

令和 4 年 5 月 17 日現在

機関番号：32612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2021

課題番号：16K00023

研究課題名(和文) 複雑な制約下での離散資源配分問題：離散凸解析を武器としての探求

研究課題名(英文) Discrete Allocation Problems with hard constraints: Study with the aid of discrete convex analysis

研究代表者

田村 明久 (Tamura, Akihisa)

慶應義塾大学・理工学部(矢上)・教授

研究者番号：50217189

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：離散凸解析を武器としての複雑な制約をもつ離散資源配分問題の研究と現実問題へのフィードバックを目的とした研究課題ですが、設定した5つのテーマそれぞれについて理論的な研究成果を得ました。また、現実問題へのフィードバックに関しては、提案したアルゴリズムをソフトウェア化し、研究期間初年度末から現在に至るまで所属機関における学科分けという現実問題を解くために利用しています。

研究成果の学術的意義や社会的意義

離散資源配分問題は、学生の学科への配属等の現実問題と強い関係があります。現実的な離散資源配分問題は複雑な制約を有することが多く、これらに対する研究は学術的にも社会的にも意義のあるものです。本研究成果では、良い構造を有する離散凸解析を武器として、理論的な研究成果を得た一方で、複雑な制約を有する学科分け問題という現実問題の解決に理論的成果を応用した点であり、他の現実的な問題への拡大利用も可能であることから、その社会的意義は高いと思われます。

研究成果の概要(英文)：The aims of this research are to deeply study discrete allocation problems with hard constraints by using discrete convex analysis, and to apply theoretical results to problems in the real world. We established five research themes and obtain theoretical results for each theme. On feedback to problems in the real world, we developed software of our two proposed algorithms which have been used to solve the allocation problem of students to departments in our affiliation.

研究分野：離散最適化

キーワード：離散資源配分問題 離散最適化 離散凸解析

1. 研究開始当初の背景

離散資源の配分に関しては、

D. Gale and L.S. Shapley, “College admissions and the stability of marriage,” Amer. Math. Monthly 69, 9-15 (1962)

を契機とし、互いに素な2つのプレイヤー集合間の割当や配属を扱うマッチングモデルと総称される数理モデル群の研究が、現在に至るまで国内外で盛んに行われ、それは現在進行形の状況です。Gale-Shapley のモデルが実用化された最たる例は研修医の病院への割当で、日本においても実施されています。しかし、このモデルの欠点は、地方の病院への配属を嫌う研修医が多いため、これらの病院での人員不足が発生している点です。この欠点は理論的にも予見できるもので、全体最適化と個々人の最適化がずれる一例です。現時点では、各県における採用数を制限することで、この欠点の解消を目指しているようですが、この方法はゲーム理論的見地からは合理性に欠けていることが指摘され、地方病院の人員不足解消に向けての数理モデル構築の研究も国内外で進められています。このように、離散資源配分問題は現実問題への応用という観点から今まで以上に重要なものとなっている点が、これを本研究課題の対象とした動機です。マッチングモデルにおいて、既存の多くのモデルを包括するものとして、

J.W. Hatfield and P.R. Milgrom, “Matching with contracts,” Amer. Econom. Rev. 95, 913-935 (2005)

および

S. Fujishige and A. Tamura, “A two-sided discrete-concave market with possibly bounded side payments: An approach by discrete convex analysis,” Math. Oper. Res. 32, 136-154 (2007)

があります。特に後者は2つの $M^{\#}$ 凹関数(離散凸解析で中心的な役割を演じる $M^{\#}$ 凸関数の凹関数版)を用いています。

Hatfield-Milgrom のモデルに半順序構造やネットワークという離散構造を導入することでより複雑な状況を扱う研究および離散凸解析を応用した上記の Fujishige-Tamura のモデルを用いて多くの現実的なモデルが統一的に扱えることを示し、メカニズムデザインの統一的処方箋を与える研究を行いました。後者の成果を現実問題に適用することを試みました。具体的には研究代表者の所属学部の学科分け問題を対象としたのですが、残念ながら既存の研究成果では扱えない対象であることが判明しました。しかし、この学科分け問題が3つの $M^{\#}$ 凹関数を用いて制約を記述できるという着想を得て、本研究課題に取り掛かりました。

2. 研究の目的

本研究課題は、離散凸解析という良い離散構造をもつ枠組みを武器として、離散的な資源の配分において、プレイヤーが複数存在する状況下で、プレイヤー全体やその部分集合が設定する複雑な制約を満たしつつ、個々のプレイヤーが満足する配分とは何かという解概念とそれを求めるアルゴリズムを研究し、現実的諸問題へとフィードバックすることを目的としました。

