

令和元年5月23日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K00025

研究課題名(和文) 開放系における量子-古典ハイブリッド型アルゴリズムの定式化と探索問題への応用

研究課題名(英文) Mathematical formulation of quantum-classical hybrid algorithm in open system and its application for search problem

研究代表者

入山 聖史 (Iriyama, Satoshi)

東京理科大学・理工学部情報科学科・准教授

研究者番号：10385528

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題では、開放系における量子-古典ハイブリッド型アルゴリズムの数学的特徴付けと探索問題への応用を行った。具体的には、(1)開放系を用いて、環境を含んだ形での量子アルゴリズムの特徴付け。(2)断熱過程を用いた量子アニーリングを開放系へ拡張し、誤り確率の低減。(3)探索問題に対して、量子-古典ハイブリッド型のアルゴリズムを提案し、計算量を見積もる。これにより、理想化された閉じた系でなく、開放系での量子アルゴリズムの記述がなされることによる、量子計算機の実現に向けての大きな貢献がある。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題の達成により、次のような効果が期待される。(1)理想化された閉じた系でなく、開放系での量子アルゴリズムの記述がなされることによる、量子計算機の実現に向けての大きな貢献。(2)環境系との相互作用を積極的に利用する新たな計算の数理モデルの構築が行われ、雑音のある系における量子計算機の基礎が構成される。(3)生命現象の数理についての数学的基礎が発展し、化学的ネットワークだけでなく、物理的相互作用を土台とした生命理解が深められる。

研究成果の概要(英文)：In this project, the quantum-classical hybrid algorithm in open systems was formulated, and its application for search problem was found. We studied the multi-qubits quantum algorithm with environmental noise in open systems where precise parameter condition for efficient algorithm was found. The adiabatic quantum algorithm was discussed in the open systems where the error probability is related to the quantum noise. We provided mathematical framework to treat with the complex system with special parameter. The computational complexity of the hybrid quantum algorithm for the general type search problem which is belongs to NP-hard class. The result of this project will be a important role to develop a real quantum computer in the room temperature with several types of noise.

研究分野：量子アルゴリズム，暗号理論

キーワード：量子アルゴリズム 開放系 GKSLマスター方程式 光合成過程

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

von Neumann の観測理論に端を発する状態変化の力学を下とする観測理論は、対象系と環境系の相互作用を含んだ複合系に拡張され、量子確率過程の研究における重要な基礎を形成している。複合系における状態概念は Pets により定式化され、そこでの状態変化の力学は観測量の代数における 1 パラメータ半群で記述される。さらに対象系に着目した場合、状態の時間発展における縮約発展は数学的にはマルコフ半群として特徴付けられる。この変化の差分形式をマスター方程式と呼ぶ。それについて Gorini, Kossakowski, Sudarshan, Lindblad らはノルム連続なマルコフ半群の無限小生成元の特徴付けを行い、その重要な結果は量子確率論で多くの応用がなされた。

その応用の一つとして Ohya や Accardi によりリフティング写像の導入が行われ、合成チャネル、合成状態などが特徴付けられ、これにより  $C^*$ 代数上における量子相互情報量やチャネルキャパシティなどの議論が数学的に厳密に行われるようになった。さらに、リフティングにより量子マルコフ過程が構成され、Kolmogorov による古典的確率論とは異なる新たな確率論の定式化が行われることとなり、多くの課題が解決されてきた。

量子情報理論における応用として、Ohya は様々な分野力学と複雑さの 2 つの概念を用いて統一的に扱う理論体系を構成した[Rep. Math. Phys. 27, 19-47, 1989]。この量子計算理論への応用として、Ohya, Iriyama らは古典・量子を含んだ一般化チューリング機械の定式化を行い、量子アルゴリズムの計算量について厳密に議論した[Open Sys. and Info. Dyn. 15:4, 383-396, 2008]。この一般化により、理想化されたユニタリー過程だけでなく、入出力などの外界との相互作用を含めた量子アルゴリズムの記述が可能となり、NP 問題への応用などが行われている[Appl. Math. and Comp. 218, 8019-8028, 2012]が、その量子アルゴリズムで用いられているカオス力学を応用した増幅過程[Rep. Math. Phys. 52, 25-33, 2003]について、(課題 1)実現可能性やチャネルの完全正性についての議論はまだ行われていない。

