

**科学研究費助成事業 研究成果報告書**

平成 29 年 5 月 19 日現在

機関番号：37111

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2016～2016

課題番号：16H07385

研究課題名(和文) 並列化有限要素法による大規模電磁界解析システムの開発

研究課題名(英文) Development of Large-scale Electromagnetic Field Analysis Based on Parallelized Finite Element Method

研究代表者

圓谷 友紀 (TSUBURAYA, Tomonori)

福岡大学・工学部・助教

研究者番号：50782330

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,200,000円

研究成果の概要(和文)：並列化有限要素法の開発に必要な線形解法の効率的な前処理を検討し、以下の成果が得られた。

(1) フィルイン付きブロック不完全コレスキー分解(IC)前処理を導入した。静磁界、時間領域渦電流解析において、フィルインを無視したIC前処理よりも収束特性が概ね30%改善できることを明らかにした。

(2) 積層電磁鋼板を含むモデル、IH調理器の解析にフィルイン付きIC前処理を導入した。IH調理器の周波数領域渦電流解析において、導入した前処理はフィルインを無視する方法よりも、約4倍の高速化が達成できた。

研究成果の概要(英文)：To realize further speed-up of parallel finite element method, effective preconditioner for linear system is investigated. The obtained results are summarized as follows.

(1) The block incomplete-Cholesky (IC) preconditioner with fill-in was introduced into parallelized linear solver. In magnetostatic field analysis and time-domain eddy current analysis, the convergence characteristic using block IC with fill-in was superior to block IC without fill-in.

(2) The convergence characteristic of linear solver in laminated core model and induction heating (IH) cooker was improved by block IC with fill-in. In frequency-domain eddy current analysis of IH cooker, the elapsed time using block IC with fill-in was reduced to one fourth in comparison with conventional block IC.

研究分野：計算電磁気学

キーワード：電磁界解析 線形方程式 前処理 並列計算

### 1. 研究開始当初の背景

環境問題やエネルギー問題によって、電気機器の省エネルギー化に対する要求が大きく高まっている。この要求に応えるために、有限要素法による電磁界解析が電気機器設計の現場で積極的に活用されている。近年、複雑形状を忠実に再現した大規模三次元解析だけでなく、電磁気現象、熱現象、構造力学等の複数の物理現象が絡んだマルチフィジックス解析のニーズも高まっている。しかし、問題サイズが膨大となるため、実用的な時間内で解析できる手法は確立されていない。それゆえ、計算規模の大きい問題を高速に求解できる計算手法の確立は必要である。

### 2. 研究の目的

図1に示すように、有限要素法では、解析領域を三角形や四角形に分割し、各要素情報を集約した連立一次方程式を解く。連立一次方程式の求解は、総計算時間の半分以上を占めるので、高速なソルバが必要不可欠である。申請者は、これまで連立一次方程式求解の並列アルゴリズムを開発し、その有効性を検証した。しかし、これまでの研究では集中メモリ型並列計算機に特化しており、並列性能を引き出すには限界があった。さらに、これは有限要素解析の一部分のみを並列化しただけで、係数行列の構築から物理量の算出を含む一連の計算全てを並列化しなければさらなる高速化が実現できない。

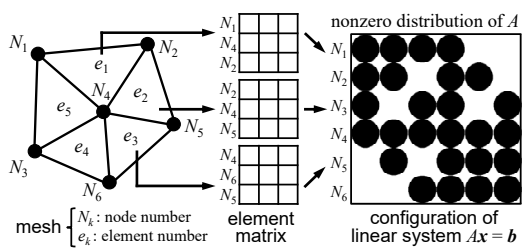


図1 有限要素解析の概略手順

そこで、係数行列の構築、連立一次方程式の求解、磁束密度・渦電流損失の算出、全てを分散メモリ型の大型計算機で実行できる並列化有限要素法の開発を行う。電磁界解析の分野では、モータの三次元解析をPCクラスあるいは地球シミュレータに並列実装している。しかし、連立一次方程式の前処理に使用するブロック化は演算コアの増加に伴い、収束特性が劣化する問題がある。また、領域分割にはフリーソフト METIS が多用さ

れているが、必ずしも電磁界解析に適しているとは限らない。そこで、さらなる高速化・高性能化を目指して、① 電磁界解析のための領域分割方法、② 強力な連立一次方程式前処理の開発、の2点を検討する。本研究課題では特に、後者の連立一次方程式の前処理に焦点を絞って検討を行った。

### 3. 研究の方法

(1) 線形方程式の前処理では、前進・後退代入を簡素化できるブロック化前処理を使用することが多い。しかし、並列度数の増加に伴い、前処理で無視される非零要素の数が増えるので、収束特性は悪化する傾向にある。そこで、フィルインを許容した不完全コレスキー分解 (IC) 前処理を導入し、分散並列環境での性能評価を行う。

