

令和 2 年 6 月 15 日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2019

課題番号：16K00031

研究課題名（和文）高次元大規模信号データ処理のためのスケーラブル・リーマン多様体最適化とその応用

研究課題名（英文）Riemannian optimization and applications for high-dimensional large-scale data

研究代表者

笠井 裕之（Kasai, Hiroyuki）

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：40312079

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,500,000円

研究成果の概要（和文）：微分多様体において、高次元テンソルを分解表現する行列に対する直交性などの制約と、目的関数の二乗誤差特性及び要素行列による対称性等に着目し、新たなリーマン計量を提案した。この新しい幾何空間を用いた最適化アルゴリズムを提案し、再現誤差と収束速度の観点で、従来手法に対する優位性を示した。また、微分多様体上の確率的勾配法に着目し、フル勾配と確率的勾配をハイブリッドした手法を用いることで収束性を向上する手法について複数検討し、これら手法の収束性についても理論的証明を与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

微分多様体上での最適化手法は、従来の凸解析最適化とは全く思想が異なり、近年研究が開始された極めて新しい手法である。本研究では、最適化目的関数と制約を考慮した新しいリーマン計量を定義し、そこから全く新しい幾何空間（多様体）を提案・構築し、その上で効率的な最適化を試みるという新しい手法である。さらに、オンライン型最適化、分散型最適化への拡張は、また多様体上での確率的勾配法の検討は、新しい試みである。このことから、本研究方式の遂行は、学術的にも例がなく極めて独創的・革新的であり、且つ産業競争力強化にも資する研究内容である。

研究成果の概要（英文）：This research project proposed a novel Riemannian manifold preconditioning approach for the tensor completion problem with rank constraint. A novel Riemannian metric or inner product is proposed that exploits the least-squares structure of the cost function and, considers the structured symmetry that exists in Tucker decomposition. The specific metric allows to use the versatile framework of Riemannian optimization on quotient manifolds to develop preconditioned nonlinear conjugate gradient and stochastic gradient descent algorithms for batch and online setups, respectively. Furthermore, a novel Riemannian extensions of the Euclidean stochastic gradient algorithm to a manifold search space have been proposed. The key challenges of averaging, adding, and subtracting multiple gradients are addressed with retraction and vector transport. For this algorithm, a global convergence analysis as well as a local linear rate convergence have been provided.

研究分野：最適化理論，機械学習とその応用

キーワード：最適化 リーマン多様体 確率的勾配法 テンソル 大規模データ

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

機械学習に代表される高知能信号データ処理技術を利用したシステムの社会実装が精力的に進められている。そのような中、大規模・高次元且つ多様な「ビッグデータ」を効率良く処理可能な高知能信号データ処理技術への期待は高まる一方である。よって、処理の根幹を成す最適化アルゴリズムにおいては、従前の手法にとられない挑戦的な手法の確立が必要である。

学術分野では、近年、これまでの凸最適化手法を拡張したより高効率な手法の研究が進められている[A]一方で、非凸最適化による新しい手法の研究も、大きな成果を上げている。しかしながら、時代が要請する「データ処理速度」と「精度」への要求は増大し続けており、大規模データに対するさらなる高効率な手法『スケーラブル最適化手法』の実現が喫緊の課題と言える。

[A] M.Schmidt, Convex optimization for big data,ACML,2015.[B] P.Absil,Optimization Algorithms on Matrix Manifolds, Princeton Uni. Press, 2008.

2. 研究の目的

本申請の研究では、以下の3つの条件を前提とする。第1に、高次元データを取り扱うことから、対象信号データを『テンソル』で表現する。テンソルとは、2次元行列データを3次元以上に拡張した高次元汎用データ表現形式として定義される。現在でも、アルゴリズムの簡易性と手軽なツールの普及に起因して、高次元データを2次元行列に変換・処理することが一般的である。しかしながら、2次元化により元のデータ構造が喪失するため、処理精度は低下する。本研究では高次元データをテンソル表現のまま最適化するアルゴリズムを対象とする。第2に、大規模高次元データを処理するためには、その奥に潜む低次元構造(数学的には『低ランク構造』)を効率良く表現(モデル化)することが必須である。本研究では、高次元テンソルデータの低テンソルランク構造モデルを前提に進める。特に、複数の要素行列によるテンソル分解手法(CP分解とTucker分解)に基づく処理を検討する。第3に、研究推進においては、大規模データを対象として、最適なアプローチを検討・評価していく。