また現在の課題として、量子アニーリングを用いた量子アルゴリズムにおける計算可能性の問題[arXiv:quant-ph/0001106]がある。これは、断熱過程を用いた量子アニーリングでは、古典計算機と誤り確率において差異が見られないとの主張によるもので[arXiv:1401.7087v2]、(課題 2)開放系へ拡張し、一般化チューリング機械を用いての研究はまだ行われていない。

さらに Ohya はミクロ・マクロ間の相互作用に着目し、適応力学を導入した[Quantum-Bio-Inform. 21, 181-216, 2006]。これにより、開放系の議論は物理のみならず生命現象の解明へ向けた新たな応用が試みられるようになり、Asano らによる Quantum like モデルの導入による大腸菌の嗜好変化の解明[Syst. Synth. Biol. 6, 1-7, 2012]、Khrennikov らによる遺伝学や認識過程の解明[Quantum Adaptivity in Biology: From Genetics to Cognition, Springer, 2015] など数多くの新領域が発見されているが、(課題 3)古典-量子ハイブリッド型のアルゴリズムの定式化と生命現象へ応用したアルゴリズムの定式化はまだなされていない。

### 2. 研究の目的

(1) 開放系を用いて、環境を含んだ形での量子アルゴリズムの特徴付けを行う。

(i) カオス力学を用いた増幅過程の GKSL 方程式を用いた定式化

Ohya-Volovich のカオス力学を用いた増幅過程について、複数 Qubit を対象系とした開放系で記述し、その力学において増幅が行われるための条件を導出する。

(ii) 一般化チューリング機械における状態遷移チャネルの完全正写像条件の導出

状態遷移チャネルのパラメータについて、完全正性が成り立つ場合の条件を導出し、(1-i)の増幅過程が完全正チャネルか確かめる。

(2) 断熱過程を用いた量子アニーリングを開放系へ拡張し、誤り確率の低減を行う。

(i) 開放系を用いて入出力を含めた形で量子アニーリングを記述

2 準位系の開放系で記述を行い、ハミルトニアンの変化に着目して、Adiabatic 条件を満たさない場合でも同様の動作を行うための相互作用の条件を導出する。

(ii) 環境系との相互作用を応用して、計算可能性の議論を発展させる

(i) で構成した量子アルゴリズムを用いて、量子系での計算可能性を厳密に議論し、相互作用の違いによる言語クラスを定義し、それぞれの包含関係を調べる。

(iii) 相互作用を応用した誤り確率の低減

(1-i) で構成した開放系での増幅過程の議論を用いて、量子計算の誤り確率の低減を試みる。

(3) 探索問題に対して、量子-古典ハイブリッド型のアルゴリズムを提案し、計算量を見積もる。

(i) 多 qubit 系を対象系とし、環境との相互作用を含めた形で認識過程の量子アルゴリズムを提案

適応力学における Strate adapti ve 性を用いて環境との相互作用を肯定的に利用した認識過程の数理モデルを提案し、計算可能性を議論する。

(ii) 非 Kolmogorov 確率論に基づいた錯視現象の解析について、開放系を用いた記述を試みる先行研究にある Quantum like モデルを用いた錯視減少の記述を、開放系を用いることで相互作用のパラメータと錯視の発現する場合との相関を調べる。

### 3. 研究の方法

平成 28 年度

開放系を用いた現象解明についての最近の動向として, Plenio らによる多数の調和振動子を用いたエンタングルメントの力学についての研究がある [New journal of physics, 6 (2004) 36, DOI: 10.1088/1367-2630/6/1/036]. そこでは様々な状況で相互作用している多体系を対象として開放系を構成しており, 外界からのデコヒーレンスノイズやエネルギー散逸の影響による影響が議論されている. さらに生命現象への応用として Rebentrost らは植物の集光複合体によるエネルギー変換について量子論を用いた数理モデルを構成し, コヒーレンスがエネルギー伝送効率に与える影響について議論した [Journal of Physical Chemistry B 113, 9942, 2009]. これらをもとに Fleming らは, 光合成過程では外界からの雑音 (散逸, デコヒーレンス) がエネルギー伝送効率を向上させているという結果を得た [Science, 316, 5830, 1462-1465, 2007].

