

令和 4 年 5 月 24 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(S)

研究期間：2016～2020

課題番号：16H06337

研究課題名（和文）周期の理論と双有理幾何学の融合，ミラー対称性研究の新時代

研究課題名（英文）Fusion of Birational Geometry and Theory of Periods; A New Era for Studies of Mirror Symmetry

研究代表者

高橋 篤史 (TAKAHASHI, ATSUSHI)

大阪大学・理学研究科・教授

研究者番号：50314290

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 82,400,000円

研究成果の概要（和文）：多様な研究手法（圏論的エントロピー・導来圏の半直交分解・ガンマ整構造等）により周期の理論と双有理幾何学の融合を推し進め、ミラー対称性研究における重要課題解決に向けて大きな進展があった。博士研究員の雇用で本研究を加速するだけでなく、当該研究分野の活性化と将来的・持続的発展の土台を築いた。

多数の国際研究集会・勉強会等の開催で研究成果発信と外部知見の獲得を行い、新たな研究につながる着想の萌芽を促し開花させた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

理論物理学の背景に着想を得て新たな数学分野を開拓するだけでなく、双有理幾何学に対する新たな不変量や研究手法の提供を行い、また、離散群・特異点・ルート系・有限次元代数等の間にある不思議な関係のより深い理解を与えるなど、100年以上の歴史がある数学の古典的・伝統的問題に対して新たな知見を加えた。

さらに、若手研究者との共同研究やスクールでの入門講義等を通じて、代々受け継がれた数学的伝統の次世代への継承を行った。

研究成果の概要（英文）：By various research method (such as categorical entropy, semiorthogonal decompositions of derived categories, gamma integral structures and etc.), the fusion of the birational geometry and the theory of periods has been pushed forward and some great progress has been made towards solving important issues. By hiring post doctoral researchers, not only accelerating this research project itself, but it has laid the foundation for revitalization and future/sustainable development of the research field.

Research results are disseminated and external findings are acquired at many international conferences, workshops and study groups organized by this project, which encouraged and blossomed ideas that would lead to new research.

研究分野：ミラー対称性を中心に代数学と幾何学（代数幾何学・シンプレクティック幾何学・表現論等）に広がる複合分野

キーワード：代数学 幾何学 数理物理学 ミラー対称性 双有理幾何学

1. 研究開始当初の背景

ミラー対称性とは、シンプレクティック幾何学に対応するAモデルと複素代数幾何学に対応するBモデルという、二つの位相的弦理論の等価性である。ミラー対称性は定性的・定量的な多くの重要な着想・予想を与え、幅広い数学分野を関連させ、新たな知見とともに既存の数学を一層深める。「物理的着想・対象・手法」を数学に取り入れつつ、ミラー対称性の背後にある数学的真理を解明するのは極めて興味深い問題である。「物理的対象・手法」の数学的定式化を行い、ミラー対称性の背後にある数学的真理を解明するのは非常に重要な問題である。

現在とくに重要な課題は、ホモロジー的ミラー対称性、AモデルおよびBモデルに対して独立に構成される dg 圏 (または A 無限大圏) の圏同値、の証明であり、近年多くの研究者によって様々な重要な成果が得られている。

代数多様体上での積分として得られる数、周期、および周期の幾何学的理論は、極めて興味深く重要な研究対象であり、多様で豊富な数学を育んできた。Gromov-Witten 不変量の理論に対する周期の理論 (A 周期の理論) と変形理論に対する周期の理論 (B 周期の理論) の同型が、古典的なミラー対称性であり、多くの研究者がその背景にある数学的真理の解明に取り組んできた。数々の成果が得られているが、まだその完全な理解には至っていない。また、ホモロジー的ミラー対称性の帰結として古典的ミラー対称性が得られること、dg 圏から非可換ホッジ構造を經由して B 周期の理論とくに原始形式・平坦構造 (Frobenius 構造) を函手的に導出することが期待されている。さらに、完全 WKB 解析という代数解析学における研究手法の周期の理論へ応用に関して、興味深い結果がいくつも得られている。

代数多様体を粗く分類し、その諸性質の解明を試みるのが双有理幾何学である。とくに、代数多様体の分類理論、極小モデル理論、の完成が強く望まれている。極小モデル理論のさらなる理解のため、圏論的手法・混合ホッジ構造に基づく双有理幾何学研究が活発に行われている。圏論的力学系という導来圏の新たな研究手法がごく最近登場したが、これも圏論的手法や周期の理論による双有理幾何学研究の重要性を示唆している。また、そこでは代数多様体の非可換変形や、特異点の非可換解消といった概念も登場しており、双有理幾何学はより広い範疇、圏論的双有理幾何学あるいは非可換代数幾何学、において展開するのが良いと思われる現象も多数見受けられるようになった。

