

令和 6 年 5 月 17 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2023

課題番号：16K00001

研究課題名（和文）ネットワーク構造を有する離散最適化問題に対する高性能アルゴリズムとその応用

研究課題名（英文）Algorithms for discrete optimization problems on network structures and their applications

研究代表者

石井 利昌（Ishii, Toshimasa）

北海道大学・経済学研究院・教授

研究者番号：30324487

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：現代社会において解決が求められる諸問題の中には、通信網・交通網・電力網・VLSIなどネットワーク的構造を持つものが多くみられる。本研究では、ネットワーク制御・設計が求められるいくつかの問題に対して、グラフを用いた離散最適化問題としてモデル化することで、効率的なアルゴリズムの開発や計算の複雑さの解析を行った。また、これらの結果をネットワーク以外の一般的な問題に応用するための拡張についていくつかの結果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現代社会において解決が求められる諸問題の中には、通信網・交通網などネットワーク的構造を持つものが多くみられる。本研究では、特に、ネットワーク制御・設計に関するいくつかの問題に対して、効率的なアルゴリズムの開発や問題の困難さの解析を行った。これらの成果は基礎研究であり、直ちに実用化されるものではないが、近年、地震・台風等による自然災害が頻発する中、より安定的なネットワーク制御・設計のために寄与しうる研究と位置づけられる。

研究成果の概要（英文）：In modern society, we have many network structures such as communication networks, traffic networks, power grids, and VLSI. In this research, we focus on problems which appear on the design and control of such networks. By formalizing them as discrete optimization problems on graphs, we proposed several efficient algorithms for solving them and analyzed their computational complexities. Also, we extended these results, which may contribute to the analysis of other general problems.

研究分野：組合せ最適化，アルゴリズム理論

キーワード：組合せ最適化 アルゴリズム ネットワーク設計 グラフ理論 離散最適化

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

現代社会において解決が求められる諸問題の中には、通信網・交通網・電力網・VLSI などネットワーク的構造を持つものが多くみられる。例えば、地震・洪水等の自然災害が頻発する中、安定的なネットワーク制御・設計がより一層求められていた。このようなネットワークに関する諸現象を理論的に扱う場合、しばしばグラフにモデル化される。信頼性の高いシステムを実現するためにはある程度の故障が起きても対処できる構造が求められるが、例えば、グラフ理論における連結度の概念は、このような耐故障性に関する基本的な評価尺度としてよく用いられる。このような背景の下、ネットワーク制御・設計の観点から様々な研究がなされていた。さらに、劣モジュラ関数などを用いた離散構造の解明も試みられていたが、未解決な部分が多く残されていた。

2. 研究の目的

研究目的は、ネットワーク制御・設計が求められる問題を対象に、高性能アルゴリズムの開発を行うことである。ネットワークに関する諸現象を理論的に扱う場合、しばしばグラフにモデル化される。また、離散最適化問題として定式化することで、問題が有する計算の複雑さの解析や効率的なアルゴリズムの適用が可能となる。これらの観点から、グラフを用いた離散最適化問題としての定式化及び高性能アルゴリズムの開発という立場から研究を推し進める。さらにその応用として、最小木問題におけるマトロイドのように本質的な構造を見出すことで、ネットワーク問題にとどまらない一般の離散最適化問題への貢献を目指す。

3. 研究の方法

研究目的を達成するため、大きな流れとして次の(1)(2)(3)の流れで研究を行ってきた。

(1) まずネットワーク解析問題に取り組む。高性能アルゴリズムの設計にはネットワークの構造解析が重要で、逆に解決困難とされる問題の多くについては、その構造解析が難しいことが困難の原因の一つとなっている。第一段階として、ネットワークを解析し、高性能アルゴリズムの設計のための有用な構造を見出すことを目指す。

(2) 次に、ネットワーク設計・制御問題に取り組む。(1)の構造解析を基に、対象問題の計算の複雑さの解析および高性能アルゴリズムの開発を行う。問題がNP困難であると証明される場合には、近似アルゴリズムや固定パラメータアルゴリズム等の構築を目指す。また、考案したアルゴリズムの計算時間の評価、解の精度などの性能を理論的に解析し、さらなる改善を行う。