我々はこれらの研究において, 計算の困難さにより無視されている外界との相互作用パラメータを考慮にいれ再計算を行う. そこで, 状態の時間変化に GKSL マスター方程式を用い, 十分時間が経過した後のエネルギー伝送効率について相互情報量を用いて計算する. これを量子計算過程に応用すると, 外界との相互作用と内部状態における誤り確率の相関が求まることとなるため, 開放系における量子計算理論についての特徴付けの一つが達成できる. 予想される困難な点として, (1) 高次元でのラプラス変換の必要性と, (2) デコヒーレンスと散逸のパラメータ比によるエネルギー伝送効率の収束点の違いが挙げられる.

(1) についてはまず, 5 次方程式について解の存在を仮定することで近似的に因数分解を行うことで解決することを考える. 失敗した場合, さらに数値計算と留数を用いて解の分類を行い, 因数分解が可能な条件を導出し, その条件下で議論を進める.

(2) については, デコヒーレンスを  $r$ , 散逸を  $R$  とした場合, 先行研究では  $R=0$  としてあるため, 本研究課題では  $R/r=G$  とおき,  $G$  が 0 でない場合を考える. このとき,  $0 < G < 1$ ,  $G=1$ ,  $G > 1$  でそれぞれ異なる力学となるため, それぞれの場合において再計算を行う.

平行して, 1 パラメータ半群を用いて量子計算過程の記述と完全正性の議論を行う. 熱統計力学における力学過程は主に Hartree 型と Boltzmann 型の表現があるが, Majewski は Hartree 型において非線形の力学変換における解について議論し, そこではチャンネルの完全正性が自然に仮定されているが, これこそ力学を強く特徴づけているものであることを示した [J. Phys. A: Math. Gen. 23 (1990) L359-L361]. さらに Accardi らはカオス増幅過程について van Hoof 限界を考えることで状態変化の力学がユニタリー変換で記述出来ることを示した [Open Sys. and Info. Dyn., 11-3, 219-233, 2004]. 我々は, 2qubit 系を用いて, リフティング写像を用いて状態変化のチャンネルが増幅過程となるパラメータ条件を導出した [Lect. Notes in Comp. Sci., 7620, 172-183, 2014]. 本研究課題では, 量子 Turing 機械の状態遷移チャンネルの完全性正条件を導出し, 計算クラス分類を行う. そこでは, 次のような困難な点が予想される. (3) 増幅過程のパラメータの物理的な解釈と, (4) 量子複製不可能定理 [Nature 299: 802-803, 1982] との関連性.

(3) について, 先行研究で求められているパラメータ条件は数学的に与えられたものであり, 現在その物理的な意味や実現可能性についての議論が進行中である. 本研究課題においても引き続き議論を進める.

(4) について, 現在行われている研究では, 量子計算の結果の状態を 2 つ用意し, それらの合成系における時間変化が議論されているが, 完全に同一な状態は数学的に与えられているため, 現実的にどのように用意するかの議論はまだ行われてない. 本研究課題ではまず数学的な議論を深めることに集中し, 余裕がある場合, 同一な状態を用意しないときの達成条件について議論する.

#### 平成 29 年度

前年度において課題 1 が達成された場合, その結果を応用し, 課題 2 に取り組む.

断熱過程を用いた量子アニーリングについては, 肯定や否定に様々な議論があるが, 根本的に古典のアニーリングにおける誤り確率を超えてはいない [arXiv:1401.7087]. それに対し, 課題 1 で求められた増幅過程と開放系における量子計算過程を組み合わせ, 誤り確率を減少させる量子アルゴリズムを構成する. これにより, 新しい量子アルゴリズムのスキームが構成され, 課題 2 が達成される. 構成における困難な点は, (4) 外部との相関による内部のエンタングルメントの破壊が, どのように誤り確率に影響しているかの解明, (5) Adiabatic 条件を緩和した場合の時間計算量の変化が挙げられる.

(4) については, 課題 1 で導入したパラメータ  $G$  の変化による誤り確率の変化が解析的に導出出来るか考え, 出来ない場合は実際に数値計算で導出し, 相関を調べる.

