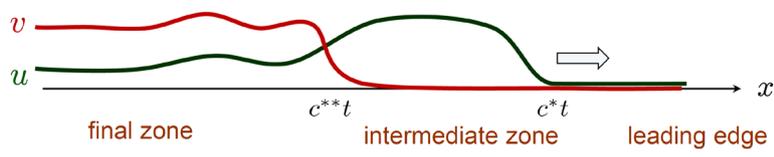


4. 研究成果

本研究で得られた研究成果を、上記のテーマ (A) ~ (C) ごとに分類して掲載する。

**【捕食者被食者系における広がり波面の研究】** (A1) (Calc. Var. PDE 2019)

捕食者被食者系は、数理生態学モデルとして長年研究されてきた反応拡散系のクラスであるが、その研究は、主として有界領域上のパターン形成や、進行波に重点が置かれていた。外来生物の侵入という生態学上重要な問題を論じるには、コンパクトな台をもつ初期値から出発した解の広がり波面を考える必要がある。しかし比較原理が成り立たないなどの困難から、広がり波面の理論的な研究は行われていなかった。本研究では、被食者と捕食者の波面の広がり速度が、初期値の選び方によらず確定することを示すとともに、二つの広がり速度が異なる場合もあることを明らかにした。この結果を導くにあたって最も解析が難しかったのが、2番目の波面の後方 (図の final zone) において解  $u, v$  が一様に正の定数で下から押さえられることの証明である。このゾーンでは  $u, v$  が強い相互作用をしているので、一様な評価が難しい。そこで、力学系の理論に基づく精緻な極限論法と固有値の摂動論を用いてこの難点を解決した。

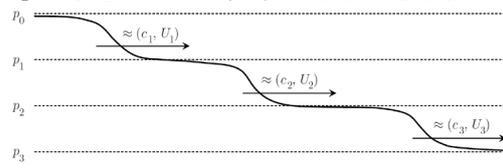


**【縞状の空間非一様性をもつ疫病伝播モデル】** (A1) (Springer Proc. Math. Stat. 2016)

ブドウ畑における疫病の発生を記述する数学モデルを考察した。このモデルは3種の未知関数をもつ空間2次元の連立系で記述され、係数は縞状の空間非一様性を有する。本研究では、任意の方向の平面状進行波が存在することを示すとともに、進行波の速度が進行方向にどのように依存するかを解明した。より詳細な内容は、「研究の方法」の欄で述べた。

**【空間周期的な方程式における進行テラス解の研究】** (A2) (Comm. Contemp. Math. 2019)

空間周期的で多重安定な非線形項をもつ  $\mathbf{R}$  上の半線形拡散方程式  $u_t = u_{xx} + f(x, u)$  の解の挙動は、複数の進行波が層をなして重なり合った「進行テラス」の概念を用いて分類できることを以前の研究で示していた (下記文献[1])。しかしながら、進行テラスの一意性や、負の速度が現れる場合については未解決であった。本研究では、この問題を解決し、進行テラスの一意性を証明するとともに、速度が負のテラスも扱える形に理論を一般化した。

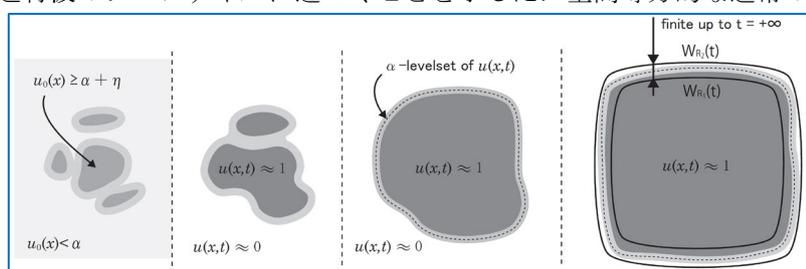


**【時間周期的な方程式における進行テラス解の研究】** (A2) (SIAM J. Math. Anal. 2020)

時間周期的な非線形項をもつ  $\mathbf{R}$  上の1次元反応拡散方程式  $u_t = u_{xx} + f(t, u)$  の解の挙動の分類を行った。具体的には、フロント型の初期値から出発した解は、必ず時間周期的に波面の形が振動する進行テラス解に収束することを証明した。ここで「進行テラス解」とは、複数の進行波が積み重なったような形状をもつ解を意味する。非線形項が多重安定型の場合、このような進行テラス解が現れることは非線形項が時間変数に依存しない場合に知られていたが (下記文献[2])、従前の結果を、時間周期的な非線形項の場合に拡張した。

