

令和 5 年 6 月 13 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(S)

研究期間：2016～2020

課題番号：16H06339

研究課題名（和文）非線形解析学と計算流体力学の協働による乱流の数学的理論の新展開

研究課題名（英文）New development of mathematical theory of turbulence by collaboration of the nonlinear analysis and computational fluid dynamics

研究代表者

小園 英雄 (Kozono, Hideo)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：00195728

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 119,600,000円

研究成果の概要（和文）：流体の運動を支配するナビエ・ストークス方程式の適切性については、ミレニアムにおける数学の7つの難題のひとつとして世界に向けて提唱された。本研究では同方程式の初期値問題の適切性を主題とし、外部領域における数学的理論の新展開、特に物体を通り過ぎる流れの現象解析及び非有界領域における種々のリュービル型定理を導出した。更に3次元ベクトル場の分解定理を可積分空間において証明し、その応用として多重連結領域における定常問題の可解性を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究により、ナビエ・ストークス方程式の適切性問題の解決の突破口となり、更に解の正則性、安定性の問題へと発展した。特に解の厳密な減衰レートを導出したことは、流体力学の数値計算結果からも注目された。また、関数空間のパラメータの値により流体現象におけるパラドックスの必要十分条件を与えたことに、数学と物理・工学の調和と相互発展を見ることが出来る。本成果は、大規模な有限計算の極限状態を予測可能とし、近代解析学の手法が社会的関心の高い様々な流動現象の解明、及びその予測・予測信頼性向上に寄与することが期待される。

研究成果の概要（英文）：The problem on well-posedness of the Navier-Stokes equations governing the fluid motion has been proposed by the Clay Institute as one of seven Millennium Problems to the all over the world. The main theme of this research project brings focus onto the initial value problem on the Navier-Stokes equations as well as the mathematical question on the exterior domains. In particular, the fluid motion past a rotating obstacle and Liouville-type theorems in various unbounded domains have been clarified. Furthermore, the decomposition of vector fields in exterior domains of de Rahm-Hodge-Kodaira type has been established in the L

研究分野：非線形偏微分方程式の関数解析学及び調和解析学の手法による解法

キーワード：ナビエ・ストークス方程式 オイラー方程式 プラントル方程式 ベゾフ空間 最大正則性 作用素の分数べき 解析的半群 ヘルムホルツ-ワイル分解

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

非線形発展方程式における主要な研究テーマとして、解の時間無限大における漸近挙動が上げられる。研究代表者小園はナビエ・ストークス方程式の解のエネルギー減衰について先駆的な研究を行ってきた。実際、2次元平面領域において、収束の指数は-1乗であることを求めた。この漸近指数は線形ストークス方程式の摂動として得られるものとしては最良であることが証明された。更に、当時はこの漸近指数は数値計算による計算結果と完全に一致することが明らかになった。勿論、前者はナビエ・ストークス方程式に対する厳密な解析計算から得られた指数であるので改良は不可能であるが、数値計算結果との整合性はそのモデルの信頼性を保障するには極めて有効である。また、数値計算と比較において調和解析学の有力な手法としては、無限大の取り扱いを可能にすることが挙げられる。例えば、平行平板間におけるクエット流の安定性は、数値計算においては周期境界条件という仮想的な制限の下で行われる。調和解析学の手法においても同様に、まずは有限領域で固有値計算を実行するが、領域のサイズをパラメータとし、それを無限大に発散させたときの漸近状態を評価することが鍵となる。この様に、無限領域を有限領域の極限とみなし、有限領域で得られた種々の厳密量の漸近挙動を求めることは、有限サイズでのみ可能な数値計算結果を本質的に超越する手法を提供するものである。一方、金田らはこれまで乱流の計算科学および統計理論的研究を行ってきた。特に最も規範的な乱流場である一様等方性乱流について世界最大規模のDNS実現の実績を持ち、そのデータ解析に基づいた最先端の知見を有している。さらに恣意的パラメータを含まず、最も理論的整合性の高いとされる乱流のスペクトル統計理論の開発を進めてきた。研究当初から、一様等方性乱流についてスーパーコンピュータ「京」による世界最大規模自由度を持つ乱流DNSを実行していた。このように本研究は、乱流の数理的解明を課題とし、数学解析、計算科学の理論および数値データを基に推進される。尚、相互の研究グループの連携を実質化するために、平成26年度まで4回の国際研究集会を開くなど協働を推進してきた。

