

令和 4 年 6 月 26 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16H02782

研究課題名(和文) 入力データが不完全なアルゴリズムで重要となる乱化技術の研究

研究課題名(英文) Randomization technologies for algorithms taking incomplete inputs

研究代表者

岩間 一雄 (Iwama, Kazuo)

京都大学・学術情報メディアセンター・研究員

研究者番号：50131272

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究の2大テーマは、入力情報の不完全性と乱数の利用である。近年注目を集めているカーシェアのオンラインアルゴリズムを研究し、効率的に配車を行う技術に関して従来の結果を大幅に改良できた。また、入力全体の定数長部分のみを見て全体の性質を判定する技術に関して、その理論体系が代表的体系であるパラメータ計算複雑さと強い関係があることを示した。いずれも適切な乱数利用が鍵になる。他にも、ソーティングの平均計算量等で重要な結果を得ている。また有名なハノイの塔パズルに対して新しい視点を開発し、成果は米国数学会の代表的雑誌に掲載された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

完全な入力情報が揃ってから計算を開始し正しい答えを出すという前世紀のパラダイムは完全に崩れ去っている。現在の計算機利用は我々の社会生活の隅々まで行き渡り、例えば株取引などの「経験と勘」であった世界が完全に計算機に置き換えらようとしている。こうした環境でのキーワードがまさに上記の2大テーマであり、理論的研究もその多くがそこに集中している現状である。学術的成果がただちに社会的成果に繋がらうという意味で非常に意義のある研究分野であると信じる。

研究成果の概要(英文)：Two keywords of this research is the insufficiency of input data and randomization to cope with that. We studied online algorithms for the car-sharing problem having drawn a lot of attention recently, and improved the previous results on the efficient resource allocation. For the spacial insufficiency of input data, we studied the property test problem that looks at only a constant-length portion of the input to obtain the property of the whole input, and figured out a strong relationship of its theory with the parameterized complexity theory, one of the most advanced fields in theoretical computer science. Our results include several others, e.g., a new formalization of the famous Tower of Hanoi Puzzle, which appeared in American Mathematical Monthly.

研究分野：計算機科学

キーワード：オンラインアルゴリズム 乱択アルゴリズム 競合比解析 計算量理論 ハノイの塔

1. 研究開始当初の背景

全ての入力情報が得られれば原理的には正確な計算結果を与えることができる。しかし、近年、完全な入力情報が得られずに、不完全情報のもとでの計算を強要される場面が多くなっている。こうした入力情報の不完全性は、例えばデータ量の際限のない増大に対応できない空間的不完全性や将来の情報は原理的に得られないという時間的不完全性によるものである。こうした不完全情報からは様々な計算困難性が生じる。そうした計算困難性を打破する代表的技術が乱数の利用である。例えば、入力の一部しか見られないとすれば、その一部を選択する方法としては、ランダムに選択する以外考えられない。更には乱数の利用は、平均的な場合を想定することにも繋がってくる。このような背景で有用となる技術や手法をできるだけ普遍的に研究することが強く求められていたし現在も求められている。

2. 研究の目的

入力情報の不完全性と乱数の利用はアルゴリズム研究の主要な分野である。例えば、株式や為替の相場の様に時々刻々と変化する系に対するアルゴリズム(オンラインアルゴリズム)を設計する場合、将来の入力の変動が予測出来ないという条件のもとで現在の行動を決定するアルゴリズムを設計する必要があり、更にその行動の良さをなんらかの形で定量的に評価し、保証する必要がある。このような不完全情報は、時間的な情報の不完全性つまり将来の情報は原理的に得られないことからくる不完全性だと言える。情報の不完全性は他にあり、単に情報が多すぎて全部をみることができないという空間的な不完全性もある。これらの不完全性はアルゴリズムの設計に多くの困難をもたらすが、その困難性に対抗する主要な手段の一つが乱数の利用である。本研究の目的は、乱数の利用を主要な戦術として、こうした状況の元でのアルゴリズム設計にある程度普遍的な道筋をつけることである。

3. 研究の方法

具体的トピックとして以下の4点を設定した。(1) グラフの性質検査におけるランダムサンプリングの重要性、(2) オンラインサーバー問題に対する乱択アルゴリズム、(3) オラクル列再現問題における乱数の活用、(4) 安定マッチングやそれに関連するゲームやパズル問題における様々な不完全情報処理。ただし、研究の過程において様々な発展や方向修正が生じるのは研究活動の常であってできるだけ柔軟に対応していく必要がある。