**【空間異方的 Allen-Cahn 方程式における広がり波面の研究】** (A3)

非等方的な非線形拡散項をもつ  $\mathbf{R}^n$  上の Allen-Cahn 型方程式  $u_t = \operatorname{div} a_p(\nabla u) + f(u)$  を考察し、コンパクトな台をもつ非負の初期値から出発した解の広がり波面の性質を調べた。そして、広がり波面の形状が方程式の異方性から定まる Wulff 図形に近づくこと (下図)、および波面付近での解のプロファイルが平面進行波のプロファイルに近づくことを示した。空間等方的な通常の Allen-Cahn 型方程式の場合は、波面付近での解のプロファイルが平面進行波で近似できることは知られていたが、その証明は方程式の空間等方性に本質的に依存していた。本研究では、時間全域解の波面に関するリウビル型定理を用いた新しいアプローチにより、非等方の場合へ結果を拡張することに成功した (Ann. Inst. Henri Poincare, Analyse non lineaire 2019)。

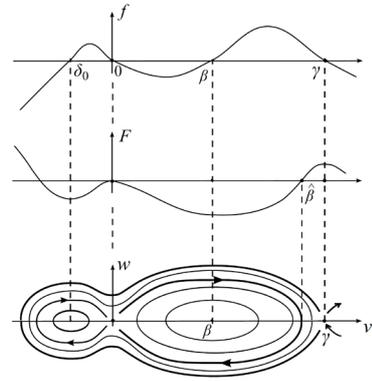


**【時間周期的な非線形項をもつ拡散方程式の解の挙動の分類】** (B)

時間周期的な非線形項をもつ  $\mathbf{R}$  上の1次元反応拡散方程式  $u_t = u_{xx} + f(t, u)$  の解の挙動の分類を行った。具体的には、コンパクトな台をもつ非負の初期値から出発した解は、必ず時間周期解に収束することを示した (J. Math. Pure. Appl. 2019)。

**【空間 1 次元反応拡散方程式の定性的理論】 (B)**

$\mathbf{R}$  上の反応拡散方程式  $u_t = u_{xx} + f(u)$  の解の漸近挙動を分類する一般論を確立した。これは従来の結果 (下記文献[3]) を初期値の台がコンパクトでない場合に拡張するものである。空間領域が有界の場合と違い、 $\mathbf{R}$  上の方程式の場合は解の長時間挙動に未解明の点が多い。本研究では交点数非増大則と相平面図を組み合わせた画期的な解析手法を開発し、これと「拡張の極限集合」の概念を用いて、非負の初期値から出発した解の挙動を精密に分類することに成功した (Comm. PDE 2016)。



**【双安定型拡散方程式における衝突パルス解の存在】 (B)**

$\mathbf{R}$  上の双安定型拡散方程式  $u_t = u_{xx} + f(u)$  の時間大域解で、無限遠方から来た二つのパルスが衝突して消滅する形の時間大域解が存在することを示した。単独の拡散方程式においては、空間内を移動する非負パルス解の存在はこれまで知られておらず、本研究の成果が最初の発見である。なお、この結果を導く際、上で述べた解の挙動の分類に関する一般論が重要な役割を演じた (J. Func. Anal. 2017)。

**【質量保存則の成り立つ順序保存力学系の理論と応用】 (B) (DCDS-A 2020)**

順序保存力学系に関する新しい一般論を確立し、その結果を化学反応モデルや時間遅れのある拡散方程式などに応用した。具体的には、順序構造をもつ距離空間  $X$  の上のコンパクトな順序保存写像  $F: X \rightarrow X$  が定める離散力学系を考える。この力学系には保存量  $M$  が存在することを仮定する。すなわち  $M(F(x)) = M(x)$ 。この仮定の下に、次の一般的な定理を証明した。

定理 1 (収束定理) 任意の有界な軌道は、 $F$  の不動点に収束する。

定理 2 (構造定理)  $F$  の不動点全体の集合  $E$  が空でなければ、 $E$  は非有界な全順序集合である。

これらの定理は、従前知られていた結果を大幅に拡張するものである。定理 2 の一つの応用として、ある種の反応拡散系における正值定常解や時間周期解の存在が直ちに得られる。また、リヤプノフ関数を構成せずに定常解や周期解への収束を示すことができるので、応用範囲は広い。