2. 研究の目的

(1) 調和解析学、特異極限と有限性の影響評価

コンピュータを用いる解析手法は様々な流れを解く強力な手法として知られている。しかし当然ながら、その解析は有限のデータ量、有限の数値の取り扱いに留まる。本研究では調和解析学と計算科学の手法を融合して、この限界を越えた特異極限解析、漸近解析の併用による研究を行う。計算領域の有限性の影響と無限大(極限操作)における収束の漸近状態を明らかにする。

(2) 境界層の数理解析と粘性極限

境界層の遷移を遅らせて層流を保つことは、物体に働く摩擦応力を制御することからも実用上極めて重要である。本研究では、粘性流のナビエ・ストークス方程式、完全流のオイラー方程式、境界層のプラントル方程式の3方程式の解の粘性に関する依存度を関数解析的な手法を用いて考察する。更に、エネルギー散逸率のレイノルズ数無限大の極限值や乱流の統計理論でよく用いられるエネルギースペクトルの指数について、非線形偏微分方程式の手法を駆使して厳密な解析を行う。

(3) 乱流のもつ普遍的法則性の解明

ここでは、小さなスケールにおける普遍性、及び大きなスケールにおける普遍性の二つの視点から研究を行う。その存在に関する仮説はコロモゴロフにはじまり、現代の乱流理論の中核となっているが、その普遍性の内容自体はよく分かっていない。その普遍性の存在とその知見は様々な乱流モデルの根拠となっている。そこで本研究では、ナビエ・ストークス方程式の関数解析における厳密な解析と計算科学の方法を武器にして乱流のダイナミクスに内在する普遍的法則の解明を目指す。

(4) 情報縮約手法の開発、予測可能性と信頼性の評価

現実の乱流の問題を解くには乱流の巨大な自由度を適切に減減せざるを得ない。本研究では調和解析学の手法を導入し、恣意的なパラメータの導入や調節に依存しない、また予測信頼性の評価のできる乱流情報縮約手法(モデル)の開発を行う。

3. 研究の方法

本研究は、非線形解析研究班と流体力学研究班の連携によって推進する。非線形解析研究班では、非線形偏微分方程式の手法、特に調和解析学と関数解析学を用いてナビエ・ストークス方程式の解の性質を、数学的厳密理論の観点から考察する。領域のサイズの影響やエネルギー減衰といった数値計算では扱えない無限大や極限操作を研究対象とし、大規模な流れを記述する適切なモデルの構築を行うと同時に乱流の普遍原理の解明に数学的な確証を与える。主要メンバーは小園、隠居、三浦、前川よりなる。流体力学研究班では、計算科学的方法、特に大規模直接数値シミュレーション(Direct Numerical Simulation)による乱流現象の解明、及び数理論的根拠を持ち、恣意的調節パラメータを含まない情報縮約手法の開発に挑戦する。主要メンバーは金田、芳松よりなる。

(1) 調和解析学、特異極限と有限性の影響評価

無限領域における流れの解析:ナビエ・ストークス方程式の数少ない厳密解として知られている平行平板間のクエット流について、その時間無限大における漸近挙動を定常解への収束の厳密な指数(レート)とともに求める。解の漸近挙動の考察は、まずは主流の摂動として決定される

線形化作用素のスペクトルを調べることが基本である。しかし、クエット流のように無限領域における流れを主流とした場合は、連続スペクトルの取り扱いが困難となる。そこで本研究では、平行平板と直交する方向に周期境界条件を課し、まずは有限な領域で固有値の下限を評価する。