ミラー対称性現象の真理を解明して古典的諸問題に応用するには広い視野からの研究が必要である。とくに、位相的ミラー対をなす Calabi-Yau 多様体の系統的構成は、特異点理論と極めて関連性が高い。特異点に対してもミラー対称性現象が存在しており、その複素代数幾何的研究およびシンプレクティック幾何的研究はいずれも活発に行われている。特異点の周期写像とルート系・リー環との関連性は 100 年以上も前から研究されてきたが、このミラー対称性現象によりその関連性が自然に説明される。とくに求められているのは、群作用付き特異点のミルナー格子や変形理論の定式化とその理解である。また、ホモロジー的ミラー対称性により、特異点理論における諸結果の双有理幾何学への応用と、圏論的手法に基づく双有理幾何学の特異点理論への応用が、大いに期待されるようになってきた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、非可換ホッジ理論・原始形式の理論・平坦構造 (Frobenius 構造) をはじめとする周期の幾何学的理論と混合ホッジ構造・圏論的手法を土台とした双有理幾何学を融合し、両理論を飛躍的に発展させることでミラー対称性現象のより深い理解を与え、古典的重要問題に対する大きな貢献をもたらすことである。より具体的には、以下の諸課題において、これまでに得た研究成果・手法を飛躍的に発展させることを目的とする。

1. 非可換ホッジ理論研究の推進と圏論的エントロピー研究への応用。量子原始形式の理論の構築 (目的 1)
2. (非可換) ホッジ理論による (非可換) 双有理幾何学研究とくに極小モデル理論研究の推進 (目的 2)
3. Gromov-Witten 不変量・原始形式・Weyl 群不変式を結び付ける、ミラー対称性と周期写像の理解 (目的 3)

3. 研究の方法

代表者・分担者による、研究目的 1・2・3 における諸課題解決に向けた個別・共同研究が主たる研究方法である。本研究費で特任教員・研究員を雇用し、本研究の促進とさらなる展開、当該研究分野の活性化および将来的・持続的発展を促す。国際研究集会・セミナー・勉強会を継続的に開催し、研究交流・外部知見の獲得・研究成果の発信を行う。これらにより、ミラー対称性を核とした、周期の理論と双有理幾何学の研究拠点形成も目指す。

より具体的に、本研究の遂行において代表者・分担者らの役割は以下の通りである：

- 代表者 (高橋篤史): 研究の総括および目的 1・2・3 における研究全般を行う。また、国際研究集会・定期的勉強会・セミナーの開催に携わり、本研究および当該研究分野の活性化を主導する。
- 分担者 (藤野修): 目的 2 における、ホッジ理論による双有理幾何学とくに極小モデル理論の研究を行う。高次元代数幾何学・双有理幾何学を徹底的に深化させることで、本研究の具

体的目標をより明確にする役割を果たしつつ、当該研究分野の活性化に大きく貢献する。

- 分担者(入谷寛): 主として目的1における Gromov-Witten 理論および非可換ホッジ構造におけるガンマ整構造の研究、とくにトーリック軌道体の古典的・ホッジ理論的ミラー対称性を中心に研究を遂行する。京都大学における定期的セミナーや周期の理論に重点をおいた国際研究集会の開催に携わり、本研究および当該研究分野の活性化に大きく貢献する。
- 分担者(小西由紀子): 主として目的1における非可換混合ホッジ構造と局所ミラー対称性の研究と、目的3における鏡映群不変式論の研究を行い、今後の課題を明確にする。また、周期の理論に重点をおいた国際研究集会の開催に携わり、本研究および当該研究分野の活性化に大きく貢献する。
- 分担者(安田健彦): 主として目的2におけるモチーフ積分による McKay 対応の研究を行う。直接的に本研究課題の進展に貢献するだけでなく、本研究が取り入れるべき新たな方向性を提起する重要な役割を果たす。
- 分担者(大川新之介): 主として目的2における、変形理論や非可換ホッジ理論による非可換双有理幾何学の研究を行う。また、大阪大学における勉強会・定期的セミナーの運営、国際研究集会の開催に携わり、本研究および当該研究分野の活性化に大きく貢献する。
- 分担者(岩木耕平): 主として目的1における完全 WKB 解析の手法による量子原始形式の理論の構築に向けた基礎研究を行う。また、代数解析学・数理物理学・代数幾何学にまたがる研究対象を題材とした国際研究集会の開催に携わり、本研究および当該研究分野の活性化に大きく貢献する。
- 分担者(神田遼): 主として目的2における非可換代数幾何学やアーベル圏論の研究を精力的に行う。本研究の範疇を広げる役割を果たす。
- 本研究費により雇用する特任教員・研究員: 主として目的1・3における、導来圏の Bridgeland 安定性条件の空間の構造解明に取り組む。また、大阪大学における定期的勉強会・セミナーにおける多くの講演・運営を通して本研究に大きく貢献する。