**【特異性をもつ初期値に対する非線形熱方程式の解の非一意性】 (C)**

$\mathbf{R}^n$  上の非線形熱方程式  $u_t = \Delta u + u^p$  に対する初期値問題において、初期値が特異性をもつ場合の解の一意性を論じた。ここで指数  $p$  は藤田指数と Joseph-Lundgren 指数の間にあると仮定する。このとき、あるクラスの特異性をもつ初期値に対して、解が無数に存在すること、より詳しくは、同一の初期値に対する解の集合が少なくとも 1 次元多様体を含むことを示した。この結果の証明には、方程式を自己相似変数で変換した方程式の 0 と正值定常解を結ぶヘテロクリニック軌道の存在を示すという力学系の手法を用いた (Springer Proc. Math. Stat. 2017)。

**【体積保存型の Allen-Cahn 方程式の特異極限問題】 (D2) (SIAM J. Math. Anal. 2020)**

微小パラメータ  $\epsilon$  をもつ体積保存型 Allen-Cahn 方程式において、初期時刻の直後に、幅  $\epsilon$  のオーダーの遷移層が急速に形成されることを証明した。詳細は「研究の方法」の欄で述べた。

**【楕円型方程式の分岐問題と極限方程式】 (D) (J. Differential Equations 2018)**

分担者の宮本は、一般化相似変換 (疑相似変換) による半線形楕円型偏微分方程式の極限方程式を導いた。非線形項の増大度が非常に大きい場合には、従来の相似変換では対処できなかったが、一般化相似変換と交点数の理論を用いることによって、球対称解の分岐構造を決定した。

◎関連文献 (本研究以前の成果で本研究に関連の深いもの)

[1] D. Hilhorst, H. Matano, T. N. Nguyen, H. Weber, “On the large time behavior of the solutions of a nonlocal ordinary differential equation with mass conservation”, J. Dyn Differential Equations **28** (2016), 707-731. Doi: 10.1007/s10884-015-9465-7  
[2] A. Ducrot, T. Giletti, H. Matano, “Existence and convergence to a propagating terrace in one-dimensional reaction-diffusion equations”, Trans. Amer. Math. Soc. **366** (2014), 5541-5566. Doi: 10.1090/S0002-9947-2014-06105-9  
[3] Y. Du, H. Matano, “Convergence and sharp thresholds for propagation in nonlinear diffusion problems”, J. Eur. Math. Soc. **12** (2010), 279-312. Doi: 10.4171/JEMS/198  
[4] M. Alfaro, D. Hilhorst, H. Matano, “The singular limit of the Allen-Cahn equation and the FitzHugh-Nagumo system”, J. Differential Equations **245** (2008), 505-565. Doi: 10.1016/j.jde.2008.01.014