(2)境界層の数理解析と粘性極限

2次元上半平面におけるプラントル方程式の初期値境界値問題の可解性については、ごく限られた状況下でのみ得られている。実際、可解である初期値のクラスは解析性や単調性を仮定している。また非適切である初期値のクラスはソボレフ空間であり、両者の乖離は大きい。一方、ナビエ・ストークス方程式に関しては、最近、調和解析学的手法を駆使して負の微分階数におけるベゾフ空間における適切・非適切性を分類する閾値が得られた。そこで、プラントル方程式に関しても、初期値の属する関数空間を出来るだけ広く採用し、適切性の臨界指数を導出することを目指す。

(3)乱流のもつ普遍的法則性の解明

自然や科学技術の諸分野で現れる乱流では、しばしば固体境界の存在が流れに重要な影響を及ぼす。一般にその境界近傍では流れが急激に変化する乱流境界層と呼ばれる領域が形成される。乱流境界層には、境界条件や外力の詳細によらない普遍的な統計法則があるとされているが、その理論はまだ確立されていない。そこで本研究では、世界最高レベルのDNSのデータ解析に基づいて乱流境界層の統計理論を展開し、実験による検証を行う。

(4)情報縮約手法の開発、予測可能性と信頼性の評価

3次元乱流の自由度は膨大であり流れの予測・制御のためには、情報縮約手法、特に数理物理的根拠を持った手法の開発が不可欠である。その際、乱流の自由度の大半は統計的普遍性があると考えられている小さなスケールに存在するため、その普遍性を利用し乱流の小スケールをモデル化することが自然である。本研究では小さなスケールにおけるこれまでおよび(3)の知見を基礎に、恣意的パラメータの調節や経験則に過度に依存しない数理的根拠を持つ乱流モデルの開発を行う。特に、小さな渦についてはスペクトル統計理論を用いて統計的にモデル化し、大きな渦については直接その運動を解く Large Eddy Simulation (LES) 手法の開発を目指す。

4. 研究成果

(1)流体力学の基礎方程式

3次元空間における定常 Navier-Stokes 方程式における Liouville 型定理

3次元空間において Dirichlet 積分有限の範囲で、定常 Navier-Stokes 方程式の解のアプリオリ評価を、同積分と同じスケールを有する渦度ベクトルの無限遠方の挙動によって確立した。その応用として、渦度が無限遠方で距離の $5/3$ 乗よりも早い減衰を示すならば、自明解に限るという Liouville 型定理を証明した。

外部領域における準線形双曲型モデル流体方程式の球対称解の漸近挙動

高次元空間の外部領域における圧縮性粘性流体の運動を記述する双曲型モデルの方程式に対して、その球対称解の時間大域的古典解の存在と漸近挙動を示した。手法としては、重み付き L^2 -エネルギー法を用いることにより、伝播速度が線形波動のそれに比べて小さいという制限 (Sub-characteristic condition) を除去することに成功した。

非斉次 Dirichlet 境界条件下における Navier-Stokes 方程式の時間大域的な強解の存在とその漸近的減衰

内部および外部領域の双方における非定常 Navier-Stokes 方程式の境界条件が時間に依存して減衰する場合、強解の時間大域的乱流解の存在とその漸近挙動を時間変数の指数の観点から求めた。内部領域については指数減衰、外部領域においては代数的オーダーによる減衰であるが、特に境界条件が斉次である場合は、従来の結果を含むものである。手法としては、線形 Stokes 方程式の L^p -最大正則性定理が重要な役割を演じる。

Stokes 方程式の固有値の Hadamard 変分公式とその応用

3次元における滑らかな閉曲面で囲まれた領域をその体積が一定に保たれる様な摂動を施した場合の Stokes 方程式の固有値の Hadamard 変分公式を導出した。その応用として、体積を保存する様な領域のすべての摂動に対して固有値の Hadamard 変分がゼロであるならば、もとの領域は 2次元トーラスに他ならないことを証明した。