3. 研究の方法

A) 新たな幾何空間定義によるリーマン多様体最適化アルゴリズム

最適化問題を解く際には、まず最小(大)化の対象となる目的関数の数学的定義を行う必要がある。ここで、目的関数が、自乗誤差等の損失関数に起因する二次の特性を有し、さらに変数による対称性(不定性)が存在する場合、最適解の探索対象となる空間が多様体空間に制約されるだけでなく、特殊な構造を有する多様体空間を成す。このような問題(目的関数と制約の組)は、例えば固有値問題等、実社会システム内に広く共通して存在する潜在的問題である。従来研究では、変数の多様体制約だけに注目してきたが、本研究では前述の目的関数固有の「構造」を考慮することで、多様体空間に距離概念を導入する新しい『リーマン計量(内積)』を定義することから始める。テンソルデータを対象として、この新しい計量を元に、全く新しい多様体の幾何空間を定義し、その性質を最大限活用しながら最適化を行うアルゴリズムを構築すること、が本研究課題の目的である。

B) 確率的オンライン型リーマン多様体最適化アルゴリズム

時事刻々生成(入力)されていく実社会データを想定した場合、全データが手元に存在することを必須とする「バッチ(オフライン)処理型最適化手法」を適用することは困難である。一方、新しい入力データに対して過去の学習データを使用せず、低メモリ消費で且つ高速な計算により最適化を行う「オンライン処理型最適化手法」は、スケーラビリティ向上において大きな効果をもたらす。本研究では、これまで研究されていないテンソルデータを対象として、前記テンソル分解を対象とした確率的オンライン型リーマン多様体最適化アルゴリズムを提案する。特に、テンソルの分解行列毎に、微分多様体上の測地線(最短曲線)上を探索する高効率なオンラインアルゴリズムを提案する。

C) リーマン多様体最適化における分散最適化アルゴリズム

大規模・分散データへの対応として、複数の処理ノードが最適化計算処理の中間(途中)結果のみを複数ノード間で共有しながら、自律分散的に計算を行う最適化手法を提案する。これは、中心ノードを持たず、直接接続された周辺ノードとのみ情報の共有を実行する完全分散型(Decentralized)の構成であり、処理のスケーラビリティ化だけでなく、情報秘匿化も実現できる。ここで2つの大きな課題がある。一点目は、最終的に求めるべき変数は、各ノードで分散して処理されるため、最小化対象となる目的関数が他ノード管理の変数に対して非依存である必要がある。しかしながら、一般的な目的関数では依存関係があるため、各ノードでの最適化は、全体最適化とならない。そこで、変数及び目的関数を完全に分離可能な最適化手法を提案する。二点目は、周辺ノードから取得した途中計算結果と、自ノードの結果と統合する際、これらのデータ空間が異なるため、そのままでは統合(平均化処理等)できない点である。本研究では、それらを計算可射影・統合計算する手法を提案する。これにより、自立分散的に最適化を行うことが可能となり、課題Aと統合することで、処理量高速化を実現する。

D) 高次元大規模信号データ処理における最適化アルゴリズムの応用

課題AからDで提案したアルゴリズムを、実システムで利用する分野へ適用し評価する。特に、テンソル補間及び複雑ネットワーク解析への応用を検討する。具体的には、両応用に提案アルゴリズムを適用し、既存の最新アルゴリズムに対して、再現誤差と収束速度の優位性を評価し

ていく。特に実運用されるシステムの実データセットを用いた評価を行っていく点に注力する。

4. 研究成果

微分多様体において、最適化処理の効率を大幅に向上可能な「最適な幾何空間」を定義することで、収束速度を大幅に向上する手法を検討した。具体的には、最適化する対象となる制約条件として、高次元テンソルを分解表現する行列(要素行列)に対する直交性などの制約を考慮するだけでなく、目的関数の二乗誤差特性及び要素行列による対称性(解の不定値性)等に着目し、新たなリーマン計量を提案した。これにより、対象とするリーマン多様体は商多様体構造を持つようになるが、本研究では、接空間への写像、接空間上での垂直・水平空間の定義及びそれらへの写像、接空間へのリトラクション、接空間間の平行移動など、全く新しい幾何空間を提案した。この空間は、目的関数の最小化を実現するための最適な探索空間を定義することと等価となる。そして、この新しい幾何空間を用いた最適化アルゴリズムを提案し、再現誤差と収束速度の観点で、他の先端アルゴリズムに対する優位性を示した。