また、協力者から、本研究全般に対する助言を受け、国際研究集会・勉強会を共催し、共同研究実施も行うことで、本研究の遂行を促進する。

4. 研究成果

新型コロナウイルスによる影響(令和2年度以降における、対面型国際研究集会の中止と新規国際共同研究の停止)を除いて順調に研究が進捗し、成果を着実に論文として発表することができた。以下で代表者と分担者による主要な研究成果について述べる。

- 代表者は協力者菊田氏と、滑らかでコンパクトな代数多様体の全射自己射に対して、圏論的エントロピーと位相的エントロピーの一致を示し、とくに代数曲線に対して Gromov-Yomdin 型定理を示した。この結果を協力者菊田氏・白石氏と軌道体射影直線に拡張し、また、圏論的エントロピーの下限を一般的に評価した。本研究が圏論的エントロピー研究を主導することになる画期的な成果である。さらに、協力者大内氏・菊田氏と Serre 関手のエントロピーを用いた導来圏の次元(Serre 次元)の研究を行い、それが Bridgeland 安定性条件の空間上の大域次元関数の下限以下であることを示した。とくに、Serre 次元を用いた新たな ADE 型分類定理(次元が1未満の「良い」導来圏の分類)を得るなど、特異点理論(Arnold の半連続性定理の着想)と圏論的力学系の圏論的雙有理幾何学への応用で重要な基礎的諸結果をもたらした。(目的1・2に関わる成果)
- 代表者は協力者 Basalaeв 氏らと群作用付き可逆多項式に対する軌道体ヤコビ環の理論を構築し、幾何学的考察との整合性や可逆多項式に付随する群同変な行列因子化の圏の Hochschild コホモロジー環との同型を示し、「Landau-Ginzburg 軌道体 B 模型の環構造の決定」という20年来の未解決問題に決着をつけた。さらにこれを群作用付きカスプ多項式に付随する軌道体ヤコビ環の変形理論・Frobenius 構造の解析に応用し、「群同変原始形式」存在の仮定の下で、軌道体射影直線の Gromov-Witten 不変量に付随する Frobenius 構造とのミラー対称性同型を示した。テータ定数やエータ関数等のモジュラー形式間に成立する恒等式に幾何学的説明をもたらすなど、離散群・特異点・ルート系の間にある不思議な関係に対する新たな知見を加えた重要な成果である。(目的3に関する成果)
- 代表者は協力者荒牧氏と、鎖型可逆多項式に付随する極大次数付き行列因子化の圏に対して Lefschetz 型完全例外列を構成した。1977年に Orlik-Randell が特異点理論で提起した予想の「代数的圏論版」解決であり、約40年進展がなかった古典的重要問題への多大な貢献で、特異点理論と圏論的雙有理幾何学の一体的研究の重要性を示す画期的な成果である。さらに協力者大谷氏とこの圏に対するガンマ整構造の研究を行い、Grothendieck 群レベルでホモロジー的ミラー対称性を検証し、Gepner 型の Bridgeland 安定性条件の存在に関する精密な予想を与えるなど、鎖型可逆多項式のホモロジー的ミラー対称性予想の解決に導くであろう決定的な成果を挙げた。(目的2・3に関する成果)
- 分担者藤野は、高次元代数多様体の研究を精力的に行い、ホッジ構造・解析的手法による研究、乗法的イデアル層の研究、トーリック多様体を対象とする研究など多岐にわたる成果を挙げた。本研究開始後すでに約20本の論文・プレプリントを発表、本研究に対してのみならず、代数幾何学全体の深化に極めて多大な貢献をしてきた。とくに顕著な成果は高次元安定多様体のモジュライ空間の射影性に関する結果と森双曲性についての研究(Svaldi の問題

の完全解決)である。前者は現在数学界で最も権威ある雑誌 Ann. of Math.に掲載され、後者は論文 Cone theorem and Mori hyperbolicity として現在投稿中である。この論文で開発された道具は、協力者橋詰氏との共著論文での逆随伴の解決などで用いられており、今後も多方面での応用が期待されるものである。(目的2に関する成果)