Lorentz 空間に外力をもつ Navier-Stokes 方程式とその自己相似解への応用

n 次元空間において Navier-Stokes 方程式の Cauchy 問題を取り扱った。与えられた初期データと外力が共にスケール不変な Lorentz 空間で十分小さければ、時間大域的な軟解 (mild solution) が一意的存在することを証明した。更に初期データが微分可能性を有した Besov 型のスケール不変な空間に属していれば、我々の構成した軟解は強解 (strong solution) となることを示した。手法は方程式に付随する非線形項の Lorentz 空間における双線形評価式と線形 Stokes 方程式の最大正則性による。応用として与えられたデータが斉次関数であれば、Navier-Stokes 方程式の自己相似解が存在することを明らかにした。特に時間大域的軟解の構成は陰関数定理によるので、副産物として与えられたデータに関する解の連続依存性が従う。

Navier-Stokes 方程式の一般化された適切な弱解のエネルギー有限性と 2次元非有界領域における Liouville 型定理

Caffarelli-Kohn-Nirenberg によって提唱された Navier-Stokes 方程式の適切な弱解 (suitable weak solution) を運動エネルギーおよびその散逸が必ずしも有界でないより一般的な超関数のクラス

で考察した。実際、その様な超関数解で、局所的なエネルギー不等式を満たすものを一般化された適切な弱解 (generalized suitable weak solution) と名付け、付随する圧力関数とともに無限遠方で弱い増大度を仮定するならば、初期データのエネルギー有限性が時間発展後も運動エネルギーとその散逸が有限に留まることを保証し、かつエネルギー等式が成り立たしめ得ることを証明した。この結果は全空間 R^n ($n \geq 2$) によるものであるが、特に 2次元平面においては一般の非有界領域においても過度の遠方での減衰度と、領域の境界におけるある種の積分量の符号を仮定するならば、時間発展後も解の渦とその一階偏導関数は領域全体で自乗可積分であることを示した。両者の結果の応用として、Navier-Stokes 方程式の解に対して新たな Liouville 型定理を確立した。

特異なデータを有する Navier-Stokes 方程式

与えられた初期データと外力とがデルタ関数など様に特異点を有する場合であっても、Serrin クラスの強解が存在することを証明した。手法は Besov 空間における Stokes 方程式の最大正則性定理とそのノルムに付随する関数空間における双線形評価式による。応用として 2次元平面で初期過度や外力がデルタ関数であっても、正則な解が存在することを示した。また 3次元空間においては初期速度や外力が一重層ポテンシャルと同様な特異点を有しても、それらのノルムが十分小さければ、時間大域的な正則解が存在することを明らかにした。

Navier-Stokes 時間の重み付き Besov 空間における研究

n 次元空間において斉次 Besov 空間を導入し、それに時間変数の重みを乗じるスケール不変な時空間の関数空間で外力付きの Navier-Stokes 方程式の軟解の一意存在を議論した。実際、与えられたデータがそれらの関数空間で十分小さければ、時間大域的な軟解が一意的に存在することを証明した。手法は適切な解空間を設定し、解を与えられたデータの陰関数と捉えることに特徴がある。陰関数定理の帰結としてデータに対する解写像の連続依存性が得られる。その応用としてスケール不変な時空間の関数空間における解の時間漸近的な安定性も証明できる。更に与えられたデータが大きい場合は、臨界 Besov 空間における高周波部分が小さいという付加条件の下で時間局所解を構成した。尚、我々の付加条件は、従来の L^p (ただし、 $n < p < \infty$) に属する大きな初期データの時間局所解の存在定理を含むより一般的なものである。

柱状領域におけるスリップ境界条件下での圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解の漸近挙動

3次元柱状領域における圧縮性 Navier-Stokes 方程式をスリップ境界条件下で考察し、静止状態の十分小さい摂動に対する漸近安定性を示した。粘着境界条件下においては、解の時間無限大における漸近的主要部は純粋な拡散減衰で与えられる。一方、スリップ条件の場合は 2次元問題が考察されており、摂動の漸近的主要部は、方程式の双曲型の側面を反映した非線形拡散波の重ね合わせで与えられることが知られていた。本研究では 3次元問題を考察し、解の漸近的主要部は非線形拡散波および拡散剛体回転運動の重ね合わせで与えられることを証明した。拡散剛体回転運動は非圧縮流となっており、この重ね合わせは解の漸近的圧縮-非圧縮分解を表すものとなっている。