期間中に以下の研究テーマについて成果を出すことを目的としました。

(テーマ1)「3つの $M^{\#}$ 凹関数を用いて制約が表現できる場合の研究」

(テーマ2)「開発したアルゴリズムのソフトウェア化」

(テーマ3)「複雑な制約下での戦略的頑健性をもつアルゴリズム設計」

(テーマ4)「他の離散資源配分問題への適用」

また、2016年度の研究の進展を受けて、2017年度以降については(テーマ1)と(テーマ4)に関連して武器である離散凸解析の強化を発展テーマとしました。これを(テーマ5)とします。

(テーマ5)「離散凸解析の強化」

3. 研究の方法

研究課題の難度を考慮して研究期間を4年間としましたが、コロナ感染拡大に伴い2年間の延長を行いました。2016年度については(テーマ1)に取り組み、(テーマ1)は期間中を通して継続し続ける必要があると判断のもとで、(テーマ2)については(テーマ1)での成果次第で開始し、遅くとも2017年度から着手する計画を立てました。(テーマ3)については2018年度からの開始を計画し、(テーマ4)については(テーマ1)あるいは(テーマ3)の成果に基づき実施するため、2018年度の途中あるいは2019年度から着手する計画でした。

上記のような計画のもとで研究を開始しましたが、2017年度以降について、発展テーマである(テーマ5)を追加して、研究を推進してきました。

4. 研究成果

- (1) (テーマ1)に関する理論的な成果として、所属機関の学科分けは複雑な制約構造をもつもので、この問題の構造の解析および2つのアルゴリズムの開発を行いました。当該成果については、学会等での研究発表を行い、「学生にグループ分けのある学科配属問題—離散凸解析の適用例」と題する学術論文として学術雑誌 Transactions of the Operations Research Society of Japan に掲載されました。また、(テーマ2)として、開発した2つのアルゴリズムをソフトウェア化し、2016年度(研究期間初年度)末の実際の学科分け作業から現在に至るまでソフトウェアの改変などを行い、使用を継続しています。
- (2) (テーマ3)に関する理論的な成果として、離散凸解析を応用した戦略的頑健性をもつ一般的なメカニズムに関する論文「Designing matching mechanisms under constraints: An approach from discrete convex analysis」が学術雑誌 Journal of Economic Theory に掲載されました。
- (3) (テーマ4)に関する理論的な成果として、以下の2つの成果を得ました。
 - ① 2部グラフ上の離散資源配分問題をネットワーク上への拡張する成果「Trading Networks with Bilateral Contracts」を、査読付き国際会議 The 14th Conference on Web and Internet Economics で発表しました。
 - ② 予算制約と分配に関する制約をもつ離散資源配分問題に対する効率的なメカニズムを提案した成果「Efficient allocation mechanism with endowments and distributional constraints」を、査読付き国際会議 the 17th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems で発表しました。
- (4) (テーマ3)と(テーマ4)に関する理論的な成果として、「Fair and Truthful Mechanism with Limited Subsidy」と題し、補助金を用いて公平な離散資源配分を行う問題に対して、公平かつ戦略的頑健性をもつメカニズムを提案しました。当該成果については、査読付き国際会議 the 21st International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems で発表し、学術雑誌に投稿をしました。
- (5) (テーマ1)および(テーマ5)に関しては、離散凸解析で扱う最も広いクラスの離散凸関数