(5) については, 系のハミルトニアン  $H$  の時間変化  $H(t)$  の取り方を変えることでの対応を試みるが, 不可能な場合はハミルトニアンを時間に対して不連続なものに分解し, 幾つかの合成系での記述を試みる.

#### 平成 30 年度

本年度は, それ以前の研究結果の応用を試みる.

Ohya による適応力学は多様な分野へ応用され, そこで State adaptive を持つ系を用いて, ゲーム理論における Kolmogorov 確率論に従わない現象の解明が行われている [J. Theor. Biol. 281(1), 56-64, 2011]. また, Freudenbergr らは Fock 空間を用いた Brain model を提案し, 認

識過程における信号処理モデルを提案している[AIP Conf. Proc. 962, 85, 2007].

本研究課題では先行研究のモデルに対して、環境との合成系における認識過程を量子計算理論のフレームで表現し、具体例として錯視現象について、錯視が発生する場合の相互作用の条件を導出する。これにより、課題3が達成される。困難な点として、(6)Fock空間を用いた認識過程におけるメモリ・シグナルの分離写像について、beam splitterを用いた記述が存在するが、その量子計算過程としての表現はまだない。(7)開放系を用いたモデルの構成について、Brain modelを用いた表現が構成されていない。

(6)について、シグナル分離を射影で記述し、線形チャンネルとして構成を試みる。その場合ユニタリー性をどのように保つのかに注意する。

(7)について、まずBrain modelでの表現について調べ、状態ベクトルの表現、時間変化、シグナル処理についてのパラメータ表現を考える。次に、そのモデル下での錯視の発生条件を導出する。

#### 4. 研究成果

本研究課題では、以下の成果が得られた。

(1) カオス力学を用いて、量子アルゴリズムにおける増幅過程について GKSL 方程式を用いて定式化し、2qubit系において増幅が行われる場合の Lindblad super operator のパラメータを導出した。Ohya-Volovich によって定式化が行われていたロジスティック写像を用いたカオス増幅過程の実際の 2qubit系における、より詳細な記述を与え、実際にパラメータを設定した場合の確率の時間変化を厳密に導出した。

(2) 光合成過程の量子力学を用いた数理モデルを用いて、量子ノイズが情報伝送効率にどのように影響するかを数学的に厳密に解析した。ここでは、デコヒーレンスと散逸のノイズに対して、ノイズ比を導入した解析を行い、情報伝送効率が改善される条件を導出した。

(3) これを応用して Adiabatic 量子コンピューティングの数理を用いた量子アニーリングを開放系へ拡張し、リフティングを用いた一般化された量子相互エントロピーを用いて誤り確率の低減についての考察を行った。

(4) 探索問題に対して、(1)で構成した量子-古典ハイブリッド型のアルゴリズムを提案し、多段量子アルゴリズムを用いることで binary search が効率的に行われることを示し、NP-hard に分類される一般化された探索問題が多項式時間で解くことができることを示した。

(5) Fock 空間において、環境との相互作用を含めた形で認識過程の量子アルゴリズムを記述し、一般化チューリング機械の形式で記述を行った。これにより、認識過程が線形量子チャンネルで記述できることが示され、適応力学における Strate adaptive 性を用いて環境との相互作用を肯定的に利用した認識過程の数理モデルが提案された。

#### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計3件)

[1] Y.Mitome, K.Sato, S.Iriyama, I.V.Volovich, Efficient Energy Transfer in Network Model of Photosynthesis, Quantum Foundations, Probability and Information, Springer, pp. 59-69, 2018, DOI:10.1007/978-3-319-74971-6(査読有)

[2] K.Furusho, S.Iriyama, Chaos Amplification Process Can Be Described by the GKSL Master Equation, Open Systems & Information Dynamics Vol. 24, No. 02, 1750008, DOI: /10.1142/S1230161217500081, 2017(査読有)

[3] S.Iriyama, M.Ohya, Quantum Turing machine and brain model represented by Fock space, Int. J. Quantum Inform. 14, 1640008, DOI: /10.1142/S0219749916400086, 2016(査読有)

〔学会発表〕(計20件)

[1] S.Iriyama, M.Kihara, Note on stream cipher based on non-commutative algebra and its application for authentication, The 39th International Conference on Quantum Probability and Infinite Dimensional Analysis, Levico Terme, Italy, 10/15-10/19, 2018