- 分担者入谷は量子コホモロジーとミラー対称性、周期、双有理幾何との関係について研究を進めた。トーリック軌道体に対するホッジ理論的ミラー対称性を非常に一般の設定で証明し、非クレパントな双有理変換の下でその量子コホモロジーが分解すること、また、特別のブローアップの場合にはそれと導来圏の半直交分解とが関連付けられることを証明した。さらに、局所射影平面の Gromov-Witten 不変量の生成母関数の準保型性や、トポカル幾何を使った周期の漸近挙動の計算とガンマ予想の Batyrev ミラー対に対する証明など、多数の顕著な成果を得ている。量子コホモロジーと双有理幾何の関係はこれまでも研究されてきたが、この研究は非クレパントな変換の下においても量子コホモロジーと導来圏の半直交分解を関係づけ、さらには一般的な予想も与えるものであり、新規性と独自性が非常に高い。将来的発展も大いに期待できる優れた成果である。(目的1・3に関する成果)
- 分担者小西は、複素鏡映群の軌道空間上の「自然な」齋藤構造について研究を行った。協力者三鍋氏・白石氏とともに、既約複素鏡映群不変式論による平坦構造の構成を与えた。これは、実鏡映群不変式に対する齋藤 矢野 関口の結果を約 40 年ぶりに発展させ、対数的ベクトル場の自由性の本質を捉え、鏡映面補集合の普遍被覆空間が可縮という現象の解明に向けた一歩となる、重要な成果である。有限コクセター群に対しては、協力者佐竹氏にクセター元の固有空間分解を用いた平坦座標系の特徴づけが得られているが、この結果を複素鏡映群に対して拡張できることを示した。現在論文として取りまとめを行っている。(目的3に関する成果)
- 分担者安田は、モチーフ積分や弦モチーフの理論を双有理幾何学・特異点理論に応用し、野性 McKay 対応やモチーフ的 Serre 不変量の研究などで独創的な重要成果を挙げた。直近では、協力者 Carvajal-Rojas 氏とともに任意標数の 2 次元対数的末端特異点は有限の局所エタール基本群を持つことを証明するなど、本研究への直接的貢献だけでなく、本研究の視野・幅を広げる重要な役割を果たした。今後、得られた成果や知見を、混標数の環や代数体といったより数論的な環上の幾何学に適用範囲を拡大することで、より多くの題材との関連性や理論の深化が期待される。(目的2に関する成果)
- 分担者大川は、導来圏と代数多様体の加法的不変量との関係についての予想を提唱・検証した。さらに、半直交分解のモジュライ空間を定義とその基本性質の証明や、弱 del Pezzo 曲面上の例外対象列の構造に関する研究など、当該研究分野における発展の基礎となる重要な結果を着実に与えた。また、非可換 Hirzebruch 曲面の詳細な分類や、ある種の非可換曲線・曲面に付随する Artin-Schelter 正則代数の研究など、一般の非可換(弱)del Pezzo 曲面の分類とその射影幾何学の解明に向けた重要な基礎を構築した。(目的2に関する成果)
- 分担者岩木は、完全 WKB 解析と位相的漸化式の研究を行い、射影直線や Weierstrass 3 次曲線に対する正準量子化(量子微分方程式)とその(量子)周期・(量子)モノドロミーについての興味深い成果を挙げている。とくに、あるクラスのスペクトル曲線に対して、位相的漸化式における自由エネルギーをその量子化の Stokes グラフから定まる BPS 指数により明示的に記述する公式を与えた研究成果は、位相的漸化式における resurgence 構造と BPS 構造の予期されていなかった関係性を明らかにした先駆的な結果である。今後 Painlevé 方程式の研究への応用、とくに楕円関数論の拡張としての Painlevé 方程式論や有理楕円曲面との新たな関係性の発見、などが期待される重要な結果である。(目的1に関する成果)
- 分担者神田は、協力者 Chirvasitu 氏・Smith 氏と共に Artin-Schelter 正則代数、とくに楕円代数、に関する研究を行った。楕円代数に付随する非可換スキームには楕円代数の直積の商として得られる代数多様体が含まれていることを示し、特定の場合にはその代数多様体の捻れ斉次座標環として楕円代数が復元されることを示した。非可換正則代数の典型例として研究されてきた Sklyanin 代数と比べ、楕円代数がはるかに多様であること、およびそうした広いクラスの代数に対して非可換スキームの概念を用いた幾何的手法が有効であることを明らかにした。(目的2に関する成果)

これらの成果は非常に高い関心を集めるものであり、様々な国際研究集会において多数の招待講演を行い、広く研究発信を行うことができた。とくに、海外のスクール等での連続招待講演・招待講義も積極的に引き受け、本研究が目標とする数学・当該研究分野における将来的課題・現在解決すべき問題とそれに対する基礎等について、海外の次世代研究者に対する啓蒙活動も行った。

本研究費により特任教員・研究員を合計 5 名雇用した。導来圏の Bridgeland 安定性条件の空間の構造解明・非可換代数幾何学(ホモトピー的代数幾何学)・ホモロジー的ミラー対称性等の研究に取り組み、着実に成果を挙げた。さらに、特任教員・研究員らは大阪大学・京都大学における定期的勉強会・セミナーにおける多くの講演・運営を通して本研究に大きく貢献した。なお、3 名が雇用期間内に大学の常勤研究職に採用内定するなど、本研究は若手研究者の育成面でも一定の成果を挙げた。