(2) 積層電磁鋼板を含むモデルや高周波で駆動する IH 調理器では、外側の空気領域を扁平な要素で離散化する。この場合、線形解法の収束が遅くなる傾向にあり、収束特性の改善が望まれていた。そこで、上記で検討したフィルイン付き IC 前処理を導入し、計算速度向上を試みる。

### 4. 研究成果

#### (1) フィルインを導入したブロック IC 前処理に関する基礎検討

本研究では、図2に示すフィルイン付きブロック IC 前処理を構築する。並列計算機の各プロセスには行方向分割された係数行列のデータを有している。そのデータから (a) のように前処理で使用する非零要素を選定する。(a) より、ブロックから漏れる非零要素 (図中の●) が存在するために、並列度数を増やす (ブロックの数を増やす) と、収束特性が悪化し、良好な並列性能が得られない可能性がある。そこで、IC 分解の過程から得られるフィルインをブロック内にのみ定義することで、収束特性の向上を図った。フィ

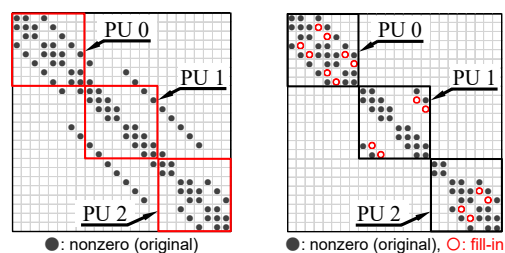


図2 フィルイン付きブロック IC 前処理

ルインの位置をブロック内に限定するので、前処理の構築、反復解法中の前進・後退代入の計算は問題なく並列化可能である。

開発した前処理の性能について、図3に示す磁気シールド、電気学会渦電流解析モデルを用いて検証する。なお、磁気シールドでは静磁界解析、渦電流問題では時間領域1ステップ目の方程式を評価した。図4に係数行列の非零要素分布を示す。双方のモデルとも対角から離れた位置に非零要素が分布しており、バンド幅が大きい行列となる。図5に開発した前処理の性能を示す。ここで、IC(0)はフィルインを無視した従来法、RIFは構造解析で有用性が確かめられているロバスト不完全分解前処理、IC(1)は開発した前処理である。図5より双方のモデルにおいて、IC(1)は従来のIC(0)よりも概して40%反復回数が減じられ、当初の目標であったブロック化前処理の性能改善を達成できていることが分かる。計算時間を表1, 2に示す。双方のモデルとも従来法であるIC(0)が最速の結果となっている。これはIC(1)ではフィルイン探索のオーバーヘッドが追加された影響による。一方、並列度数(プロセス数)を増やしたときのスケラビリティはIC(0)よりも優れているので、高並列環境においてIC(1)が最

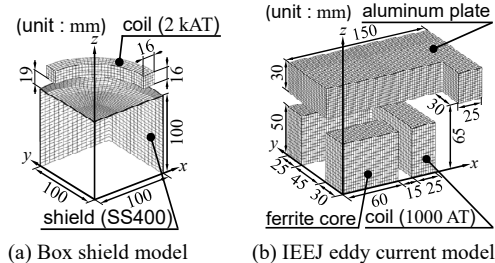


図3 解析モデル

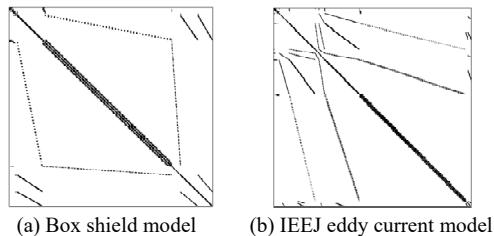


図4 係数行列の非零要素分布

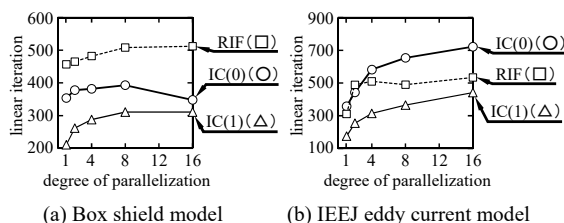


図5 各モデルにおけるフィルイン付きIC前処理の性能

表1 ボックスシールドモデルにおける性能評価

precond.	$N_p$	linear it.	elapsed time [s]				scal. ( $T_1 / T_{Np}$ )	
			precond.	$Au$	$C^{-1}u$	$C^{-T}u$		total ( $T_{Np}$ )
Block IC(0)	1	354	0.2	2.0	1.0	4.8	1.0	
	16	348	0.01	1.2	0.1	0.07	1.6	3.0
Block IC(1)	1	211	211.1	1.1	1.7	1.7	216.1	1.0
	16	311	2.3	1.3	0.4	0.3	4.6	46.9
Block RIF	1	457	1744.0	2.8	1.3	1.3	1744.0	1.0
	16	512	12.1	2.5	0.3	0.2	15.4	113.2