である整凸関数に関する研究成果を幾つか得ました。

- ① 第1の成果は「Scaling, proximity, and optimization of integrally convex functions」と題するもので、整凸関数に関する近接定理の証明、最小化アルゴリズムの提案とその解析などを行いました。本成果については、査読付き国際会議 International Symposium on Algorithms and Computation で発表し、学術雑誌 Mathematical Programming に掲載されました。
 - ② 第2の成果は「Integrality of subgradients and biconjugates of integrally convex functions」と題するもので、整数値整凸関数の劣微分は必ず整数点を含むことを証明し、離散凸共役を2度取ると元の整凸関数に戻るという性質を導きました。専門家にとっては驚くべきもので、高い評価を得ています。当該成果については、学会等での研究発表を行い、学術雑誌 Optimization Letters に掲載されました。
 - ③ 第3の成果は「Discrete Fenchel duality for a pair of integrally convex and separable convex functions」と題するもので、整凸関数と離散分離凸関数の組に対して、離散フェンシェル双対定理が成立することを示しました。離散フェンシェル双対定理が成立しない場合も知られており、これが成立する新たな組合せを発見したもので、今後の離散資源配分問題への活用が期待される成果です。当該成果については、学会等での研究発表を行い、学術雑誌 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics に掲載されました。
- (6) (テーマ5)として、整凸関数のサブクラスで整凸関数よりも効率的に最小化できるものとして、2種類の独立なサブクラスを提案しました。今後の離散資源配分問題への適用が期待できる成果です。
- ① 「Discrete midpoint convexity」と題するものについては、学会等での研究発表を行い、学術雑誌 Mathematics of Operations Research に掲載されました。
 - ② 「Directed discrete midpoint convexity」と題するものについては、学会等での研究発表を行い、学術雑誌 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics に掲載されました。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 3件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Tamura, A. and Tsurumi, K.	4. 巻 38
2. 論文標題 Directed discrete midpoint convexity	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 1-37
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s13160-020-00416-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Murota, K. and Tamura, A.	4. 巻 14
2. 論文標題 Integrality of Subgradients and Biconjugates of Integrally Convex Functions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Optimization Letters	6. 最初と最後の頁 195-208
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s11590-019-01501-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kojima, F., Tamura, A. and Yokoo M.	4. 巻 176
2. 論文標題 Designing matching mechanisms under constraints: An approach from discrete convex analysis	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Economic Theory	6. 最初と最後の頁 803-833
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.jet.2018.05.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Moriguchi, S., Murota, M., Tamura, A. and Tardella, F.	4. 巻 45
2. 論文標題 Discrete midpoint convexity	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematics of Operations Research	6. 最初と最後の頁 99-128
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1287/moor.2018.0984	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 赤堀峻, 関口陽介, 田村 明久	4. 巻 60
2. 論文標題 学生にグループ分けのある学科配属問題 - 離散凸解析の適用例	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Transactions of the Operations Research Society of Japan	6. 最初と最後の頁 50-73
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.15807/torsj.60.50	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Moriguchi, S., Murota, M., Tamura, A. and Tardella, F.	4. 巻 175
2. 論文標題 Scaling, proximity, and optimization of integrally convex functions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematical Programming	6. 最初と最後の頁 119-154
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10107-018-1234-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Murota, K. and Tamura, A.	4. 巻 39
2. 論文標題 Discrete Fenchel duality for a pair of integrally convex and separable convex functions	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 599-630
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s13160-022-00499-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計13件 (うち招待講演 5件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 室田一雄, 田村明久
2. 発表標題 整凸関数と分離凸関数に対するFenchel双対性
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会秋季研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 田村明久
2. 発表標題 離散フェンシエル双対性について
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会九州支部講演会（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 田村明久
2. 発表標題 整凸関数と分離凸関数に関するフェンシエル双対定理
3. 学会等名 研究会「モビリティとメカニズムデザイン」（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 H. Goko, A. Igarashi, Y. Kawase, K. Makino, H. Sumita, A. Tamura, Y. Yokoi, M. Yokoo
2. 発表標題 Fair and Truthful Mechanism with Limited Subsidy
3. 学会等名 International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems（国際学会）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 田村明久
2. 発表標題 Discrete Midpoint Convexity and Its Variation
3. 学会等名 離散凸解析と最適化（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 鶴身一也, 田村明久
2. 発表標題 有向離散中点凸関数-L#凸関数の一般化
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会春季研究発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 T. Suzuki, A. Tamura, N. Hamada, M. Yokoo
2. 発表標題 Efficient allocation mechanism with endowments and distributional constraints
3. 学会等名 the 17th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 T. Fleiner, Z. Janko, A. Tamura, A. Teytelboym
2. 発表標題 Trading Networks with Bilateral Contracts
3. 学会等名 WINE 2018: The 14th Conference on Web and Internet Economics (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 S. Moriguchi, K. Murota, A. Tamura, F. Tardella
2. 発表標題 Directed Midpoint Convexity
3. 学会等名 日本オペレーションズリサーチ学会秋季研究発表会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 田村明久
2. 発表標題 離散凸解析を用いたマッチングモデルの展開
3. 学会等名 離散構造とアルゴリズム (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 田村明久
2. 発表標題 離散凸解析と数理経済モデル
3. 学会等名 日本数学会2018年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 森口聡子, 室田一雄, 田村明久, Fabio Tardella
2. 発表標題 Algorithms for Discrete Midpoint Convex Functions
3. 学会等名 最適化: モデリングとアルゴリズム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 S. Moriguchi, K. Murota, A. Tamura, F. Tardella
2. 発表標題 Scaling and Proximity Properties of Integrally Convex Functions
3. 学会等名 The 27th International Symposium on Algorithms and Computation (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

慶應義塾大学研究者情報総覧(田村明久のページ)
<http://k-ris.keio.ac.jp/Profiles/113/0011208/profile.html>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	野寺 隆 (Nodera Takashi) (50156212)	慶應義塾大学・理工学部・名誉教授 (32612)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	Simon Fraser University	Stanford University		
ハンガリー	Etvos Lorand University			
英国	University of Oxford			
イタリア	Sapienza University of Rome			