

令和元年5月29日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16H03939

研究課題名(和文)非可換系の確率解析とネットワーク数理への展開

研究課題名(英文)Non-commutative stochastic analysis and mathematical study of networks

研究代表者

尾畑 伸明 (Obata, Nobuaki)

東北大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：10169360

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,300,000円

研究成果の概要(和文)：量子物理の統計的諸問題を扱うための数学的枠組みとして出発した「非可換系の確率解析」は、古典論に属する問題に新しい視点や手法を与えるに至った。その基盤として懸案であった量子分解の多変数化に対して、強正則グラフ対のスペクトル解析から方向づけが得られた。量子ホワイトノイズを含む微分方程式によって重要な作用素の特徴づけを得た。量子ウォークによるスペクトル同型問題を議論し、応用を念頭に量子工学や量子物理との境界領域に成果をあげた。コンフィグレーションモデルの連結成分の統計的性質について大規模シミュレーションを行い、相転移点において連結成分の分布関数のべき指数の値は従来報告とは異なることがわかった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

非可換確率解析は量子系の確率解釈に起源をもち、量子物理に動機づけられた諸問題を扱うための厳密な数学的枠組みを与えるのみならず、古典論に属する問題に新しい視点や手法が導入された。古典的な変数の「量子分解」によって現れる非可換代数の構造が、その統計性を司るという原理がいくつかの観点から拡張された。量子現象としての量子ウォーク、ネットワークのスペクトルの特徴づけ、複雑ネットワークの大規模シミュレーションなど、境界領域的な課題を通して周辺領域との研究交流が促進された。これらは基礎科学としての数学に貢献するものと考えられる。

研究成果の概要(英文)：Non-commutative stochastic analysis, originally as a mathematical framework for statistical problems in quantum physics, has developed providing new aspects and methods for classical problems. We initiated a multi-variate extension of quantum decomposition, which has been a central issue for a long time, through spectral analysis of a pair of strong regular graphs. Some important operators are characterized by differential equations involving quantum white noise derivatives. We studied the graph isomorphism problem in terms of quantum walks and collaborated for application in the field of quantum engineering and quantum physics. By a large scale simulation we examined statistical properties of connected components of the configuration model and found a power law at the critical point with an index which is different from the known results.

研究分野：数学・基礎解析学

キーワード：量子確率論、スペクトル解析、ネットワーク数理、量子ウォーク、確率解析、量子ホワイトノイズ、直交多項式、グラフスペクトル

1. 研究開始当初の背景

本研究課題「非可換系の確率解析」のルーツは量子論における古典・量子対応にある。古典的な変数 p, q をある交換関係を満たす作用素 P, Q に置き換える手続きを量子化と言う。与えられた状態の下で、 P, Q の作る非可換代数を適当なヒルベルト空間上の作用素として表現し、可観測量（自己共役作用素）のスペクトル分布から観測量の統計的性質が導出される。ボゾン系 $[P, Q] = I$ では、位置作用素 Q の真空状態における分布が正規分布になり、実際、古典確率論と深い関係がある。

Hudson-Parthasarathy (1984) は伊藤解析の量子的拡張を構築し、散逸量子系の問題を解いた。その議論の核心はブラウン運動の量子分解 $B(t) = A(t) + A^*(t)$ にあり、交換関係 $[dA, dA^*] = dt$ の帰結として伊藤公式 $(dB)^2 = dt$ が得られる。ポアソン過程は、量子分解を通してブラウン運動と同一の非可換代数に埋め込まれる。この視点は、尾畑によってホワイトノイズ超関数に拡張され、Ji との一連の研究によって「量子ホワイトノイズ解析」として体系化されてきた。場の量子論は非可換かつ無限自由度に由来する様々な数学的構造の宝庫であり、廣島らの非摂動的スペクトル解析における確率解析の手法も非可換系の確率解析としてとらえることができる。