[2] K.Tahata, On comparison between two square tables using index of marginal inhomogeneity, Australasian Applied Statistics Conference, Millennium Hotel Rotorua, New Zealand, 12/3-7, 2018

[3] S.Iriyama, Quantum noise effect in photosynthesis, Towards Ultimate Quantum Theory, Sweden, 6/12-14, 2018 (invited)

[4] S.Iriyama, Mathematical model of photosynthesis and its energy transmission process, The 39th International Conference on Quantum Probability and Infinite Dimensional Analysis, Levico Terme, Italy, 10/15-10/19, 2018

[5] M.Kihara, S.Iriyama, A Homomorphic Encryption based on Non-Commutative Algebra and its Implementation, QBIC workshop 2018, 10/3-10/5, TUS, 2018

[6] S.Iriyama, Mathematical Framework of Key Distribution and Identification, QBIC workshop 2018, 10/3-10/5, TUS, 2018

[7] S.Iriyama, Mathematical Model of Photosynthesis and Entropy Change, 50 Symposium on Mathematical Physics, Torun, 6/21-6/24, 2018

[8] 有本周翔, 田畑耕治, 正方分割表における拡張線形非対称モデルの実装について, 日本計算機統計学会, 2017

[9] S.Iriyama, Entropy production described by the GKSL master equation in two-qubits system and its application, 17th Asian Quantum Information Science Conference, National University of Singapore, Singapore, 9/4-9/8, 2017

[10] S.Iriyama, Application of IT for DDS: Drug Design Based on Computer Simulation, BIT's 7th Annual International Symposium of Drug Delivery Systems-2017, Vienna House Diplomat Prague, Czech republic, 7/12 - 7/14, 2017

[11] S.Iriyama, K.Sato, Efficient Energy Transferring Process in Photosynthesis, Foundations of Quantum Mechanics and Technology, Sweden, 6/12-15, 2017

[12] 田畑耕治, 正方分割表における非対称性のモデルについて, 2016 年度待ち行列シンポジウム, 森戸記念館, 東京理科大学, 1/19-21, 2017

[13] K.Tahata, Generalized asymmetry models and separations of symmetry for square tables, The 4<sup>th</sup> Institute of Mathematical Statistical Asia Pacific Rim Meeting, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China, 6/27-30, 2016

[14] K.Furusho, S.Iriyama, M.Ohya, An Amplification Process in Quantum Algorithm Described by the GKSL Master Equation, 48th Symposium on Mathematical Physics, Copernicus University, Torun, Poland, 6/10 - 6/12, 2016

[15] S.Iriyama, M.Ohya, Entropy Change in Open Systems and Its Application for Photosynthesis, Quantum and Beyond, Linnaeus University, Sweden, 6/13-16, 2016

[16] Y.Mitome, S.Iriyama, Note on efficient energy transmission with environment noise in photosynthesis, New Trends in Mathematical and Theoretical Physics, Steklov Mathematical Institute, Moscow, Russia 10/3-10/7, 2016

[17] S.Iriyama, M.Ohya, Adaptive dynamics and its application for quantum algorithm, New Trends in Mathematical and Theoretical Physics, Steklov Mathematical Institute, Moscow, Russia 10/3-10/7, 2016(invited)

[18] K.Furusho, S.Iriyama, M.Ohya, Note on amplification processes in quantum algorithm represented by the GKSL master equation, QBIC workashop2016, Tokyo University of Science, 10/12 - 10/14, 2016

[19] Y.Mitome, S.Iriyama, M.Ohya, Mathematical treatment with photosynthesis and its energy transmission efficiency with quantum noise, QBIC workashop2016, Tokyo University of Science, 10/12 - 10/14, 2016

[20] S.Iriyama, M. Regoli, A new class of strongly asymmetric PKA algorithms: transmission problem in SAA-4 family member, QBIC workashop2016, Tokyo University of Science, 10/12 - 10/14, 2016

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

## 6 . 研究組織

### (1)研究分担者

研究分担者氏名：田畑耕治

ローマ字氏名：Koji Tahata

所属研究機関名：東京理科大学

部局名：理工学部情報科学科

職名：准教授

研究者番号(8桁)：30453814

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。