3次元外部領域における Lr-Helmholtz-Weyl 分解

3次元 Euclid 空間内の滑らかなコンパクトな曲面を境界に持つ外部領域 Ω において、 L^r -ベクトル場の de Rham-Hodge-Kodaira 型分解定理を考察した。ベクトル場の境界条件は、境界に接するもの V^r 、直交するもの X^r の 2種類を対象とした。まず、最初にこれらの調和ベクトル場の空間が、共に有限次元であることを示した。有界領域の場合と異なり空間 V^r に関しては、領域 Ω の位相幾何学的な不変量 (Betti 数) と可積分指数 r によって異なることも明らかにした。次に任意の L^r -ベクトル場が、調和部分とベクトルポテンシャル、スカラーポテンシャルのそれぞれの回転と勾配の和で表現できることを証明した。ただし、その分解の一意性、すなわち直和分解の正当性については、調和部分の境界条件と可積分指数 $r=3/2$ および $r=3$ を閾値として分類されることを明らかにした。

(2) 乱流のもつ普遍的法則性

乱流の小さなスケールにおける普遍法則

成層乱流では、線形近似あるいは長波長 (大きなスケール) の極限ではプラントバイサラ振動数と呼ばれる成層乱流に特有の固有振動数が表れる。しかし、小さなスケールでは乱流場の持つ非線形性によってその振動は変調される。ここでは不可逆過程の熱・統計力学で発展させられてきた線形応答理論の考え方を成層乱流に適用し、その変調の理論を導いた。更に、乱流中に分布する、慣性を持った粒子 (慣性粒子) の密度場のウェーブレット解析を行った。スケールが小さくなるにつれて密度場の間欠性が強くなることを示した。

非圧縮性一様乱流の大規模構造

外力のある場合への理論の拡張を行った。その例として浮力を受けた 3次元非圧縮性乱流 (成層乱流) の大規模構造および減衰則について調べた。成層の効果を含む線形演算子の固有モードを用いた表現 (いわゆる相互作用表示) 空間において 2次相関が $k \rightarrow 0$ である時間不変性を持つことを示し、さらにその不変性と適当な自己相似仮定を用いて、乱流場の減衰法則を導いた。その予測を DNS によって検証した結果、DNS 結果と整合することが分かった。

(3) 情報縮約手法の開発

ウェーブレット解析に基づく手法: Euler 方程式の正則化

3次元非圧縮 Euler 方程式の数値解をウェーブレット非線形フィルタリングにより正則化する手

法を開発した。Euler 方程式の数値解、正則化された数値解を、フーリエスペクトル法で求めた。この正則化により、前者の解で現れる k^2 エネルギースペクトルをなす白色ノイズを除去できる。Euler 方程式の解の渦度場のウェーブレット係数の絶対値の上位約 3% の係数の情報を保持するだけで、同じ格子点数かつ $k_{\max} \eta^{-1}$ の 3 次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の DNS により得られる $k^{-5/3}$ のエネルギースペクトルをはじめ、様々な統計量の時間発展をもよく再現することを示した。ここで、 k_{\max} は最大波数、 η はコルモゴロフ長さである。

ウェーブレット解析に基づく手法: 平行二平板乱流

規範的な非一様乱流である平行二平板間乱流の秩序渦度を直交離散ウェーブレットを用いた非線形フィルタリングにより抽出した。渦度場のウェーブレット係数の絶対値の上位約 3% の係数の情報だけで、元の乱流場の秩序渦だけでなく、エネルギースペクトルなどの乱流統計をよく再現することを示した。