Accardi-Bozejko (1998) は 1 次元確率分布のガウス化という概念を導入し、モーメントをもつすべての 1 次元分布は相互作用フォック空間の真空期待値で表現されることを示した。この観点は Hora-Obata の著書 (2007) によって整理され、古典確率変数の量子分解 $X = A^+ + A + A^0$ という概念に到達した。右辺のフォック表現から X の分布が再構成され、ボゾン系とは限らない一般の非可換代数が確率解析の文脈に現れるようになった。量子分解は、量子物理を離れて、Hashimoto-Obata-Tabei (1998)、Accardi-Hashimoto-Obata (1998) によって、初めてグラフの隣接行列の量子分解 $A = A^+ + A + A^0$ が導入され、右辺の非可換性に基づくスペクトル解析が端緒についた。その後、Hora-Obata の一連の研究で大きく発展し、大きなグラフの漸近的スペクトル分布を中心極限定理の系として導出する理論を構築した。近年 Stan らによって、量子成分 A^+, A, A^0 の満たす交換関係によって確率測度を特徴づける研究が進められている。

1 次元ランダムウォークの右移動、左移動の確率をそれぞれ p, q とすると、 $p + q = 1$ が成り立つ。これを $P + Q = U$ (ユニタリ行列) のように作用素に置き換えたものが量子ウォーク (の原型) である。今野は量子ウォークの拡散速度と極限分布を初めて数学的に導出し、ランダムウォークでは 1 モードの正規分布に漸近するのに対して、量子ウォークでは両端に寄った 2 モードの分布が得られること、ランダムウォークが $n^{1/2}$ の速さで拡散するのに対して、量子ウォークは n の速さで拡散することなどを示した。これまでに、モデルごとに局在性・再帰性などの統計的性質が明らかにされ、量子情報や現実の物理系への応用をはじめスペクトルグラフ理論との関連にも関心が高まってきた。

2. 研究の目的

可換な変数を非可換代数に埋め込み、統計性の本質を非可換代数の表現に求める「非可換系の確率解析」を次の 4 課題を軸として構想することとした。

(1) 量子確率論 これまで 1 変数直交多項式系を基礎として展開されてきた量子分解を多変数に拡張することを目指す。2 変数直交多項式系に対して適切に定義された量子成分の満たす交換関係とスペクトル分布との関係性、特に、スペクトル分布の絶対連続性と密度関数の導出、その台が 1 次元に退化する場合の特徴付けなどに興味がある。アソシエーションスキームやその一般化であるターウィリガー代数の表現論の中に見られる量子分解に類似した構造を追究することで、具体例の蓄積と量子分解の多変数化につなげる。

(2) 量子ホワイトノイズ解析 量子ホワイトノイズはボゾン系 (古典論ならガウス系) における基本的な作用素値超関数であり、一般の作用素を表現する上で座標系に類した役割を果たす。量子ホワイトノイズ微分による微分方程式の解として作用素を特徴づけるという新しい試みを継続・発展させる。高次ホワイトノイズによって定義される作用素の特徴づけ、作用素の変換理論、ユニタリ性の判定法、正規積への変換と繰込みとの関係を明らかにする。関連して、複素ホワイトノイズによる正則関数の手法や汎関数積分による非摂動的スペクトル解析などへの展開を検討する。

(3) 量子ウォーク 多くの研究が 1 次元または 2 次元格子に限られてきたが、これを一般のグラフ上の量子ウォークに対して展開して、より原理的な理解を追究する。特に、量子確率論で培った諸手法の導入によって、量子ウォークの極限分布を中心極限定理として統一的に理解すること、局在性・再帰性などの統計的な性質をグラフのスペクトル構造によって導出すること、が主要な課題である。さらに、量子ウォークのつくる非可換代数のユニタリ表現論、量子ウォークによるスペクトル同型問題に取り組み、量子ウォーク研究に新しい観点を導入する。同位体分離の問題に現れる量子ウォークの数理解析を通して、現実問題への応用に取り組む。

(4) ネットワーク数理への展開 ネットワーク (向きなどの構造を付与されたグラフを含む) の統計的諸問題を非可換確率解析に統計物理的手法や数値計算を併用して明らかにする。特に、成長するネットワークやランダム・ネットワークに対する漸近的スペクトル分布の導出、ダイナミクスの統計的性質、臨界点や臨界層の出現、ネットワークの構造をスペクトルから決定する逆問題に取り組む。

