

令和 5 年 6 月 12 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2022

課題番号：16K00008

研究課題名（和文）Geometric Algebraを核とする折紙計算論の展開

研究課題名（英文）Development of methods for computational origami based on geometric algebra

研究代表者

井田 哲雄（IDA, Tetsuo）

筑波大学・システム情報系（名誉教授）・名誉教授

研究者番号：70100047

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：伝統的な折り紙を抽象化し、多次元に拡張することを見据えた、研究を展開した。特に、Geometric Algebraのコンピュータ実装に重点を置き、計算折紙システムEosの代数モジュールとの整合性を保ちながら、Geometric Algebraをその一部として使用できるように発展させた。また、折り面のエッジのカットと再接合の手法を提示し、Huzita-Justinの折り方と組み合わせることで伝統的な折り方を実現できることを示した。研究代表者は Wolfram Innovator Award 2022を受賞し、計算折紙の記号計算システムの研究開発を主導している。

研究成果の学術的意義や社会的意義

折紙は我が国で独自に発展した工芸であるとともに、幾何学における幾何オブジェクトの構成の基本手順を与える重要な学問である。折紙の手法を深く研究することにより、複雑な物体を構築する上での工学的な手法の開発に導くことができる。これを可能にするには、折紙の数学的なモデル化が不可欠である。本研究では、我々がすでに開発してきた、折紙の代数モデルをgeometric algebra（幾何代数）で拡張し、実用につながる強力な折紙手法の提示ができた。

研究成果の概要（英文）：In this research, we aimed to abstract traditional origami and extend it to three and more dimensions. In particular, we focused on a computer implementation of geometric algebra, allowing it to be used as part of an algebraic model of our computational origami system Eos. We also presented the idea of cutting and gluing the edges of the folding faces. We showed that traditional folding could be realized by combining it with the Huzita-Justin folding method. We received the Wolfram Innovator Award 2022 and are leading the research and development of symbolic computation systems for computational origami.

研究分野：コンピュータサイエンス

キーワード：記号計算 Geometric Algebra 折紙計算論 折紙プログラミング 計算折紙システム 自動定理証明 計算幾何学

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

本研究における主たる課題は、折紙の形式化と形式化によって得られるモデルのコンピュータへの実装である。本研究で探求する折紙の計算モデルは、(1) グラフモデル、(2) 代数モデル、および、(3) グラフィックス数値形状モデルに分けられる。このうち、(1)と(2)が本研究の計算折紙論の展開で本質的な役割を果たす。(3)は折紙作品の形状表示のモデルである。(3)は先行研究で開発してきた計算折紙システム Eos (E-Origami System)に実装済みであるが、研究の高度化に応じて改良が必要となる。

(1)のグラフモデルはラベル付きハイパーグラフがベースになっているが、我々が Sheaf とよぶ折紙の面の束の概念や Eos での実装に適したデータ構造の導入に伴い、数学的な構造が見えにくくなっている。(2)の代数モデルは、Geometric Algebra (幾何代数)の導入により、二つの層から構成される。一つの層は Geometric Algebra で、実ベクトル空間をベースに構成されるマルチベクトルの空間である。他はデカルト座標系でロケーションを表現して得られる多項式環の層である。これらのモデル間に対応を与え、Geometric Algebra で表現される幾何オブジェクトの数学的構造を明らかにする。その上で、コンピュータサイエンスからみた機能性や効率性を考慮にいれた Eos の開発が必要になってきている。

## 2. 研究の目的

項目 1. で述べた研究の背景や方向性から、自ずと研究の目的は明らかになる。すなわち、折紙の手法を深く研究することにより、複雑な物体を構築する上での数理的あるいは工学的な手法の発見に至る。これを可能にするには、折紙の数学的なモデル化が不可欠である。本研究では、我々がすでに開発してきた、折紙の代数モデルを Geometric Algebra で拡張し、実用につながる強力な折紙手法を提示することである。

## 3. 研究の方法

グラフ理論に基づくモデル化、Geometric Algebra によるモデルの詳細化、及びモデル相互の変換に取り組んだ。それと共に、Geometric Algebra で表現される折紙の表現や操作を計算折紙処理系 Eos に組み込み、モデル化の基礎となる理論の適切性や正当性の検証を行った。また、ツールとして活用する Isabelle/HOL との連携方法についても検討し、Geometric Algebra の厳密な実装に活用した。

研究を推進するにあたり、折紙の表現や操作の拡張や厳密化が具体的課題になってくる。モデル化の基礎となる理論の適切性や正当性の検証についても、実装からのフィードバックを受けて、必要に応じた洗練化を目指した。また、グラフモデルと Geometric Algebra によるモデルの Eos への組み込み作業を行った。特に、先行開発で得られた Eos の証明モジュールとの結合は研究性の高い課題を含み、新たな知見が得られている。折紙作品に関しては、人間の手による折紙作品あるいは機械の支援による多種多様な例が存在するので、それらの実例に当たり、どのようにモデル化し、Eos に実装するかの検討を進め、インパクトのある実例の提示を目指した。同時に実験から得られる知見を組み入れた理論の整備を行った。研究成果のウェブでの公表や、一般向けのわかりやすい研究成果の説明資料の作成にも研究時間の多くを割いた。