非圧縮性一様乱流中の慣性粒子クラスタリングのクロージャー手法の開発

3 次元非圧縮一様等方性乱流における慣性を持った粒子 (慣性粒子) のクラスタリングについて調べた。粒子密度の二点相関が慣性小領域において、 $r^{-4/3}$ に従うことを現象論により示した。ここで r は二点間の距離である。更に、3 次元非圧縮一様等方性乱流における慣性を持った粒子 (慣性粒子) のクラスタリングについて調べた。粒子密度の二点相関が慣性小領域において、 $r^{-4/3}$ に従うことを現象論およびクロージャー解析により示した。この冪則は、乱流混合と粒子のクラスタリングとがバランスすることが要因であることを示した。さらに、この冪則が DNS でも観測されたものと整合していることを確認した。

境界条件のモデル化

複雑な形状をした境界をモデル化する方法として境界条件を模擬した項を元の拡散方程式に加える手法の一つであるペナライズ手法を研究した。非斉次のノイマン境界条件のペナライズ表現を開発した。ペナライズ化した拡散方程式の解と元の方程式の厳密解を比較し誤差を評価した。さらに、開発手法を移流拡散方程式に応用し、Navier-Stokes 方程式と連立して熱輸送を伴う流れのシミュレーションを行い、ペナライズを用いずに求めた数値解をよく再現することを示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計21件（うち査読付論文 21件/うち国際共著 7件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Kozono, H., Shimizu, S.	4. 巻 276
2. 論文標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations based on the maximal Lorentz regularity theorem in Besov spaces.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 896--931
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2018.06.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Farwig, R., Kozono, H. Wegmann, D.	4. 巻 375
2. 論文標題 Maximal regularity of the Stokes operator in an exterior domain with moving boundary and application to the Navier-Stokes equations.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Math. Ann.	6. 最初と最後の頁 949--972
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-018-1773-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Kaneko, K., Kozono, H., Shimizu, S.	4. 巻 68
2. 論文標題 Stationary solution to the Navier-Stokes equations in the scaling invariant Besov space and its regularity.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Indiana Univ. Math. J.	6. 最初と最後の頁 857--880
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2019.68.7650	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kozono, H., Miura, M., Sugiyama, Y.	4. 巻 267
2. 論文標題 Time global existence and nite time blow-up criterion for solutions to the Keller-Segel system coupled with the Navier-Stokes fluid.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5410--5492
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2019.05.035	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kozono, H., Shimizu, S.	4. 巻 458
2. 論文標題 Navier-Stokes equations with external forces in Lorentz spaces and its application to the self-similar solutions.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Math. Anal. Appl.	6. 最初と最後の頁 1693-1708
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2017.10.048	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kozono, H., Terasawa, Y., Wakasugi, Y.	4. 巻 265
2. 論文標題 Finite energy of generalized suitable weak solutions to the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems in two dimensional domains.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1227-1247
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.03.027	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kozono, H., Shimizu, S.	4. 巻 710
2. 論文標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations with singular data.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Contemp. Math.	6. 最初と最後の頁 163-173
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/conm/710/14369	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kozono, H., Shimizu, S.	4. 巻 291
2. 論文標題 Navier-Stokes equations with external forces in time-weighted Besov spaces.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Math. Nach.	6. 最初と最後の頁 1781-1800
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mana.201700078	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Reinhard Farwig, Hideo Kozono, Hermann Sohr	4. 巻 1
2. 論文標題 Stokes semigroups, strong, weak, and very weak solutions for general domains	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Handbook of mathematical analysis in mechanics of viscous fluids, Springer,	6. 最初と最後の頁 419-459
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-10151-4_8-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hideo Kozono, Yutaka Terasawa, Yuta Wakasugi	4. 巻 272