3. 研究の方法

理論研究であるから、研究の手法として特に目新しいものはない。基本的な文献調査とともに、国際共同研究を含む研究実施体制を整えて、諸課題の解決に取り組んだ。特に、短期間の訪問滞（アメリカ・ポーランド・インドネシアなど）や海外研究協力者の招聘（ドイツ・ポーランド・韓国・インドネシアから7名）によって研究交流が強化された。また、分担者の長谷川とともに、コンフィグレーションモデルの臨界現象を解明するために計算機環境を整備した。得られた研究成果は積極的に国内外の研究会等において公表し、国際共著論文として公表することに努めた。さらに、複数の国内研究会を支援し、二国間共同研究（インドネシア）との共催で小規模の国際研究会を仙台で2回開催し、周辺研究者との研究交流を促進した。

4. 研究成果

(1) 量子確率論 従来の量子分解法の多変数化に際して、多変数直交多項式に関するスペクトル理論が困難であるため、新しいアイデアを必要としてきた。距離正則グラフに対して成功を見てきた一変数の量子分解法に動機づけられて、強正則グラフ対に対して、2変数のスペクトル分布を求め、そのスケーリング極限を導出した[論文投稿中]。その計算を通して、2変数クラウチュク多項式およびその極限多項式が青本-ゲルファンド超幾何関数で表示されることが分かった。この仕組みはアソシエーションスキームに自然に拡張され、隣接行列の組に対して多変数スペクトル分布を議論する枠組みが構成された。その詳しい解析は継続課題となっている。成果はアメリカ数学会の関連分科会における口頭発表や日本数学会関数解析分科会特別講演などで公表した。グラフのスペクトル解析から派生した新しい特性量として、距離行列から定まるQE定数を導入して、基本的な性質を明らかにした。さらに、QE定数をグラフの分類論への応用を検討し、新しい国際共同研究課題として企画を進めている。

(2) 量子ホワイトノイズ解析 ボゾンフォック空間上の作用素は量子ホワイトノイズを変数とする関数として表示されるため、量子ホワイトノイズを用いた作用素論が構築される。関連する研究はUnCigJi（チュンブク国立大学）との長年にわたる共同研究として継続してきた。特に、量子ホワイトノイズに関する微分方程式の解として作用素を特徴づけるという新しい課題に取り組んできた。特に、量子ホワイトノイズの2次関数を用いて、ポゴリューボフ変換やギルサノフ変換の特徴づけが完成し論文発表に至った。発展として、量子ホワイトノイズの高次多項式を微分方程式で特徴づけに取り組んでいる。この方向の研究は一段落したともいえるため、これまでの研究を総括し、繰込みなどの量子物理に動機づけられた課題を整理する段階に来た。

(3) 量子ウォーク 量子工学の専門家を交えた共同研究が進んだ。実用化が検討されている同位体分離技術に、異なる回転周波数をもつことを利用し、片方の同位体分子の回転周波数と同期するテラヘルツレーザーパルス列を照射して、量子共鳴を発生させて回転エネルギーを大規模に励起するというものがある。この物理系を連続時間量子ウォークに類似した数理モデルに帰着し、励起される同位体の量子回転エネルギー分布の概形を与える明示的な公式を導出した。この明示公式によって、実験をデザインするときに必要な効果的なパラメータ設定の提案が可能になることが期待される。純粋数学的な展開として、量子ウォークを記述するユニタリ行列のスペクトルによるグラフの同型問題へのアプローチがあげられる。グラフの幾つかの変形操作を介することで、様々な量子ウォークモデルのユニタリ同値性が得られた。この議論をより一般化することでグラフの辺彩色を用いた構成可能性や、グラフの分解方法に従うダイナミクスの設定の提案などできるため、組み合わせグラフ理論との融合研究により、さらに研究が促進する可能性が高い。量子ウォークの n 乗で誘導されるゼータ関数を定め、伊原型の構造定理によって特徴づけられるグラフの例を与えた。これによって、グラフゼータ関数を動機とした量子ウォークの位相が織りなす模様 of 解明という新たな研究の方向性を見出した。これらは当初の見込みを上回る成果といえる。