次に、逐次データ処理の実現を目的として、テンソルの多次元方向に向かって、微分多様体上の測地線(最短曲線)上を探索する高効率な確率的オンライン型アルゴリズムを提案し、大規模データにもスケール可能な手法を提案した。具体的には、新しい入力データに対して、それまでに求めた低ランク部分空間を更新する軽量かつ高品質なアルゴリズムを提案した。ここでは、各分解行列において、新しい入力データに対する勾配方向を算出し、リーマン多様体の測地線方向に部分空間を動的に更新する手法を検討した。特に、複数分解行列上で更新するステップ幅を履歴に基づいて効率的に設定する手法が、最適化効率を左右することから、その制御アルゴリズムを検討した。

さらに、「確率的勾配法」の研究では、フルリーマン勾配と確率的リーマン勾配をハイブリッドした手法を用いることで収束性を向上する手法について複数検討した。新しい入力データに対する勾配方向を算出し、リーマン多様体の測地線方向にパラメータを逐次的に更新する手法を検討した。特に、過去の繰り返しポイントでのリーマン勾配を、現繰り返しポイントで用いるため、多様体上でのベクトル移動を取り入れた手法を提案した。これら手法の収束性についても、オンライン収束性の観点から理論的証明を与えた。さらに、様々なデータセットを用いた数値実験を行い、提案手法が従来手法と比較して高速に収束することを示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計22件（うち査読付論文 22件 / うち国際共著 13件 / うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Hiroyuki Sato, Bamdev Mishra	4. 巻 PMRL80
2. 論文標題 Riemannian stochastic recursive gradient algorithm	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 35th International Conference on Machine Learning (ICML2018)	6. 最初と最後の頁 2516-2524
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Mukul Bhutani, Pratik Jawanpuria, Hiroyuki Kasai, and Bamdev Mishra	4. 巻 NA
2. 論文標題 Low-rank geometric mean metric learning	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 ICML workshop on Geometry in Machine Learning (GiMLi2018)	6. 最初と最後の頁 1-5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Hiroyuki Sato, Bamdev Mishra	4. 巻 NA
2. 論文標題 Stochastic recursive gradient on Riemannian manifolds	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 ICML workshop on Geometry in Machine Learning (GiMLi2018)	6. 最初と最後の頁 1-5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Bamdev Mishra	4. 巻 NA
2. 論文標題 Riemannian joint dimensionality reduction and dictionary learning on symmetric positive definite manifolds	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO2018)	6. 最初と最後の頁 2010-2014
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.23919/EUSIPCO.2018.8553200	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Kasai	4. 巻 NA
2. 論文標題 Accelerated stochastic multiplicative update with gradient averaging for nonnegative matrix factorizations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 26th European Signal Processing Conference (EUSIPCO2018)	6. 最初と最後の頁 2593-2597
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.23919/EUSIPCO.2018.8553610	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Kasai	4. 巻 NA
2. 論文標題 Fast optimization algorithm on complex oblique manifold for hybrid precoding in Millimeter Wave MIMO systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP2018)	6. 最初と最後の頁 1266-1270
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/GlobalSIP.2018.8646553	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Bamdev Mishra	4. 巻 NA
2. 論文標題 Inexact trust-region algorithm on Riemannian manifolds	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 32nd Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS2018) (formerly NIPS)	6. 最初と最後の頁 1-10
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Mayank Meghwanshi, Pratik Jawanpuria, Anoop Kunchukuttan, Hiroyuki Kasai, and Bamdev Mishra	4. 巻 NA
2. 論文標題 McTorch, a manifold optimization library for deep learning	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 NeurIPS workshop on Machine Learning Open Source Software (MLOSS2018)	6. 最初と最後の頁 1-5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Kasai	4. 巻 NA
2. 論文標題 Stochastic optimization library: SGDLibrary	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 NeurIPS workshop on Machine Learning Open Source Software (MLOSS2018)	6. 最初と最後の頁 1-5
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Kasai	4. 巻 347
2. 論文標題 Fast online low-rank tensor subspace tracking by CP decomposition using recursive least squares from incomplete observations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Neurocomputing	6. 最初と最後の頁 177-190
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.neucom.2018.11.030	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bamdev Mishra, Hiroyuki Kasai, Pratik Jawanpuria, Atul Saroop	4. 巻 NA
2. 論文標題 A Riemannian gossip approach to subspace learning on Grassmann manifold	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Machine Learning, Springer	6. 最初と最後の頁 1-21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Sato, Hiroyuki Kasai, Bamdev Mishra	4. 巻 NA