2. 論文標題 A remark on Liouville-type theorems for the stationary Navier-Stokes equations in three space dimensions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 804-818
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2016.06.019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Itsuko Hashimoto, Hideo Kozono	4. 巻 262
2. 論文標題 Asymptotic behavior of radially symmetric solutions for a quasilinear hyperbolic fluid model in higher dimensions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5133-5159
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2017.01.020	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Reinhard Farwig, Hideo Kozono, David Wegmann	4. 巻 453
2. 論文標題 Existence of strong solutions and decay of turbulent solutions of Navier-Stokes flow with nonzero Dirichlet boundary data	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 271-286
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2017.03.086	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shuichi Jimbo Hideo Kozono, Yoshiaki Teramoto, Erika Ushikoshi	4. 巻 368
2. 論文標題 Hadamard variational formula for eigenvalues of the Stokes equations and its application	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 877-884
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-016-1410-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Reinhard Farwig, Hideo Kozono, David Wegmann	4. 巻 66
2. 論文標題 Decay of Non-Stationary Navier-Stokes Flow with Nonzero Dirichlet Boundary Data	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Indiana Univ. Math. J.	6. 最初と最後の頁 2169-2185
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2017.66.6163	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kozono, H., Miura, M., Sugiyama, Y.,	4. 巻 270
2. 論文標題 Existence and uniqueness theorem on mild solutions to the Keller-Segel system coupled with the Navier-Stokes fluid	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 1663-1683
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2015.10.016	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hieber M., Kozono, H., Seyfert, A., Shimizu, S., Yanagaisawa, T.	4. 巻 281
2. 論文標題 Lr Helmholtz-Weyl decomposition for three dimensional exterior domains.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 No.109144
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2021.109144	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hieber M., Kozono, H., Seyfert, A., Shimizu.,S., Yanagaisawa,T.	4. 巻 60
2. 論文標題 Stationary Navier-Stokes equations under inhomogeneous boundary conditions in 3D exterior domains.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Calc. Var. Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 No. 180
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-021-02050-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kozono, H., Okada, A., Shimizu, S.	4. 巻 21
2. 論文標題 Necessary and sufficient condition on initial data in the Besov space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Evol. Equ.	6. 最初と最後の頁 3015-3033
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-020-00614-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kozono, H., Okada, A., Shimizu, S.	4. 巻 278
2. 論文標題 Characterization of initial data in the homogeneous Besov space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 3015-3033
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2019.108390	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hieber M., Kozono, H., Seyfert, A., Shimizu.,S., Yanagaisawa,T.	4. 巻 30
2. 論文標題 A Characterization of Harmonic Lr-Vector Fields in Two-Dimensional Exterior Domains.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Geom. Anal.	6. 最初と最後の頁 3742-3759
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-019-00216-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hieber, M., Kozono, H., Seyfert, A., Shimizu, S., Yanagisawa, T.	4. 巻 32
2. 論文標題 A Characterization of harmonic L^r -vector fields in three dimensional exterior domains.	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 J. Geom. Anal.	6. 最初と最後の頁 No. 206
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-022-00938-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