(4) ネットワーク数理への展開 べき則を次数分布にもつコンフィグレーションモデルに対して巨大連結成分の出現という相転移現象が知られている。大規模シミュレーションによって、その相転移点において連結成分の分布関数が従う性質を、詳細に調べた。その結果、相転移点において連結成分の分布関数はべき則に従うが、その指数の値は従来報告[Newman et al 2001 PRE]で示された値とは異なることがわかった。この結果は有限サイズスケーリングからも確認することができる。さらに詳細な検討と数理解析が必要であるが、新しい知見であろうと考えている。さらに、最大連結成分の示す構造について、ネットワーク上のパーコレーションで形成される最大連結成分の次数相関を定式化し、いくつかの場合について調べた。その結果、次数無相関ネットワーク上のパーコレーション過程で形成される最大連結成分は負次数相関であることがわかった。ほかに、複数の感染源を持つ感染症ダイナミクスを数値シミュレーションによって調べ、感染源が複数であることに起因する感染者クラスターのパーコレーション転移と拡張 SIR モデル特有の不連続転移が別々のパラメータで相転移として起こることを明らかにした。細胞内のたんぱく質生成のダイナミクスに対して、連続時間マルコフモデルを提案し、定常分布の厳密解を求めるとともに、実験結果を説明するためのパラメータ同定を行った。

5 . 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 26 件)

- [1] Wojciech Mlotkowski and Nobuaki Obata: On quadratic embedding constants of star product graphs, Hokkaido Math. J. To appear. 査読有.
- [2] Keita Iida, Nobuaki Obata and Yoshitaka Kimura: Quantifying heterogeneity of stochastic gene expression, J. Theor. Biol. 465 (2019), 56-62. 査読有 [DOI] 10.1016/j.jtbi.2019.01.003
- [3] R. Adami, R. Fukuizumi and E. Segawa: A nonlinear quantum walk induced by a quantum graph with nonlinear delta potentials, Quantum Information Science 18 (2019) 119. 査読有 [DOI] 10.1007/s11128-019-2215-8
- [4] Nobuaki Obata and Alfi Y. Zakiyyah: Distance matrices and quadratic embedding of graphs, Electronic Journal of Graph Theory and Applications 6 (2018), 37-60. 査読有 [DOI] 10.5614/ejgta.2018.6.1.4
- [5] Masaya Maeda, Hironobu Sasaki, Etsuo Segawa, Akito Suzuki and Kanako Suzuki: Scattering and inverse scattering for nonlinear quantum walks, Discrete & Continuous Dynamical Systems A 38 (2018) 3835-3851. 査読有 [DOI] 10.3934/dcds.2018159
- [6] Choon-Lin Ho, Yusuke Ide, Norio Konno, Etsuo Segawa and Kentaro Takumi: A spectral analysis of discrete-time quantum walks with related to birth and death chains, Journal of Statistical Physics 171 (2018), 207-219. 査読有 [DOI] 10.1007/s10955-018-1998-9
- [7] Norio Konno, Renato Portugal, Iwao Sato and Etsuo Segawa: Partition-based discrete-time quantum walks, Quantum Information Processing 17 (2018) 100. 査読有 [DOI] 10.1007/s11128-017-1807-4
- [8] Bruno Chagas, Renato Portugal, Stefan Boettcher and Etsuo Segawa: Staggered quantum walk on hexagonal lattices, Phys. Rev. A 98 (2018), 052310. 査読有 [DOI] 10.1103/PhysRevA.98.052310
- [9] Masaya Maeda, Hironobu Sasaki, Etsuo Segawa, Akito Suzuki and Kanako Suzuki: Weak limit theorem for a nonlinear quantum walk, Quantum Information Processing 17 (2018), 215. 査読有 [DOI] 10.1007/s11128-018-1981-z
- [10] Mohamed Sabri, Etsuo Segawa and Martin Stefanak: Conditional limit measure of one-dimensional quantum walk with absorbing sink, Physical Review A 98 (2018), 012136. 査読有 [DOI] 10.1103/PhysRevA.98.012136