(3) さらに、これらの研究で得られた知見を基に、劣モジュラ関数・正モジュラ関数など効率よく解ける問題の離散構造の類似性を吟味することにより、ネットワーク問題にとどまらない一般の離散最適化問題への貢献を目指す。

4. 研究成果

(1) ベクトル支配集合問題

ベクトル支配集合問題とは、古典的な支配集合問題の一般化問題である。[1]では、ベクトル支配集合に対して、グラフの枝幅 (branchwidth) が定数の場合、多項式時間で解けることを示した。これは、[2]で提示されていた未解決問題に対して、肯定的な答えを与えたものである。さらに、この結果を応用し、平面グラフにおけるベクトル支配集合問題が、解のサイズに関して準指数固定パラメータ容易であることをはじめ示した。また、支配集合問題の別の一般化である、全ベクトル支配集合問題、多重支配集合問題に対しても同様の結果を得た。

(2) 決済資金循環問題

銀行間ネットワークにおいて、すべての決済を完了するために、中央銀行がどれだけの資金を用意する必要があるのかを決定する問題は、金融危機における連鎖倒産防止の観点等から重要である。決済資金循環問題とは、銀行間の決済を円滑に行うための最適な (決済) 順序を求める問題である。[3]では、この問題をグラフ最適化問題に定式化することで、計算の複雑さの観点から解析を行った。その結果、一般の場合、強NP困難であることや、効率的に解けるためのいくつかの条件を示した。

(3) ネットワーク上のモノの再配置スケジューリング

ネットワーク上において、対象物を再配置するスケジューリング問題は、サプライチェーン、物流、運送などの場面において現れる問題である。[4]では、特に、(製品の)初期配置と最終配置が与えられたとき、最小完了時刻で、各製品を初期の倉庫から目的の倉庫に再配置するスケジュールを求める問題を扱った。この問題は、倉庫の空きの移動と資金の移動を対応づけることで、(2)の決済資金循環問題を発展させた問題とみることができる。この問題に対して、一般の場合、実行可能性の判定問題がNP完全であることを示す一方、一部の制約を緩和することで最適完了時刻で再配置を行う二基準アルゴリズムを提案した。また、最適に解ける場合、定数倍近似可能な場合についての考察も行った。

(4) 正モジュラ関数最適化問題

正モジュラ関数は、無向グラフのカット関数などの一般化であり、ネットワーク設計・制御問題など様々な組合せ最適化問題に現れる重要な離散構造である。このように多くの問題に共通して現れる抽象的な離散構造の解析は、汎用性のあるアルゴリズム設計技法の開発にもつながり、非常に重要である。これまで、正モジュラ関数の最小化問題は、ハンガリーのエグレス(Egres)未解決問題 [5] に示されるなど組合せ最適化分野における重要な未解決問題であった。[6]では、正モジュラ関数の構造を解析することで、その最小化問題・最大化問題の計算の複雑さをはじめて明らかにした。

(5) 次数、直径、連結度問題

古典的な次数直径問題は、2つの整数 d, k が与えられたとき、最大次数が d 以下で直径が k 以下であるグラフの節点数の最大値を求める問題である。このように、次数直径問題は、次数、直径、節点数の3つのパラメータの関係性を問う問題である。[7]では、これに連結度に関するパラメータを加えて考察を行った。具体的には、どの2節点間にも長さ k 以下の互いに点素なパスが r 本以上存在する状態を表す (r, k) -連結度を導入した。その結果、最大次数が最小である (r, k) -連結 n 節点グラフの最大次数が $\Theta(\max\{\sqrt[k]{rn}, r\})$ であることを示した。

<引用文献>

[1] Toshimasa Ishii, Hirotaka Ono, Yushi Uno, (Total) vector domination for graphs with bounded branchwidth, *Discrete Applied Mathematics*, vol.207, 2016, pp. 80-89.

[2] Ferdinando Cicalese, Martin Milanič, Ugo Vaccaro, On the approximability and exact algorithms for vector domination and related problems in graphs, *Discrete Applied Mathematics*, vol.161, 2013, pp. 750-767.