4. 研究成果

(1) 性質検査とは、入力として与えられたグラフが、所望の性質を満たしているか、あるいはその性質からかなり離れているかを高い確率で判定するアルゴリズムである。ただし、与えられたグラフの極一部分しか見ることができない。グラフの性質検査には大きく分けて密なグラフと疎なグラフの二種類のモデルがあり両者でアプローチが異なる。前者に対してははかなり研究が進んでいたが、後者に対してはマイナーについて閉じている性質はすべて定数時間で検査可能であることが証明されるなど大きな成果が得られている。しかし、グラフの密度に制限のない一般のグラフを扱えるモデル(一般グラフモデル)においては、相対的には貧弱な結果しか得られていない。おもな原因は、グラフの中に隠れている小さい高密度部分を発見することが通常の頂点サンプリングでは困難だからである。これを打開するために、我々は枝をサンプルする機能を導入したモデルを提案した。この枝サンプルがデータ構造的に不自然でないことを示し、多くの重要なグラフの性質が定数時間で検査できることを示した。更に、グラフに対して検査可能な性質と固定パラメータ容易な性質が密接に関係していることが判明したことが大きな成果であり、論文は米国 ACM 論文誌に掲載された。

(2) 当初は理論的に重大な未解決問題である k サーバー問題を中心に研究を進めたが、途中でより実用性の高いカーシェアリング問題(シェアするために用意される車がサーバーになる)に方向転換した。近年の社会的関心から本問題に対する理論的研究も最近始まっていたが、貸し出しの拠点数が2に制限された初歩的モデルに対してさえ、貸出数を最適化するオンラインアルゴリズムは得られていなかった。我々はこの問題の困難性が、アルゴリズムの設計そのものよりもむしろその性能を証明する手法の貧弱さにあることに着目した。オンラインアルゴリズムの競合比証明で定番のポテンシャル関数を利用することが困難であることから、むしろ直接数学的帰納法を利用することを試みた。試行錯誤のあげく、巧妙な補助パラメータを導入することに成功し最適さを証明することに成功した。このことは研究のさらなる発展も可能にした。その一つが個々の入力の容易さと困難さをアルゴリズムが自分で判定して、容易なときはより良い結果が自動的に得られるような適応性のあるアルゴリズムを開発できたことである。従来のオンラインアルゴリズムは常に最悪の場合を想定して設計されることが多く、比較的容易な要求に対しても過剰な保険をかけてしまい問題の容易さに応じた性能を発揮することができなかった。我々のアルゴリズムは、例えば要求の数がその時点で利用可能なサーバー数より1割程度しか多くない場合には殆ど最適な結果をもたらす。なお、我々はこの証明手法を他のオンライン

問題にも応用する研究にも着手している。それは、機械のエネルギー消費を節約するためのオンラインアルゴリズムで、従来のアルゴリズムはほとんどそのまま、競合比を大幅に改善する証明手法を開発することができた。このようにオンラインアルゴリズムの設計と開発において、アルゴリズム自体の設計よりもその性能評価のための手法がより重要である局面が数多く存在することを実証することができた。

(3) 入力データに関する不完全情報の処理は、突き詰めれば入力データに対するアクセスが制限されている計算モデルの扱いに他ならない。このようなモデルにおいては、データはオラクルに与えられて、そのオラクルに対する質問を通してデータの情報あるいはデータそのものの再構築を行う。オラクルへの質問は様々なものが考えられるが、我々は部分列質問を扱う。これはオラクルに対してある列を引数として質問するとその列がオラクル列の部分列になっているかどうかで yes/no を返すモデルである。遺伝子処理におけるハイブリダイゼーション処理の自然なモデルになっていて多くの研究がある。オラクル列の再構築に要する質問回数が議論的になるが、従来は必要な質問回数の上限と下限の間に $\log n$ のギャップ(差)があった。このギャップの除去は決定性のアルゴリズムにとってはほとんど絶望的であるように見えたが、我々は乱数の利用を許すことによって、完全に除去可能であることを示した。乱数の能力を定量的に示す新たな具体例を与えることに成功したといえる。鍵となるテクニックは再構築に利用する最初の「種」を一つから2つに増やすことである。ギャップそのものは小さいかもしれないが、それを除去する数学的意味は極めて大きい。