2. 論文標題 Riemannian stochastic variance reduced gradient algorithm	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Journal on Optimization (SIOPT)	6. 最初と最後の頁 1-30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiromi NARIMATSU, Hiroyuki KASAI	4. 巻 81.3
2. 論文標題 State duration and interval modeling in hidden semi-Markov model for sequential data analysis	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Springer, Annals of Mathematics and Artificial Intelligence	6. 最初と最後の頁 1573-7470
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/s10472-017-9561-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Kasai and Kohei Yoshikawa	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Sparse representation based classification with intra-class variation dictionary on symmetric positive definite matrices	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 佐藤寛之, 笠井裕之	4. 巻 62, 1
2. 論文標題 リーマン多様体上の最適化の基本と最新動向	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 システム制御情報学会学会誌「システム/制御/情報」	6. 最初と最後の頁 21-27
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Hiroyuki Sato, Bamdev Mishra	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Riemannian stochastic quasi-Newton algorithm with variance reduction and its convergence analysis	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 21st International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS2018)	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Kasai	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 SGDLibrary: A MATLAB library for stochastic optimization algorithms	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Machine Learning Research (JMLR)	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Kasai	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Stochastic variance reduced multiplicative update for nonnegative matrix factorization	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 43rd IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2018)	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Hiroyuki Sato, Bamdev Mishra	4. 巻 印刷中
2. 論文標題 Riemannian stochastic recursive gradient with retraction and vector transport and its convergence analysis	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 35th International Conference on Machine Learning (ICML2018)	6. 最初と最後の頁 印刷中
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Wolfgang Kellerer, Martin Kleinsteuber	4. 巻 13
2. 論文標題 Network Volume Anomaly Detection and Identification in Large-scale Networks based on Online Time-structured Traffic Tensor Tracking	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Network and Service Management	6. 最初と最後の頁 636 - 650
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TNSM.2016.2598788	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Hiroyuki Sato, Bamdev Mishra	4. 巻 1
2. 論文標題 Riemannian Stochastic Variance Reduced Gradient on Grassmann Manifold	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 The fifth International Conference on Continuous Optimization	6. 最初と最後の頁 1
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Hiroyuki Kasai, Bamdev Mishra	4. 巻 1
2. 論文標題 Low-rank tensor completion: a Riemannian manifold preconditioning approach	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Proceedings of The 33rd International Conference on Machine Learning (ICML2016)	6. 最初と最後の頁 1
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計6件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 笠井裕之
2. 発表標題 欠損有りデータを対象としたテンソル分解に基づくオンライン低ランク部分空間追跡法OLSTEC
3. 学会等名 情報処理学会オーディオビジュアル複合情報処理研究会 (AVM)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 佐藤寛之, 笠井裕之, Bamdev Mishra
2. 発表標題 リーマン多様体上の確率的最適化の発展
3. 学会等名 共同研究 (公開型) 京都大学数理解析研究所 研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 笠井裕之
2. 発表標題 ミリ波MIMOシステムにおけるハイブリッド・プレコーディングのための複素Oblique多様体における高速最適化アルゴリズムの検討
3. 学会等名 電子情報通信学会MoNA研究会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 笠井裕之
2. 発表標題 正定値対称行列における次元削減と辞書学習の統合学習法とその応用
3. 学会等名 情報処理学会オーディオビジュアル複合情報処理研究会 (AVM)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 笠井裕之
2. 発表標題 非負値行列因子分解のための確率的分散縮小乗法的更新手法の検討
3. 学会等名 電子情報通信学会 ニューロコンピューティング研究会 (NC) 信学技報 (NC2017-31)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyuki KASAI, Bandev MISHRA
2. 発表標題 Tucker多様体最適化によるテンソル学習と時空間情報予測のためのテンソル回帰問題への応用
3. 学会等名 電子情報通信学会 信学技報告 モバイルネットワークとアプリケーション研究会 (MoNA)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----