- [11] S. Kubota, E. Segawa, T. Taniguchi and Y. Yoshie: Periodicity of Grover walks on generalized Bethe trees, Linear Algebra and its Applications 554 (2018) 371-391. 査読有 [DOI] 10.1016/j.laa.2018.05.023
- [12] Takehisa Hasegawa and Koji Nemoto: Sudden spreading of infections in an epidemic model with a finite seed fraction, European Physical Journal B 91 (2018), 58;1-8. 査読有 [DOI] 10.1140/epjb/e2018-80343-3
- [13] Shogo Mizutaka and Takehisa Hasegawa: Disassortativity of percolating clusters in random networks, Physical Review E 98 (2018), 062314. 査読有 [DOI] 10.1103/PhysRevE.98.062314
- [14] Nobuaki Obata: Quadratic embedding constants of wheel graphs, Interdiscip. Inform. Sci. 23 (2017), 171-174. 査読有 [DOI] 10.4036/iis.2017.S.02
- [15] Leo Matsuoka, Etsuo Segawa, Kenta Yuki, Norio Konno, Nobuaki Obata: Asymptotic behavior of a rotational population distribution in a molecular quantum-kicked rotor with ideal quantum resonance, Physics Letters A 381 (2017), 1773-1779. 査読有 [DOI] 10.1016/j.physleta.2017.03.032
- [16] Yu. Higuchi and E. Segawa: The spreading behavior of quantum walks induced by drifted random walks on some magnifier graph, Quantum Information and Computation 17 (2017), 0399-0414. 査読有 [DOI] 10.26421/QIC17.5-6
- [17] K. Matsue, O. Ogurisu and E. Segawa: A note on the spectral mapping theorem of quantum walk models, Interdisciplinary Information Sciences 23 (2017) 105-114. 査読有 [DOI] 10.4036/iis.2017.A.13
- [18] L. Matsuoka and E. Segawa: Localization in rotational excitation of diatomic molecules induced by a train of optical pulses, Interdisciplinary Information Sciences 23 (2017) 51-56. 査読有 [DOI] 10.4036/iis.2017.A.07
- [19] Yu. Higuchi, N. Konno, I. Sato and E. Segawa: Periodicity of the discrete-time quantum walk on a finite graph, Interdiscip. Inform. Sci. 23 (2017), 75-86. 査読有 [DOI] 10.4036/iis.2017.A.10
- [20] T. Endo, N. Konno, H. Obuse, E. Segawa: Sensitivity of quantum walks to boundary of two-dimensional lattices: approaches from the CGMV method and topological phases, Journal of Physics A: Mathematics and Theoretical 50 (2017) 455302. 査読有 [DOI] 10.1088/1751-8121/aa8c5e
- [21] Takehisa Hasegawa and Koji Nemoto: Efficiency of prompt quarantine measures on a susceptible-infected-removed model in networks, Physical Review E 96 (2017), 022311;1-8. 査読有 [DOI] 10.1103/PhysRevE.96.022311
- [22] Un Cig Ji and Nobuaki Obata: An implementation problem for boson fields and quantum Girsanov transform, J. Math. Phys. 57 (2016), 083502. 査読有 [DOI] 10.1063/1.4960454
- [23] Nobuaki Obata: Quantum probability aspects to lexicographic and strong products of graphs, Interdiscip. Inform. Sci. 22 (2016), 143-146. 査読有 [DOI] 10.4036/iis.2016.S.1