(4) 安定マッチングに関してはその戦略性に注目して研究を行った。代表的な Gale-Shapley アルゴリズムを使う場合は、男性サイドからは戦略性がない、つまり嘘の希望リストを提出しても得をしないことが古くから知られていた。一方女性サイドからは戦略性があるので、女性からの希望リストを信頼することは一般的にはできない。したがって、希望リストの提出には適当な条件が与えられることが多いが、そのような条件が示されたときに女性側からの戦略可能性があるかどうかを判定する問題は実用的にも重要である。我々はこの問題が多項式時間で解けるという非自明な結果を得ることに成功した。また、近年研究が盛んになっているポピュラーマッチングに代表される関連問題や、結果自体は古くから知られているがその証明が難解であることで有名なルームメイト問題等に関する研究も進めた。基本的方向は、これらの問題において常に問題になってきた証明手法の煩雑さをなんとかしたいという動機に沿ったものである。我々は古くから知られているローテーションと呼ばれる手法が非常に有用であることを発見し、幾つかの難解な証明を単純化することに成功した。

(5) ソーティングアルゴリズムの比較回数がおおよそ $n \log n$ 必要でかつそれで抑えられるという事実はアルゴリズム理論における最も古くかつ重要な結果の一つであろう。「おおよそ $n \log n$ 」と広く理解されているが、正確には $n \log n - cn$ で与えられ、この定数 c の正確な値に関しては未だ分かっていない。この議論は長い歴史があるにも関わらず近年停滞していて c の値の改良はほとんど進んでいなかった。その理由は最悪の場合を議論する業界のルールが限界に達していたことが大きな理由である。我々はこの比較回数を最悪の場合から平均の場合に変更することによって、従来の情報理論的下界と上界のギャップをおおよそ $3/4$ に縮めることができた。我々のアルゴリズムは基本的には挿入ソーティングであるが、従来の数を1個ずつ挿入するよりも2個同時に挿入する方がより効率が良いことを発見し、そのことが改良に大きく寄与した。なお、平均的な入力に対する計算複雑さは、最悪入力に対する乱択アルゴリズムの計算時間の期待値と深い関係があることが分かっている。つまり、我々のこの結果は、乱択アルゴリズムの計算量の議論に応用できる可能性があり、本研究の目的に沿っているといえる。

(6) 理論計算機科学の最大の未解決問題はもちろん P 対 NP 問題である。これは決定性多項式時間で解ける問題クラスと非決定多項式時間で解ける問題のクラスが真に異なっているという予想の決着である。しかし計算量クラスの間の実のギャップの存在に関しては、ほぼ自明のものを除いてはほとんど何も分かっていないというのが真相である。本研究で着目した L と P の間のギャップも(存在することはほぼ確実であるが)証明できていない(L は対数領域を意味する)。この未解決問題を念頭において、最近 NP 完全性の提唱で有名な Cook の研究グループが木評価問題という一見簡単な数学問題を提唱した。この問題が対数領域では解けないことを証明できれば L 対 P 問題は解決である。我々はこの木評価問題の計算量の下限に関して、従来の結果をかなり前進させることができた。計算モデルとしてはこの分野で頻繁に使われる分岐プログラムを使用し、「一回読み」という制限のもとでは木評価問題が対数領域に対応する分岐プログラムにおける状態数では解けないことを示した。かなり専門的な結果ではあるがこの分野の研究者の評価は高く、米国 ACM の論文誌に発表することができた。

(7) ハノイの塔は19世紀にフランスの数学者によって提案され、現在に至るまで多くの人に愛されて来たパズルである。最適な $2^n - 1$ ステップのアルゴリズムもほぼ同時に知られており、指数計算量の困難さを体験的に知る最高の玩具でもある。このパズルは3本の棒を有して、ある棒の上の大きさ順に重なった円盤を他の棒に移すのがパズルである。もちろん一回には一つの円盤しか動かさず、途中のいかなる時も小さな円盤の上に大きな円盤を置くことはできない。前世紀の初めに、この棒の数を3本から4本(以上)に増やしたモデルが提唱され、そのモデルに対する最適な(ステップ数最小の円盤移動)アルゴリズム(Frame-Stewart Algorithm)が提唱され数学会の話題になった。しかし、この「最適な」アルゴリズムに対しては証明が与えられておらず、その後数十年以上に渡って研究者を悩ませてきた。今世紀の初めによくその最