表2 渦電流問題における性能評価

precond.	$N_p$	linear it.	elapsed time [s]				scal. ( $T_1 / T_{Np}$ )	
			precond.	$Au$	$C^{-1}u$	$C^{-T}u$		total ( $T_{Np}$ )
Block IC(0)	1	358	0.7	11.5	6.0	6.6	27.6	1.0
	16	722	0.05	11.3	2.1	1.8	16.2	1.7
Block IC(1)	1	175	4775.3	5.6	9.1	9.4	4800.9	1.0
	16	442	37.8	6.6	3.2	3.0	51.4	93.4
Block RIF	1	311	52630.7	11.1	5.5	6.0	52655.8	1.0
	16	534	486.9	8.5	1.6	1.3	499.1	105.5

速となる可能性はある。

## (2) 扁平な要素を含む有限要素解析への応用

磁気シールドや積層電磁鋼板を含む解析では、空気中を扁平な要素で分割する。この場合、連立一次方程式の求解時に使用する反復解法の収束が劣化する傾向にあり、計算速度の遅延を招くことが多い。そこで、(1)で報告したブロックIC(1)前処理を適用し、問題の解決を図る。

図6に検証モデルを示す。(a)では厚さ2mmの電磁鋼板がx軸方向に積層されており、占積率を96%とする。なお、本モデルでは線形静磁界解析から得られる方程式を評価した。(b)ではフライパンの厚さを2mmと設定し、周波数領域渦電流解析を行う。コイルに流れる電流の周波数を90kHzに設定するため、表皮深さを考慮して要素分割する必要がある。それゆえ、フライパンは厚さ方向に40層に分割する。図7に係数行列の非零要素位置を示す。積層電磁鋼板のモデルでは

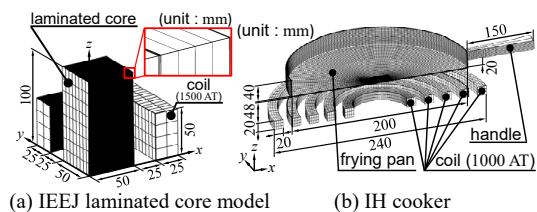


図6 扁平な要素を含む解析モデル

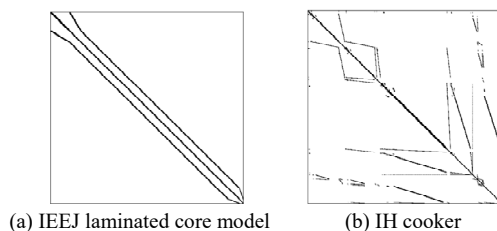


図7 係数行列の非零要素分布

対角付近に非零要素が分布するのに対して、IH 調理器では行列のバンド幅が大きいという特徴を持つ。

まず、積層電磁鋼板における性能を表 3 に示す。ここで、 $N_p$  は並列度数、 $T_{N_p}$  は  $N_p$  プロセスを使用したときの計算時間である。IC(2)、IC(3) はフィルインの許容レベルを 2, 3 にしたときの IC 分解前処理を示す。16 プロセスを使用した場合、Block IC(1) は Block IC(0) よりも反復回数が少ない。また、フィルインのレベルを大きくした場合、収束特性の改善効果は顕著に現れていないことから、実用的にはフィルインのレベルを 1 とした方がよいと考えられる。本問題では、フィルインの探索時間よりも共役勾配法の反復ループ（行列ベクトル積、前進・後退代入）の方が支配的であるため、Block IC(1) は従来の Block IC(0) に迫る計算時間で求解できた。

次に、IH 調理器における性能評価を表 4 に示す。本モデルでは周波数領域で解くため、得られる係数行列は複素対称疎行列となる。表 4 より Block IC(1) は Block IC(0) に比べて良好な収束特性が得られている。フィルイン探索のオーバーヘッドを考慮しても、総計算時間  $T_{N_p}$  は Block IC(0) を凌駕しており、開発した Block IC(1) の有効性が確認できる。

表 3 電磁鋼板モデルにおける性能評価

precond.	$N_p$	linear it.	elapsed time [s]				
			precond.	$Au$	$C^{-1}u$	$C^{-T}u$	total ( $T_{N_p}$ )
IC(0)	1	15,142	0.3	348.2	191.6	203.1	826.0
Block IC(0)	16	16,037	0.01	86.3	26.1	18.8	242.8
Block IC(1)	16	13,285	16.4	71.0	37.7	31.4	266.8
Block IC(2)	16	12,833	20.7	68.7	45.9	39.9	275.2
Block IC(3)	16	12,451	26.5	66.4	56.5	50.6	292.3