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 14件 / うち国際共著 12件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Hilhorst Danielle, Matano Hiroshi, Nguyen Thanh Nam, Weber Hendrik	4. 巻 52
2. 論文標題 Generation of Interface for Solutions of the Mass Conserved Allen--Cahn Equation	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Mathematical Analysis	6. 最初と最後の頁 2624 ~ 2654
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/18M1204747	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Ding Weiwei, Matano Hiroshi	4. 巻 52
2. 論文標題 Dynamics of Time-Periodic Reaction-Diffusion Equations with Front-Like Initial Data on $\mathbb{R}^N$	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Mathematical Analysis	6. 最初と最後の頁 2411 ~ 2462
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/19M1268987	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Ogiwara Toshiko, Hilhorst Danielle, Matano Hiroshi	4. 巻 40
2. 論文標題 Convergence and structure theorems for order-preserving dynamical systems with mass conservation	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 3883 ~ 3907
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020129	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Giletti Thomas, Matano Hiroshi	4. 巻 22
2. 論文標題 Existence and uniqueness of propagating terraces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Contemporary Mathematics	6. 最初と最後の頁 1950055 ~ 1950055
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/s021919971950055x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ding Weiwei, Matano Hiroshi	4. 巻 131
2. 論文標題 Dynamics of time-periodic reaction-diffusion equations with compact initial support on $\mathbb{R}^n$	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal de Mathématiques Pures et Appliquées	6. 最初と最後の頁 326 ~ 371
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2019.09.010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ducrot Arnaud, Giletti Thomas, Matano Hiroshi	4. 巻 58
2. 論文標題 Spreading speeds for multidimensional reaction-diffusion systems of the prey-predator type	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 (article 137)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-019-1576-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Matano Hiroshi, Mori Yoichiro, Nara Mitsunori	4. 巻 36
2. 論文標題 Asymptotic behavior of spreading fronts in the anisotropic Allen-Cahn equation on $\mathbb{R}^n$	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Annales de l'Institut Henri Poincaré C, Analyse non linéaire	6. 最初と最後の頁 585 ~ 626
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.anihpc.2018.07.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Miyamoto Yasuhito	4. 巻 264
2. 論文標題 A limit equation and bifurcation diagrams of semilinear elliptic equations with general supercritical growth	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 2684 ~ 2707
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2017.10.034	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fila Marek, Matano Hiroshi, Yanagida Eiji	4. 巻 205
2. 論文標題 Non-uniqueness of Solutions of a Semilinear Heat Equation with Singular Initial Data	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6. 最初と最後の頁 138 ~ 148
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-64173-7_9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Vassena Nicola, Matano Hiroshi	4. 巻 40
2. 論文標題 Monomolecular reaction networks: Flux-influenced sets and balloons	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Mathematical Methods in the Applied Sciences	6. 最初と最後の頁 7722 ~ 7736
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mma.4557	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Miyamoto Yasuhito	4. 巻 264
2. 論文標題 A limit equation and bifurcation diagrams of semilinear elliptic equations with general supercritical growth	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 2684 ~ 2707
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2017.10.034	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Matano H., Polacik P.	4. 巻 272
2. 論文標題 An entire solution of a bistable parabolic equation on $\mathbb{R}$ with two colliding pulses	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 1956 ~ 1979
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2016.11.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Matano H., Polacik P.	4. 巻 41
2. 論文標題 Dynamics of nonnegative solutions of one-dimensional reaction-diffusion equations with localized initial data. Part I: A general quasiconvergence theorem and its consequences	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Communications in Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 785 ~ 811
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03605302.2016.1156697	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ducrot Arnaud, Matano Hiroshi	4. 巻 186
2. 論文標題 Plant Disease Propagation in a Striped Periodic Medium	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Springer Proceedings in Mathematics & Statistics	6. 最初と最後の頁 121 ~ 164
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-81-322-3640-5_8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計29件 (うち招待講演 29件 / うち国際学会 28件)