平成28年度から令和元年度まで、複数の対面型国際研究集会を開催し、本研究の促進とさらなる展開、および当該研究分野の活性化を行ってきた。

平成28年度には、3件の国際研究集会

- 「Workshop on Mirror Symmetry and Related Topics, Kyoto 2016」
 - 「Derived Category and Birational Geometry」
 - 「Geometry, Analysis and Mathematical Physics」
- を主催した。また、3件の国際研究集会

- 「Algebraic Geometry and Integrable Systems, Kobe 2016」
- 「Matrix Factorizations and Related Topics, 2016」
- 「Higher Residue Week」

を共催、組織委員（分担者藤野・大川）として1件の国際研究集会

- 「Kinosaki Symposium of Algebraic Geometry, 2016」

に参加・運営を行った。

平成29年度は、2件の国際研究集会と1件の研究集会

- 「Mirror Symmetry and Related Topics」
- 「Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry V」
- 「不変式・超平面配置と平坦構造」

を主催し、1件の国際研究集会

- 「K3 Surfaces and Related Topics」

を共催した。

平成30年度は、2件の国際研究集会

- 「Mirror Symmetry for Fano Manifolds and Related Topics」
- 「Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry VI」

を主催し、2件の国際研究集会

- 「Noncommutative deformations and moduli spaces」
- 「Kinosaki Algebraic Geometry 2018」

の運営をサポートした。

令和元年度は、4件の国際研究集会と1件の研究集会

- 「Interaction Between Algebraic Geometry and QFT」
- 「Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry VII」
- 「Mirror Symmetry and Related Topics, 2019」
- 「Mini workshop on derived categories and related topics」
- 「第2回大阪高次元代数多様体論」

を主催した。

いずれの研究集会も非常に充実した内容で活発な研究交流がなされ、関連分野の進展に大きく貢献した。とくに、継続主催の国際研究集会「Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry」および「Mirror Symmetry and Related Topics」は国内外で重要な位置づけを占めるようになり、さらなる発展と継続を強く望まれるものに成長した。これらの研究集会の開催を通じて、研究成果発信と外部知見の獲得だけでなく、対面交流によって新たな研究につながる着想の萌芽を促し育むことを目標としてきた。とくに、そこで得られた知見や交流で育んだ研究の芽が多数の重要研究に成長した。

新型コロナウイルスの影響を受けた令和2年度については、計画していた対面での国際研究集会の開催が不可能となったため、研究経費の繰越を行って開催を令和3年度に延期することとした（が最終的に開催を断念せざるを得なかった）。代わりに、研究成果発表を主目的とした1件のオンライン国際研究集会

- 「Online Workshop on Mirror Symmetry and Related Topics, Kyoto 2020」

を主催し、1件のオンライン国際研究集会

- 「Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry VIII」

を共催した。

これらの研究交流活動を通じて、国内研究者だけではなく、国外研究者からも十分に協力を得られる体制を構築できた。また、大阪大学・京都大学で継続的に勉強会・セミナーを行った。新型コロナウイルスの影響を受ける前には遠方からの参加者も常に複数いる状況で、活発な意見交換が積極的に行われた。