[3] Hitoshi Hayakawa, Toshimasa Ishii, Hirotaka Ono, Yushi Uno, Settlement fund circulation problem, *Discrete Applied Mathematics*, vol.265, 2019, pp. 86-103.

[4] Toshimasa Ishii, Jun Kawahara, Kazuhisa Makino, Hirotaka Ono, Reallocation problems with minimum completion time, *Lecture Notes in Computer Science 13595, Computing and Combinatorics*, 2022, pp. 292-304.

[5] Egres open problem list, https://lemon.cs.elte.hu/egres/open/Maximizing_a_skew-supermodular_function.

[6] Magnús M. Halldórsson, Toshimasa Ishii, Kazuhisa Makino, Kenjiro Takazawa, Posimodular optimization problem, *Algorithmica*, vol.84, 2022, pp. 1107-1131.

[7] Toshimasa Ishii, Akitoshi Kawamura, Yusuke Kobayashi, Kazuhisa Makino, Trade-offs among degree, diameter, and number of paths, *Discrete Applied Mathematics*, vol.327, 2023, pp. 96-100.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Toshimasa Ishii, Jun Kawahara, Kazuhisa Makino, Hirotaka Ono	4. 巻 13595
2. 論文標題 Reallocation Problems with Minimum Completion Time	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science, Computing and Combinatorics	6. 最初と最後の頁 292-304
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-031-22105-7_26	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Toshimasa Ishii, Akitoshi Kawamura, Yusuke Kobayashi, Kazuhisa Makino	4. 巻 327
2. 論文標題 Trade-offs among degree, diameter, and number of paths	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Discrete Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 96-100
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.dam.2022.12.007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Magnus M. Halldorsson, Toshimasa Ishii, Kazuhisa Makino, Kenjiro Takazawa	4. 巻 84
2. 論文標題 Posimodular Function Optimization	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Algorithmica	6. 最初と最後の頁 1107-1131
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s00453-021-00910-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Hitoshi Hayakawa, Toshimasa Ishii, Hirotaka Ono, Yushi Uno	4. 巻 265
2. 論文標題 Settlement fund circulation problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 86-103
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.dam.2019.03.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Magnus M. Halldorsson, Toshimasa Ishii, Kazuhisa Makino, Kenjiro Takazawa	4. 巻 10389
2. 論文標題 Posimodular function optimization	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science, Algorithms and Data Structures	6. 最初と最後の頁 437-448
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-62127-2_37	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hitoshi Hayakawa, Toshimasa Ishii, Hirotaka Ono, Yushi Uno	4. 巻 92
2. 論文標題 Settlement fund circulation problem	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 LIPIcs, Algorithms and Computation	6. 最初と最後の頁 46:1-46:13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.ISAAC.2017.46	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toshimasa Ishii, Hirotaka Ono, Yushi Uno	4. 巻 207
2. 論文標題 (Total) vector domination for graphs with bounded branchwidth	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Discrete Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 80-89
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.dam.2016.03.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計5件 (うち招待講演 1件/うち国際学会 3件)

1. 発表者名 Toshimasa Ishii, Jun Kawahara, Kazuhisa Makino, Hirotaka Ono
2. 発表標題 Reallocation Problems with Minimum Completion Time
3. 学会等名 The 28th International Conference on Computing and Combinatorics, COCOON 2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Magnus M. Halldorsson, Toshimasa Ishii, Kazuhisa Makino, Kenjiro Takazawa
2. 発表標題 Posimodular function optimization
3. 学会等名 The 15th Workshop on Algorithms and Data Structures, WADS 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hitoshi Hayakawa, Toshimasa Ishii, Hirotaka Ono, Yushi Uno
2. 発表標題 Settlement fund circulation problem
3. 学会等名 The 28th International Symposium on Algorithms and Computation, ISAAC 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hitoshi Hayakawa, Toshimasa Ishii, Hirotaka Ono, Yushi Uno
2. 発表標題 On settlement fund circulation problem
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会 (3月)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshimasa Ishii, Jun Kawahara, Kazuhisa Makino, Hirotaka Ono
2. 発表標題 Reallocation Problems with Minimum Completion Time
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会 (5月) (招待講演)
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
アイスランド	Reykjavik University			