## 4. 研究成果

伝統的折紙は2次元空間をベースに組み立てられる。これを三次元、さらにはN次元へ拡張した抽象折紙を当初から考え、N次元折紙の形式化を進めた。目標は、伝統工芸としての折紙から、現代科学技術要素の一つとしての折り畳み技術への高度化と革新を目指す点にあった。我々が計画した範囲内における研究課題については、研究期間内に解決したと判断しているが、これから取り組むべき新たな研究課題は多数ある。

折紙の形式化には、構成される幾何学的構造物のモデル化とモデルに対する操作の抽象化という二つの側面から、まずは、捉えていかなければならない。前者には、Geometric Algebraの体系を折紙に適用し、後者にはN次元折りという操作体系を新たに考案した。Geometric Algebraは本研究の全期間を通じて必要であるため、Geometric Algebraのコンピュータへの実装を優先して進めた。Geometric Algebraは、先行研究で開発したEos(e-origami system)計算折紙システムの代数モデルとして用いるので、Eosの代数モジュールとの整合性を保存しつつ、実装した。実装は研究の早期に完成した。実装したGeometric Algebraはオープンソースで公開している。Eosは開発がさらに進むため、ソースはオープンにせず、コードのみを公開している。本研究によって進展したEosシステムを使って、構築した多くの応用例については、発表論文に、テクニカルな内容を含めて発表してあるので、それらを参考にされたい。研究の全期間(及び現在に至るまで)プロジェクトのホームページを維持・管理しており、ウェブサイトをすべて閲覧できるウェブ会員は、当補助金によるプロジェクトが終了した時点で、3000人を超えている。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Tetsuo Ida and Hidekazu Takahashi	4. 巻 352
2. 論文標題 A New Modeling of Classical Folds in Computational Origami	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science (EPTCS)	6. 最初と最後の頁 41-53
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4204/EPTCS.352.5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Tetsuo Ida	4. 巻 巻号 なし
2. 論文標題 Models of computation for origami	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of 2017 19th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC)	6. 最初と最後の頁 23 - 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/SYNASC.2017.00013	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fadoua Hourabi	4. 巻 巻号 なし
2. 論文標題 Toward non-flat geometrical origami folds with Eos system	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of 2017 19th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC)	6. 最初と最後の頁 75 - 78
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/SYNASC.2017.00023	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Tetsuo Ida, Stephen Watt	4. 巻 45
2. 論文標題 Origami folds in higher-dimension	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 EPIc Series in Computing	6. 最初と最後の頁 83 - 95
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.29007/n76q	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Tetsuo Ida	4. 巻 Proc.SYNASC 2016 SYN
2. 論文標題 Revisit of "Geometric Exercise in Paper Folding" from a Viewpoint of Computational Origami	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 IEEE Computer Society, Conference Publishing Services (CPS)	6. 最初と最後の頁 23 - 28
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/SYNASC.2016.017	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tetsuo Ida, Jacques Fleuriot, Fadoua Ghourabi	4. 巻 hal-01334334
2. 論文標題 A New Formalization of Origami in Geometric Algebra	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Proceedings of ADG 2016: Eleventh International Workshop on Automated Deduction in Geometry	6. 最初と最後の頁 117 - 136
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Schreck Pascal, Ida Tetsuo, Kovacs Laura	4. 巻 85
2. 論文標題 Foreword	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Annals of Mathematics and Artificial Intelligence	6. 最初と最後の頁 71 - 72
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10472-019-9617-2	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計3件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 Tetsuo Ida
2. 発表標題 Virtual Origami
3. 学会等名 Wolfram Technology Conference 2022 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Tetsuo Ida
2. 発表標題 Computation models in e-origami system Eos
3. 学会等名 The 23rd International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Tetsuo Ida
2. 発表標題 Reflection on Geometric Exercises in Origami
3. 学会等名 The 18th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 Tetsuo Ida	4. 発行年 2020年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 217
3. 書名 An Introduction to Computational Origami	

1. 著者名 James H. Davenport, Viorel Negru, Tetsuo Ida, Tudor Jebelean, Dana Petcu, Stephen M. Watt, Daniela Zaharie	4. 発行年 2016年
2. 出版社 IEEE Computer Society	5. 総ページ数 476
3. 書名 The 18th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

Eos Project  
<https://www.i-eos.org>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	Ghourabi Fadoua  (GHOURLABI Fadoua)  (30709324)	お茶の水女子大学・理学部・学部教育研究協力員    (12611)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 SCSS 2017 (Symbolic Computation and Software Science 2017)	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 First International Workshop on Computational Origami and Applications	開催年 2016年～2016年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
カナダ	ウオータルー大学	数学研究科	
オーストリア	ヨハネスケプラー大学	記号計算研究所	
英国	エディンバラ大学	情報科学科	