以上のことから、ミラー対称性を核とした総合的研究拠点形成という目的に向けても、本研究は順調に進捗し、十分な成果が得られたと言える。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計84件（うち査読付論文 80件 / うち国際共著 29件 / うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Ikeda Akishi, Otani Takumi, Shiraishi Yuuki, Takahashi Atsushi	4. 巻 112
2. 論文標題 A Frobenius manifold for l-Kronecker quiver	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Letters in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11005-022-01506-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Basalaev Alexey, Takahashi Atsushi	4. 巻 未定
2. 論文標題 Mirror Symmetry for a Cusp Polynomial Landau-Ginzburg Orbifold	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 未定
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnab145	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Kikuta Kohei, Ouchi Genki, Takahashi Atsushi	4. 巻 299
2. 論文標題 Serre dimension and stability conditions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 997 ~ 1013
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-021-02718-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Aramaki Daisuke, Takahashi Atsushi	4. 巻 373
2. 論文標題 Maximally-graded matrix factorizations for an invertible polynomial of chain type	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 107320 ~ 107320
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2020.107320	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Basalaeve Alexey, Takahashi Atsushi	4. 巻 14
2. 論文標題 Hochschild cohomology and orbifold Jacobian algebras associated to invertible polynomials	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Noncommutative Geometry	6. 最初と最後の頁 861 ~ 877
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/jncg/370	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujino Osamu, Liu Haidong	4. 巻 31
2. 論文標題 Quasi-log canonical pairs are Du Bois	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of Algebraic Geometry	6. 最初と最後の頁 105 ~ 112
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/jag/756	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 FUJINO OSAMU	4. 巻 244
2. 論文標題 MINIMAL MODEL THEORY FOR LOG SURFACES IN FUJIKI ' S CLASS	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nagoya Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 256 ~ 282
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/nmj.2020.14	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Abouzaid Mohammed, Ganatra Sheel, Iritani Hiroshi, Sheridan Nick	4. 巻 24
2. 論文標題 The Gamma and Strominger-Yau-Zaslow conjectures : a tropical approach to periods	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Geometry & Topology	6. 最初と最後の頁 2547 ~ 2602
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/gt.2020.24.2547	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 KONISHI YUKIKO、MINABE SATOSHI	4. 巻 16
2. 論文標題 Almost duality for Saito structure and complex reflection groups II: the case of Coxeter and Shephard groups	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Pure and Applied Mathematics Quarterly	6. 最初と最後の頁 721 ~ 754
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tonini Fabio、Yasuda Takehiko	4. 巻 29
2. 論文標題 Moduli of formal torsors	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Algebraic Geometry	6. 最初と最後の頁 753 ~ 801
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/jag/771	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ito Atsushi、Miura Makoto、Okawa Shinnosuke、Ueda Kazushi	4. 巻 26
2. 論文標題 Derived equivalence and Grothendieck ring of varieties: the case of K3 surfaces of degree 12 and abelian varieties	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Selecta Mathematica	6. 最初と最後の頁 38
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00029-020-00561-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Iwaki Kohei、Kidwai Omar	4. 巻 398
2. 論文標題 Topological recursion and uncoupled BPS structures I: BPS spectrum and free energies	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 108191 ~ 108191
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2022.108191	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Chirvasitu Alex, Kanda Ryo, Smith S. Paul	4. 巻 9
2. 論文標題 Maps from Feigin and Odesskii's elliptic algebras to twisted homogeneous coordinate rings	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Forum of Mathematics, Sigma	6. 最初と最後の頁 e4
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/fms.2020.60	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujino Osamu, Fujisawa Taro	4. 巻 26
2. 論文標題 On semipositivity theorems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematical Research Letters	6. 最初と最後の頁 1359 ~ 1382
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/MRL.2019.v26.n5.a6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Coates Tom, Corti Alessio, Iritani Hiroshi, Tseng Hsian-Hua	4. 巻 114
2. 論文標題 Hodge-theoretic mirror symmetry for toric stacks	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Geometry	6. 最初と最後の頁 41 ~ 115
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4310/jdg/1577502022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Galkin Sergey, Iritani Hiroshi	4. 巻 83
2. 論文標題 Gamma conjecture via mirror symmetry	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Adv. Stud. Pure Math.	6. 最初と最後の頁 55 ~ 115
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/aspm/08310055	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Okawa Shinnosuke	4. 巻 297
2. 論文標題 An example of birationally inequivalent projective symplectic varieties which are D-equivalent and L-equivalent	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 459 ~ 464
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-020-02519-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Iwaki Kohei, Koike Tatsuya, Takei Yumiko	4. 巻 4
2. 論文標題 Voros coefficients for the hypergeometric differential equations and Eynard-Orantin's topological recursion: Part II: For confluent family of hypergeometric equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Integrable Systems	6. 最初と最後の頁 xyz004
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/integr/xyz004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Chirvasitu Alex, Kanda Ryo, Smith S. Paul	4. 巻 372
2. 論文標題 New Artin-Schelter regular and Calabi-Yau algebras via normal extensions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 3947 ~ 3983
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/7672	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 KIKUTA KOHEI, SHIRAISHI YUUKI, TAKAHASHI ATSUSHI	4. 巻 238
2. 論文標題 A NOTE ON ENTROPY OF AUTO-EQUIVALENCES: LOWER BOUND AND THE CASE OF ORBIFOLD PROJECTIVE LINES	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Nagoya Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 86 ~ 103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/nmj.2018.21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 BASALAEV ALEXEY, TAKAHASHI ATSUSHI	4. 巻 14(3)
2. 論文標題 Hochschild cohomology and orbifold Jacobian algebras associated to invertible polynomials	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Noncommutative Geometry	6. 最初と最後の頁 861 ~ 877
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/jncg/370	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujino Osamu	4. 巻 187
2. 論文標題 Semipositivity theorems for moduli problems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Annals of Mathematics	6. 最初と最後の頁 639 ~ 665
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4007/annals.2018.187.3.1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kikuta Kohei, Takahashi Atsushi	4. 巻 2019
2. 論文標題 On the Categorical Entropy and the Topological Entropy	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 457 ~ 469
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnx131	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Konishi Yukiko, Minabe Satoshi, Shiraishi Yuuki	4. 巻 3
2. 論文標題 Almost duality for Saito structure and complex reflection groups	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Integrable Systems	6. 最初と最後の頁 1 ~ 48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/integr/xyy003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yasuda Takehiko	4. 巻 146
2. 論文標題 Motivic Serre invariants modulo the square of $\mathbb{L}-1$	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 547 ~ 554
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/13780	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sergey Galkin, Vasily Golyshev, Hiroshi Iritani	4. 巻 165
2. 論文標題 Gamma classes and quantum cohomology of Fano manifolds: Gamma Conjectures	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Duke Math. J.	6. 最初と最後の頁 2005 - 2077
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1215/00127094-3476593	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