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall
3. 学会等名 ハルビン工業大学創立100周年記念サマースクール(オンライン) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Existence of a multi-soliton solution for the critical nonlinear heat equation
3. 学会等名 Singular Problems, Blow-up, and Regimes with Peaking in Nonlinear PDEs (ロシア民族友好大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall
3. 学会等名 Calculus of Variations: A celebration of Paul Rabinowitz 's 80th birthday (KAIST) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in an epidemiological model with mutations II
3. 学会等名 Mathematical Analysis for Biology and Ecology (ローヌ大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall: Part 1
3. 学会等名 Nonlinear Diffusion Problems (ローマ・サピエンツァ大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 The basic corrosion model revisited
3. 学会等名 Corrosion et Analyse Numerique (パリ南大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall
3. 学会等名 New Perspectives in Nonlinear PDE (イスラエル工科大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall
3. 学会等名 2019 Workshop on Nonlinear Reaction Diffusion Equations (陝西師範大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall
3. 学会等名 NCTS 2019 Workshop on Applied Mathematics in Taichung (国立中興大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall
3. 学会等名 国際研究集会 "Reaction-Diffusion Equations, Modelling and Social Sciences" (フランス社会科学高等研究院) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in the presence of obstacles
3. 学会等名 国際研究会議 "Recent trends on nonlinear PDEs of elliptic and parabolic type" (メルボルン大学MATRIX研究所) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in an epidemiological model with mutations
3. 学会等名 GDRI ReDiNet 国際研究集会 "Recent Progresses in Mathematical Theories in Biological Phenomena" (韓国) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Propagation of bistable fronts through a perforated wall
3. 学会等名 国際研究集会 "Interacting Particle Systems and Parabolic PDEs" (バンフ国際研究センター) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in an epidemiological model with mutations
3. 学会等名 第43回偏微分方程式札幌シンポジウム (北海道大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Existence of a multi-soliton solution for the critical nonlinear heat equation
3. 学会等名 8th Euro-Japanese Workshop on Blow-up (東北大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yasuhito Miyamoto
2. 発表標題 Intersection number and applications for semilinear elliptic equations with general supercritical growth
3. 学会等名 8th Euro-Japanese Workshop on Blow-up (東北大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Dynamics of one-dimensional reaction-diffusion equations and the extended omega limit set
3. 学会等名 ReaDi closing conference: "Reaction-diffusion, propagation and modelling" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in an epidemiological model with mutations
3. 学会等名 Workshop on Dynamics of Parabolic Equations and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in an epidemiological model with mutations
3. 学会等名 RIMS 共同研究「非線形現象と反応拡散方程式」(招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in an epidemiological model with mutations
3. 学会等名 ReaDiNet 2017: International Conference on Mathematical Biology (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in the predator-prey model
3. 学会等名 One-day workshop on "Reaction-diffusion Equations and Their Applications to Biology" (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Generation and propagation of fine transition layers for the stochastic Allen-Cahn equation
3. 学会等名 University of New England Mathematics Seminar (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Asymptotic soliton resolution for the critical nonlinear heat equation
3. 学会等名 International Conference on PDEs, Geometric Analysis and Functional Inequalities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Asymptotic soliton resolution for the critical nonlinear heat equation
3. 学会等名 7th Euro-Japan Workshop on Blow-up (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Soliton resolution for the critical nonlinear heat equation
3. 学会等名 Nonlinear Waves 2016: Summer School at IHES (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in predator-prey type reaction-diffusion systems
3. 学会等名 Patterns of Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in an anisotropic Allen-Cahn equation
3. 学会等名 Topics in Applied Nonlinear Analysis: Recent Advances and New Trends (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Dynamics of order-preserving systems with mass conservation
3. 学会等名 IMA Special Workshop on "Dynamics and Differential Equations" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroshi Matano
2. 発表標題 Front propagation in predator-prey type reaction-diffusion systems
3. 学会等名 International Workshop on "Nonlinear Partial Differential Equations and Applications" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	宮本 安人  (Miyamoto Yasuhito)  (90374743)	東京大学・大学院数理科学研究科・准教授    (12601)	

## 6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	森 洋一郎  (Mori Yoichiro)		非等方拡散方程式における広がり波面
研究協力者	荻原 俊子  (Ogiwara Toshiko)		順序保存力学系の研究
研究協力者	柳田 英二  (Yanagida Eiji)		解の爆発の研究
研究協力者	ヒルホースト ダニエル  (Hilhorst Danielle)		特異摂動問題，順序保存力学系の研究
研究協力者	ジレットティ トーマ  (Gilette Thomas)		波面の伝播現象の研究
研究協力者	デュクロ アルノー  (Ducrot Arnaud)		波面の伝播現象の研究
研究協力者	丁 維維  (Ding Weiwei)		反応拡散方程式のダイナミクス
研究協力者	ポラチック ピーター  (Polacik Peter)		反応拡散方程式のダイナミクス

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	フィラ マレク  (Fila Marek)		解の爆発の研究
研究協力者	ヴェーバー ヘンドリック  (Weber Hendrick)		特異摂動問題
研究協力者	グエン タンナム  (Nguyen Thanh Nam)		特異摂動問題
連携研究者	奈良 光紀  (Nara Mitsunori)  (90512161)	岩手大学・人文社会学部 / 理工学部・准教授   (11201)	非等方拡散方程式における広がり波面

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計6件

国際研究集会 ReaDiNet 2019: Mathematical Analysis for Biology and Ecology (Univ. of Lorraine)	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 MIMS/CMMA Mini-workshop "Propagation Phenomena in Reaction-Diffusion Systems" (明治大学)	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Workshop on Reaction-Diffusion Systems and Related Topics (明治大学)	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Winter School of Applied Analysis (Kusatsu Seminar)	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Summer School of Applied Analysis (Kusatsu Seminar) (草津セミナーハウス)	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 ミニワークショップ『反応拡散系における進行波と広がり波面』	開催年 2017年～2017年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
フランス	University of Lorraine	University of Bordeaux	University of Paris-sud	他2機関
米国	University of Minnesota	University of Pennsylvania		
英国	University of Warwick			
中国	華南師範大学			
スロバキア	コメニウス大学			