適性が証明されたが、間違っただ論文が掲載されたり、あの Knuth がこの問題は真に困難な問題で永遠に解決されることがないであろうと予想したり、斯界の研究者に多くの話題を提供してきた。5 本以上に対しては未だ未解決である。我々はこの問題に対して従来の時間計算量(ステップ数)から空間計算量を議論できるモデル、つまり移動に利用できる棒(ワーク棒)の長さを制限したモデルを提唱し、棒が 4 本(ワーク棒が 2 本)の場合の最適アルゴリズムとその計算量(2 本に棒の長さに対する移動可能な円盤数の正確な数)を求めた。論文は American Mathematical Monthly に掲載され、1 ヶ月ほどで 1000 を超えるという他の論文を圧倒する read 数を記録している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件 / うち国際共著 3件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Kazuo Iwama, Mike Paterson	4. 巻 129
2. 論文標題 Bounded Hanoi	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 The American Mathematical Monthly	6. 最初と最後の頁 303-319
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Kazuo Iwama, Junichi Teruyama	4. 巻 807
2. 論文標題 Improved average complexity for comparison-based sorting	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Theor. Comput. Sci.	6. 最初と最後の頁 201-219
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuo Iwama, Atsuki Nagao	4. 巻 11(1)
2. 論文標題 Read-Once Branching Programs for Tree Evaluation Problems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 ACM TOCT	6. 最初と最後の頁 1-12
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shogo Ehara, Kazuo Iwama, Junichi Teruyama	4. 巻 LNCS 11011
2. 論文標題 Small Complexity Gaps for Comparison-Based Sorting	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Adventures Between Lower Bounds and Higher Altitudes	6. 最初と最後の頁 280-296
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kazuo Iwama, Yuichi Yoshida	4. 巻 9(4)
2. 論文標題 Parameterized Testability	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 ACM TOCT	6. 最初と最後の頁 1-16
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Koki Hamada, Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki	4. 巻 74(1)
2. 論文標題 The Hospitals/Residents Problem with Lower Quotas	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Algorithmica	6. 最初と最後の頁 440-465
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00453-014-9951-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Andris Ambainis, Kazuo Iwama, Masaki Nakanishi, Harumichi Nishimura, Rudy Raymond, Seiichiro Tani, Shigeru Yamashita	4. 巻 25(4)
2. 論文標題 Quantum Query Complexity of Almost All Functions with Fixed On-set Size	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Computational Complexity	6. 最初と最後の頁 723-735
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00037-016-0139-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Xin Han, Kazuo Iwama, Deshi Ye, Guochuan Zhang	4. 巻 249
2. 論文標題 Approximate strip packing: Revisited	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Inf. Comput.	6. 最初と最後の頁 110-120
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ic.2016.03.010	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計3件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 Ya-Chun Liang, Kuan-Yun Lai, Ho-Lin Chen, Kazuo Iwama
2. 発表標題 Tight Competitive Analyses of Online Car-Sharing Problems
3. 学会等名 ISAAC 2021 (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kazuo Iwama, Junichi Teruyama
2. 発表標題 Improved Average Complexity for Comparison-Based Sorting
3. 学会等名 WADS 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Sushmita Gupta, Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki
2. 発表標題 Total Stability in Stable Matching Games
3. 学会等名 SWAT 2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 岩間一雄	4. 発行年 2017年
2. 出版社 近代科学社	5. 総ページ数 210
3. 書名 京都のアルゴリズム	

〔産業財産権〕

〔その他〕

定年退職後5年以上経過したが、最近も活発な研究、教育、学会活動を維持している。例えば、令和1-2年度は、台湾国立清華大学を客員教授として約2ヶ月間訪問し共同研究と大学院教育を行い、ほぼ続けてブラハカレル大学に5ヶ月間客員教授として採用され、共同研究と大学院教育に携わった。令和3年8月からは台湾国立清華大学の客員講座教授として最低2年の予定で大学院の教育研究に従事している。国際会議のプログラム委員、国際雑誌の編集委員等を従来どおり継続し、欧州理論計算機学会（EATCS）の学会誌編集長は8年以上務め、4年の初めに後任に交代した。数学セミナーの「エレガントな回答」コラムに定期的に出題している。

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	宮崎 修一 (Miyazaki Shuichi) (00303884)	京都大学・学術情報メディアセンター・准教授 (14301)	現在兵庫県立大学教授
研究分担者	玉置 卓 (Tamaki Suguru) (40432413)	京都大学・情報学研究科・助教 (14301)	平成30年度まで 現在兵庫県立大学准教授

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関