[学会発表] 計194件 (うち招待講演 187件 / うち国際学会 122件)

1. 発表者名 TAKAHASHI Atsushi
2. 発表標題 Maximally-graded matrix factorizations and the Gamma integral structure for an invertible polynomial of chain type
3. 学会等名 Indo-Japan Web-Workshop on Vector Bundles and Related Topics, Tata Institute of Fundamental Research (INDIA) (online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 FUJINO Osamu
2. 発表標題 On mixed- \mathbb{L} -sheaves Part I - III
3. 学会等名 Tianyuan workshop series (online), School of Mathematical Sciences, USTC (中国) (online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 IWAKI Kohei
2. 発表標題 Topological recursion and uncoupled BPS structure arising from spectral curves of hypergeometric type
3. 学会等名 SISSA 's Integrable Systems and Mathematical Physics seminar, SISSA (ITALY) (online) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 TAKAHASHI Atsushi
2. 発表標題 Maximally-graded matrix factorizations for an invertible polynomial of chain type
3. 学会等名 Who is who in mirror symmetry, Higher School of Economics, Moscow (RUSSIA) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 TAKAHASHI Atsushi
2. 発表標題 Serre dimension and stability conditions
3. 学会等名 Tilting Theory, Singularity Categories and Noncommutative Resolutions, Oaxaca (MEXICO) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 FUJINO Osamu
2. 発表標題 Introduction to the theory of quasi-log canonical pairs, lectures 1 - 4
3. 学会等名 Short Course on Birational Geometry and Moduli Spaces, Xiamen University, アモイ (中国) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 IRITANI Hiroshi
2. 発表標題 Gamma conjecture via tropical geometry
3. 学会等名 Integrability, Geometry and Moduli, Max-Planck Institute for mathematics, Bonn (GERMANY) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 IRITANI Hiroshi
2. 発表標題 Quantum cohomology of toric blowups
3. 学会等名 Who is who in mirror symmetry, Higher School of Economics, Moscow (RUSSIA) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小西 由紀子
2. 発表標題 Almost duality for Saito structure and complex reflection groups
3. 学会等名 Workshop on Calabi-Yau Varieties and Related Topics, 函館コミュニティプラザ「Gスクエア」イベントスペースB (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 OKAWA Shinnosuke
2. 発表標題 Moduli space of semiorthogonal decompositions
3. 学会等名 Shafarevich Seminar at Steklov Institute of Mathematics, Steklov Institute of Mathematics, Moscow (RUSSIA) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 IWAKI Kohei
2. 発表標題 Exact WKB analysis and related topics (5 talks)
3. 学会等名 Graduate Mini Course on Resurgence in Mathematics and Physics, Capital Normal University, 北京(中国)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 KANDA Ryo
2. 発表標題 Feigin-Odesskii's elliptic algebras
3. 学会等名 2019 Noncommutative Algebraic Geometry Shanghai Workshop, Fudan University, 上海(中国)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takahashi Atsushi
2. 発表標題 Singularities and Mirror Symmetry
3. 学会等名 Siberian summer school: Current developments in Geometry, Sobolev Institute of Mathematics of Russian Academy of Science (RUSSIA)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Iritani Hiroshi
2. 発表標題 Toric blow-ups and gamma-integral structure
3. 学会等名 Simons Collaboration on Homological Mirror Symmetry Annual Meeting 2018, Simons Foundation (USA)(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yasuda Takehiko
2. 発表標題 Motivic integration and the wild McKay correspondence
3. 学会等名 a lecture series at EPFL, Ecole polytechnique federale de Lausanne (SWITZERLAND) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Okawa Shinnosuke
2. 発表標題 Defining noncommutative del Pezzo surfaces as AS-regular I-algebras
3. 学会等名 MFO workshop: Interactions between Algebraic Geometry and Noncommutative Algebra, MFO (GERMANY) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Atsushi Takahashi
2. 発表標題 Mirror Symmetry of Landau-Ginzburg orbifolds for invertible polynomials I & II
3. 学会等名 Winter School on Singularity and Mathematical Physics, Korean Institute for Advanced Studies (KOREA) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Atsushi Takahashi
2. 発表標題 Matrix factorizations and orbifold Jacobian algebras
3. 学会等名 Matrix factorisations and related topics, International Center for Mathematical Sciences (UK) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takehiko Yasuda
2. 発表標題 Moduli of formal torsors
3. 学会等名 Singularities and Algebraic Geometry, Da Nang (VIETNUM) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 高橋 篤史
2. 発表標題 超曲面特異点のミラー対称性と関連する話題
3. 学会等名 サマースクール数理物理2016, 東京大学大学院数理科学研究科 (招待講演)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計3件