[学会発表] 計18件 (うち招待講演 18件 / うち国際学会 13件)

1. 発表者名 Hideo KOZONO
2. 発表標題 Asymptotic properties of steady solutions to the 2D Navier-Stokes equations with the nite generalized Dirichlet integral.
3. 学会等名 International Conference Nonlinear Analysis, Scuola Normale Superiore di Pisa, (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hideo KOZONO
2. 発表標題 Asymptotic properties of the 2D Navier-Stokes ows
3. 学会等名 XI Workshop on Nonlinear Differential Equations, Varese, Italy, (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hideo KOZONO
2. 発表標題 Lr-Helmholtz-Weyl decomposition in 3D exterior domains.
3. 学会等名 Evolution Equations: Abstract and Applied Perspectives in Honour of the 60th Birthday of Matthias Hieber, Luminy, CIRM, France (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 3次元外部領域におけるLr-Helmholtz-Weyl 分解
3. 学会等名 日本数学会・函数方程式論分科会 研究集会「微分方程式の総合的研究」(招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 2.Characterization of harmonic Lr-vector elds in 3D exterior domains.
3. 学会等名 PDE Workshop New York University of Shanghai (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Harmonic vector eelds in Lr on 3D exterior domains.
3. 学会等名 International Conference on PDEs from Fluids (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Lr harmonic vector elds in 2D exterior domains
3. 学会等名 Oberseminar Analysis at TU Darmstadt (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Finite energy for the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems
3. 学会等名 Conference on Vorticity, Rotation and Symmetry (IV) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Finite energy for the Navier-Stokes equations and Liouville-type theorems
3. 学会等名 International Workshop on the Multi-Phase Flow; Analysis, Modeling and Numerics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations based on the maximal Lorentz regularity theorem in Besov spaces
3. 学会等名 The 26th Annual Meeting on Differential Equations and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Harmonic vector fields in L_r on 3D exterior domains
3. 学会等名 Workshop on Compressible Navier-Stokes Systems and Related Problems (I) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Navier-Stokes equations in Besov spaces
3. 学会等名 International workshop on mathematical science for nonlinear phenomena In honor of Prof. Hisashi Okamoto on his 60th birthday (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 New a priori estimate of the 3D Navier-Stokes equations and its application to the Liouville type theorem
3. 学会等名 International Workshop on Nonlinear Partial Differential Equations and Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Navier-Stokes equations with external forces in time-weighted Besov spaces
3. 学会等名 International Conference on Navier-Stokes Equations and Related PDEs In honor of the 60th birthday of Prof. Hi Jun Choe (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 New a priori estimate of the 3D Navier-Stokes equations and its application to the Liouville-type theorem
3. 学会等名 The 7th Pacic RIM Conference on Mathematics 2016 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 New a priori estimate of the 3D Navier-Stokes equations and its application to the Liouville type theorem
3. 学会等名 Workshop on New trends in Partial Differential Equations (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Asymptotic properties of steady solutions to the 2D Navier-Stokes equations with the nite generalized Dirichlet integral
3. 学会等名 International Workshop on Multiphase Flows: Analysis, Modelling and Numerics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 小園英雄
2. 発表標題 Lr-Helmholtz-Weyl decomposition in two dimensional exterior do- mains
3. 学会等名 Fudan International Seminar on Analysis, PDEs, and Fluid Mechanics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Amann, H., Giga, Y., Kozono, H., Okamoto, K., Yamazaki, M.	4. 発行年 2016年
2. 出版社 Birkhaeuser	5. 総ページ数 482
3. 書名 Recent developments of mathematical fluid mechanics	

〔産業財産権〕

〔その他〕

早稲田大学 理工学術院総合研究所 重点研究領域「数理科学研究所」
<http://www.ims.sci.waseda.ac.jp/>
 Institute for Mathematical Science
<https://www.waseda.jp/fsci/wise/initiatives/math/>
 早稲田大学 理工学術院総合研究所 重点研究領域「数理科学研究所」
<http://www.ims.sci.waseda.ac.jp/>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	三浦 英之 (Miura Hideyuki) (20431497)	東京工業大学・理学院・教授 (12608)	
研究分担者	久保 英夫 (Kubo Hideo) (50283346)	北海道大学・理学院・教授 (10101)	
研究分担者	木村 芳文 (Kimura Yoshifumi) (70169944)	名古屋大学・多元数理科学研究科・教授 (13901)	
研究分担者	芳松 克則 (yoshimatsu Katsunori) (70377802)	名古屋大学・未来材料・システム研究所・准教授 (13901)	
研究分担者	前川 泰則 (Maekawa Yasunori) (70507954)	京都大学・理学研究科・教授 (14301)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	隠居 良行 (Kagei Yoshiyuki) (80243913)	東京工業大学・理学院・教授 (12608)	
研究分担者	金田 行雄 (Kaneda Yukio) (10107691)	名古屋大学・多元数理科学研究科・特任教授 (33903)	
研究分担者	小池 茂昭 (Koike Shigeaki) (90205295)	早稲田大学・理工学術院・教授 (11301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計4件

国際研究集会 Maximal regularity and nonlinear PDE	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 The 15th Japanese-German International Work- shop on Mathematical Fluid Dynamics	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 The 13th Japanese-German International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 The 14th Japanese-German International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics	開催年 2017年～2017年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
ドイツ	TU Darmstadt			