- [24] C. K. Ko, E. Segawa and H. J. Yoo, One-dimensional three-state quantum walks: Weak limits and localization, *Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics* 19, (2016) 1650025. 査読有 [DOI] 10.1142/S0219025716500259
- [25] K. Matsue, O. Ogurusu and E. Segawa: Quantum walks on simplicial complexes, *Quantum Information Processing* 15 (2016), 1865-1896. 査読有 [DOI] 10.1007/s11128-016-1247-6
- [26] E. Segawa and A. Suzuki: Generator of an abstract quantum walk, *Quantum Studies: Mathematics and Foundations* 3 (2016), 11-30. 査読有 [DOI] 10.1007/s40509-016-0070-1

〔学会発表〕(計 42 件)

- [1] 長谷川雄央(発表者), 岩瀬優太, 五十嵐有美, 尾畑伸明: Configuration model における連結成分の統計的性質について, 日本物理学会第 74 回年次大会, 2019.
- [2] Nobuaki Obata: Quadratic embedding constants of graphs, *Second International Conference on Pure and Applied Mathematics 2018 (2nd ICPAM)*, Kanchipuram, India, 2018.
- [3] 飯田溪太(発表者)・尾畑伸明・木村芳孝: Quantitative modeling of stochastic gene expression, 2018 年度応用数学合同研究集会, 龍谷大学瀬田キャンパス, 2018.
- [4] Nobuaki Obata: Quadratic embedding constants of graphs, *International Workshop on Algebraic Combinatorics*, Hefei, China, 2018.
- [5] Nobuaki Obata: Component sizes in random graphs, *International Conference on Control, Games and Stochastic Analysis*, Yasmine Hammamet, Tunisia, 2018.
- [6] 飯田溪太(発表者)・尾畑伸明・木村芳孝: Theoretical framework for single-cell gene expression analysis, 第 15 回生物数学の理論とその応用, 京都, 2018.
- [7] Nobuaki Obata: Asymptotic spectral analysis of growing graphs: Review and bivariate extension, 18th Workshop: Noncommutative Probability, Operators Algebras, Random Matrices and Related Topics, with Applications, Bedlewo, Poland, 2018.
- [8] 尾畑伸明: グラフのスペクトル解析における量子確率論の手法, 日本数学会年会函数解析学分科会特別講演, 東京, 2018.
- [9] 尾畑伸明: 量子分解法の 2 変数化の試み, 研究会「量子論にまつわる数学と数論の連携探索 2018」東京, 2018.
- [10] Nobuaki Obata: Asymptotic spectral analysis of graphs and orthogonal polynomials in two variables, *Joint Mathematics Meetings, AMS Special Session on Orthogonal Polynomials, Quantum Probability, and Stochastic Analysis*, San Diego, USA, 2018.
- [11] 樋口雄介(発表者), S. Mohamed, 瀬川悦生, 吉江佑介: 量子ウォークから誘導される力学系, 日本数学会 2018 秋季総合分科会, 岡山, 2018.
- [12] Etsuo Segawa: Electric circuit induced by quantum walks, *Second International Conference on Pure and Applied Mathematics 2018 (2nd ICPAM)*, Kanchipuram, India, 2018.
- [13] Etsuo Segawa: Sensitivity of quantum walker to some graph geometry, *Nagoya Workshop on Physics and Mathematics of Discrete Geometries*, Nagoya, 2018.
- [14] Etsuo Segawa: Combinatorial flow induced by Grover walk, *International Conference on Research and Education in Mathematics 2018*, Bandung, Indonesia, 2018.
- [15] Etsuo Segawa: Relation between quantum walk and graph geometry, *Towards Ultimate Quantum Theory*, Vaxjo, Sweden, 2018.
- [16] N. Konno, I. Sato and Etsuo Segawa: A structure theorem of positive support of Grover walk on graphs with a large girth, *7th Quantum Simulation and Quantum Walks*, California, USA, 2018.
- [17] Takehisa Hasegawa: Phase transition of infectious disease models in networks with infinite seed fractions, *Quantum walks and dynamics on networks*, 仙台, 2018.
- [18] 長谷川雄央(発表者), 水高将吾: ランダムネットワークにおける最大連結成分の統計, ランダム系と量子系の出会い, 仙台, 2018.
- [19] 長谷川雄央(発表者), 水高将吾: クラスタ性のあるネットワークの連結成分の統計的性質, 日本物理学会 2018 年秋季大会, 2018.
- [20] Nobuaki Obata: Central limit theorems for growing graphs: revisited, *Workshop on Quantum Probability, Infinite Dimensional Analysis and Related Topics*, Cheonan, Korea, 2017.
- [21] 飯田溪太(発表者), 尾畑伸明, 荻島創一, 木村芳孝: 遺伝子発現ゆらぎの確率論的定式化と生物学への応用, 2017 年度応用数学合同研究集会, 瀬田, 2017.
- [22] Nobuaki Obata: Component sizes in random graphs: Mathematical analysis and simulation, *International Conference on Stochastic Analysis, Stochastic Control and Applications*, Hammamet, Tunisia, 2017.
- [23] Nobuaki Obata: Distance Matrices and quadratic embedding of graphs, *International Conference on Graph Theory and Information Security (ICGTIS 2017)*, Depok, Indonesia, 2017.
- [24] Nobuaki Obata: Distance Matrices and quadratic embedding of graphs, *Infinite Dimensional Analysis and quantum probability*, Cheongju, Korea, 2017.
- [25] Nobuaki Obata: Some topics in distance matrices of graphs, *1st Tohoku-Bandung Bilateral Workshop: Extremal Graph Theory, Algebraic Graph Theory And Mathematical Approach to Network Science*, Sendai, 2017.