1. 著者名 高橋 篤史	4. 発行年 2021年
2. 出版社 岩波書店	5. 総ページ数 262
3. 書名 原始形式・ミラー対称性入門	

1. 著者名 Osamu Fujino	4. 発行年 2017年
2. 出版社 日本数学会	5. 総ページ数 289
3. 書名 Foundations of the minimal model program	

〔産業財産権〕

[その他]

Birational Geometry, Periods, and Mirror Symmetry
<http://www4.math.sci.osaka-u.ac.jp/~takahashi/project>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	藤野 修 (FUJINO OSAMU) (60324711)	大阪大学・理学研究科・教授 (14401)	
研究分担者	入谷 寛 (IRITANI HIROSHI) (20448400)	京都大学・理学研究科・教授 (14301)	
研究分担者	小西 由紀子 (KONISHI YUKIKO) (30505649)	津田塾大学・学芸学部・教授 (32642)	
研究分担者	安田 健彦 (YASUDA TAKEHIKO) (30507166)	大阪大学・理学研究科・教授 (14401)	
研究分担者	大川 新之介 (OKAWA SHINNOSUKE) (60646909)	大阪大学・理学研究科・准教授 (14401)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	岩木 耕平 (IWAKI KOHEI) (00750598)	東京大学・大学院数理科学研究科・准教授 (12601)	
研究分担者	神田 遼 (KANDA RYO) (50748324)	大阪公立大学・大学院理学研究科・准教授 (24405)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	川谷 康太郎 (KAWATANI KOTARO)		特任教員として雇用
研究協力者	池田 暁志 (IKEDA AKISHI)		2017年度まで連携研究者．2019年度に特任教員として雇用
研究協力者	白石 勇貴 (SHIRAISHI YUUKI)		2017年度まで連携研究者
研究協力者	小林 和志 (KOBAYASHI KAZUSHI)		特任研究員として雇用
研究協力者	マクファーソン アンドリュー (Macpherson Andrew)		特任教員として雇用

6. 研究組織(つづき)

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	三田 史彦 (SANDA FUMIHIKO)		特任研究員として雇用

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計23件

国際研究集会 Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry	開催年 2021年～2021年
国際研究集会 Online Workshop on Mirror Symmetry and Related Topics, Kyoto 2020	開催年 2020年～2020年
国際研究集会 第二回 大阪高次元代数多様体論	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Interaction between Algebraic Geometry and QFT	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Mirror Symmetry and Related Topics, 2019	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Mini Workshop on Derived Categories and Related Topics	開催年 2020年～2020年
国際研究集会 城崎代数幾何学シンポジウム2019	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Mirror Symmetry for Fano Manifolds and Related Topics	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Noncommutative deformations and moduli spaces	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Kinosaki Algebraic Geometry 2018	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Mirror Symmetry and Related Topics	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 Categorical and Analytic Invariants in Algebraic Geometry V	開催年 2017年～2017年

国際研究集会 Developments of mathematics at IPMU: in honor of Kyoji Saito	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 K3 Surfaces and Related Topics	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 Higher Residue Week, 2016	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Matrix Factorizations and Related Topics, 2016	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Kinosaki Symposium of Algebraic Geometry, 2016	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Algebraic Geometry and Integrable Systems, Kobe 2016	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Workshop on Mirror Symmetry and Related Topics, Kyoto 2016	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Geometry, Analysis and Mathematical Physics	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 Derived Category and Birational Geometry	開催年 2017年～2017年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	Columbia University	University of Southern California	University of Washington	他5機関
ロシア連邦	Higher School of Economics	Steklov Institute of Mathematics	Skolkoltech	他2機関
ドイツ	Leibniz Universitaet Hannover	Universitaet Bonn	Ruprecht-Karls-Universitaet Heidelberg	他1機関
イタリア	SISSA	University of Florence	ICTP	
ベルギー	University of Antwerp	University of Hasselt		
英国	Imperial College London	The University of Edinburgh	University of Sheffield	
カナダ	University of Toronto	Brock University	University of New Brunswick	