表 4 IH 調理器における性能評価

precond.	$N_p$	linear it.	elapsed time [s]				
			precond.	$Au$	$C^{-1}u$	$C^{-T}u$	total ( $T_{N_p}$ )
IC(0)	1	19,767	4.8	6352.6	3171.4	3666.6	14611.8
Block IC(0)	16	15,678	0.2	914.0	323.2	302.2	4157.2
Block IC(1)	16	3,285	198.3	171.4	195.0	185.4	1084.4
Block IC(2)	16	3,283	311.6	164.6	327.2	327.5	1465.7
Block IC(3)	16	3,229	501.8	161.2	452.7	454.2	1902.9

### (3) 得られた成果の国内外における位置づけとインパクト

本研究で開発した前処理の性能は電磁界解析の分野では未解明であったので、得られた知見の有用性は高いと考えられる。研究成果は電磁界解析に関する国際会議 CEFC 2016、国内の学会で発表し、数多くの研究者から質問・コメントを頂いた。

### (4) 今後の検討課題

① 開発した前処理は、計算時間の削減とい

う観点から十分な性能を発揮できないケースが存在した。そのため、収束特性に及ぼす因子である非零要素位置を変えるオーダリングの導入が必要である（図 6 を参照）。本研究ではオーダリングが未実装であったため、今後は適切なオーダリングを導入して、計算速度の向上を図る。

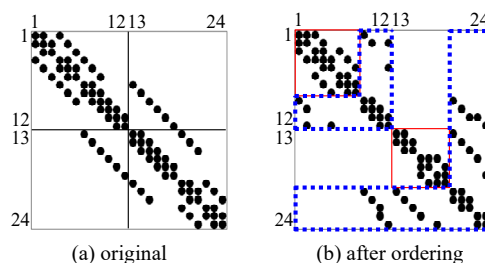


図 6 オーダリングの例

② 領域分割法を使用した並列化有限要素法は開発途中であったので、それに対する Block IC(1) の性能を評価できなかった。今後は、分散メモリ環境で動作する電磁界解析へ Block IC(1) を導入し、その性能を評価する必要がある。

## 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 1 件）

① 圓谷友紀, 岡本吉史, 里周二: 「辺有限要素法による電磁界解析におけるブロックマルチカラーオーダリングを援用した並列化前処理付き MRTR 法に基づく線形方程式求解の高速化」, 電気学会論文誌 A, Vol. 136, No. 7, pp. 395-403 (2016) (査読有)

DOI : 10.1541/ieejfms.136.395

〔学会発表〕（計 5 件）

① 圓谷友紀, 岡本吉史, 孟志奇: 「辺有限要素解析から得られる線形方程式における高次のフィルインを導入したブロック IC 前処理に関する検討」, 平成 29 年電気学会全国大会, 5-072, p. 121, 2017 年 3 月 15 日 (富山大学, 富山県富山市)

② 圓谷友紀, 岡本吉史: 「連立方程式の並列計算法」, 電気学会電力・エネルギーフォーラム 先進電磁界解析による設計高度化技術, 2017 年 3 月 10 日 (同志社大学東京オフィス, 東京都中央区)

③ T. Tsuburava, Y. Okamoto, and Z. Meng,

“Parallelization Performance of Robust Incomplete Factorization Preconditioner for Real Symmetric Linear Systems Arising in Magnetic Field Analyses,” *The 17th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC 2016)*, WP031-3, Miami, America, 2016年11月16日（査読有）

- ④ **圓谷友紀**, 岡本吉史:「周波数領域有限要素法を用いた共振器電磁界解析に対する前処理付き線形方程式解法の性能－各種前処理の特性と並列化による高速化－」, エレクトロニクスシミュレーション研究会, EST2016-52, pp. 265-270, 2016年9月9日（石垣市商工会館, 沖縄県石垣市）
- ⑤ **圓谷友紀**, 岡本吉史, 孟志奇:「辺有限要素法から得られる線形方程式におけるロバスト不完全分解前処理の並列性能」, 平成28年電気学会基礎・材料・共通部門大会, 6-C-a1-1, p. 172, 2016年9月6日（九州工業大学, 福岡県北九州市）

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕

- 出願状況（計 0 件）  
○取得状況（計 0 件）

〔その他〕 なし

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

圓谷 友紀 (TSUBURAYA, Tomonori)  
福岡大学・工学部・助教  
研究者番号: 50782330

(2) 研究分担者   なし

(3) 連携研究者   なし

(4) 研究協力者   なし