- [26] Etsuo Segawa: A new construction of quantum walks based on a graph theoretical approach, International Conference on Research and Education, Bandung, Indonesia, 2017.
- [27] Etsuo Segawa: A construction of quantum walks and its spectral analysis, Mathematical Aspects of Quantum Fields and Related Topics, Kyoto, 2017.
- [28] Etsuo Segawa: Variety of expressions of discrete-time quantum walks, ICCM 2017, Special Session on Quantum Computation and Quantum Information, Colombo, Sri Lanka, 2017.
- [29] 瀬川悦生: 量子ウォーク数理の量子レーザー制御工学との連携, 数学と諸分野の連携と通じた知の創造, 仙台, 2017.
- [30] 瀬川悦生: 量子酔歩によるグラフの周遊, 第13回組合せ論若手研究集会, 東京, 2017.
- [31] 瀬川悦生: Construction and analysis of quantum walks, 研究集会「量子情報理論に関連した作用素環論における諸問題の研究」京都, 2017.
- [32] 小栗栖修, 瀬川悦生, 松江要: 量子ウォークによる単体複体上の量子探索の提案, ワークショップ「ドレスト光子・光合成・量子ウォーク」, 横浜, 2017.
- [33] 岩瀬優太(発表者), 長谷川雄央: Link Saliency による日本航空路線ネットワークの辺の分類, 日本物理学会第72回年次大会, 大阪, 2017.
- [34] 能川知昭(発表者), 長谷川雄央: 階層スモールワールドネットワーク上の確率過程におけるロバストな臨界性 II, 日本物理学会第72回年次大会, 大阪, 2017.
- [35] 長谷川雄央(発表者), 能川知昭: 階層ネットワーク上のパーコレーションの性質, 研究集会「無限粒子系, 確率場の諸問題 XII」, 奈良, 2017.
- [36] 長谷川雄央: Characterizing and Modeling Weighted Networks, 水戸数学・情報数理研究会, 水戸, 2017.
- [37] 長谷川雄央(発表者), 根本幸児: 複雑な接触伝播モデルの初期状態依存性, 日本物理学会2017年秋季大会, 盛岡, 2017.
- [38] Nobuaki Obata: Distance matrices and quadratic embedding of graphs, 12th Sendai Workshop on Non-commutative Stochastic Analysis and Applications, Sendai, 2016.
- [39] Nobuaki Obata: Counting walks: A quantum probability viewpoint, 17th Workshop: Non-Commutative Probability, Levy Processes and Operator Algebras, with Applications, Bedlewo, Poland, 2016.
- [40] H. Obuse and E. Segawa: Sensitivity of a quantum walk to boundary, Workshop of Quantum Simulation and Quantum Walks 2016, Prague, Czech Republic, 2016.
- [41] E. Segawa: Spectral and stochastic behaviors of Grover walks, The Japanese Conference on Combinatorics and its Applications Mini Symposium: Spectral Graph Theory and Related Topics, Kyoto, 2016.
- [42] 能川知昭(発表者), 長谷川雄央: 階層スモールワールドネットワーク上の確率過程におけるロバストな臨界性, 日本物理学会2016年秋季大会, 金沢, 2016.

〔図書〕(計 1 件)

- [1] Nobuaki Obata: Spectral Analysis of Growing Graphs - A Quantum Probability Point of View, Springer, Tokyo, 2017. viii+138 pages. ISBN 978-981-10-3505-0 [DOI] 10.1007/978-981-10-3506-7

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名: 瀬川 悦生
 ローマ字氏名: (SEGAWA, Etsuo)
 所属研究機関名: 東北大学
 部局名: 大学院情報科学研究科
 職名: 准教授
 研究者番号(8桁): 30634547

研究分担者氏名: 長谷川 雄央
 ローマ字氏名: (HASEGAWA, Takehisa)
 所属研究機関名: 茨城大学
 部局名: 大学院理工学研究科(理学野)
 職名: 准教授
 研究者番号(8桁): 10528425

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。