

令和 2 年 7 月 1 日現在

機関番号：13101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K00042

研究課題名(和文)大規模金融データに対する局所定常時系列因子モデルの理論と応用

研究課題名(英文) Theory and application of locally stationary time series factor models for large-scale financial data

研究代表者

蛭川 潤一 (Hirukawa, Junichi)

新潟大学・自然科学系・准教授

研究者番号：10386617

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：大規模金融データに対する次元縮小のための局所定常時系列因子モデルの理論の整備し、まず有限次元の局所定常時系列因子モデルの統計的漸近理論の整備を行った。共分散行列を重ねた非負定値行列の単純な固有値解析を用いて、因子の数と因子負荷量の両方についての推定量を与えた。既存の多くの手法は、推定量の一致性までしか調べていないため、定常な場合と非定常な場合で、一様な結果となっている。そのため、非定常性が推定量にどのような影響を与えるかを判断することができない。推定量の漸近分散を調べることで、局所定常時系列因子モデルを仮定した場合と定常時系列因子モデルを仮定した場合の提案した推定量の性質の違いを明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

今後は、得られた基礎理論を高次元時系列データの次元縮小に応用する。また、金融時系列データの特徴である時間と共に相関構造が滑らかに変化していく様な現象を記述するのに適している局所定常イノベーションを持つ緩やかに爆発する過程の漸近理論を導いた。緩やかに爆発する過程により、バブル期の金融時系列データを記述し、バブル期の始まりと終焉の時期を識別するのに応用した。今後は、大規模金融データに対する局所定常時系列因子モデルをバブル期の前、中、後に、それぞれあてはめることにより、何故バブル期が生まれ、はじけたかの要因を明らかにする。得られた結果を将来のバブル期の予測に応用する。

研究成果の概要(英文)：The theory of the locally stationary time series factor models for dimension reduction for large-scale financial data was prepared, and then the statistical asymptotic theory of the finite-dimensional locally stationary time series factor model was established. A simple eigenvalue analysis of a nonnegative definite multiplied covariance matrix was used to give estimators for both the number of factors and the factor loadings. Since many existing methods only examine the consistency of estimators, the results are uniform in the stationary and non-stationary cases. Therefore, we could not judge how non-stationarity affects the estimator. By investigating the asymptotic variance of the estimator, we clarified the difference in the properties of the proposed estimator under the assumption of the locally stationary time series factor model and under the assumption of the stationary time series factor model.

研究分野：数理統計学

キーワード：時系列解析 因子モデル 局所定常時系列 金融工学 高次元データ

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

多変量時系列解析は近代の情報化時代において、より注目され重要性を増してきている。単変量時系列についての手法と関連する理論が詳細に発展し、よく理解されている一方で、多変量の場合の状況は完全ではない。従来の単変量時系列モデルやそれらのモデルに対する時間領域や周波数領域での手法は形式的に多変量時系列に拡張されてきたが、それらの有効性はしばしば制限的である。モデル識別性の欠如や尤度を最大にするパラメータを求めたいのに、尤度関数が平坦になってしまう等の深刻な問題に直面する。実際、ベクトル ARMA モデルが直接利用可能な場合は稀であり、何らかの方法でパラメータの次元を縮小する方が適切である。

最新の研究成果の多くは多変量時系列の次元が標本数と同等かあるいはそれ以上に大きい場合にまで注目している。そのような高次元の時系列データを解析する必要性は、金融、経済、環境、医療といった様々な分野で存在する。多数の資産で構成される多変量収益率の時間構造を理解することは、資産価格決定、ポートフォリオ分配、リスクマネジメント等において、鍵となるものである。経済学やビジネス学においては、各観察単位のデータが複数期間に渡って観測されるパネルデータはありふれた物になっている。また、環境学上の時系列は、多くの異なる地点で多数の指数が観測されるので、必然的に高次元となる。正準相関解析、構造指数分析、主成分分析、リッジ推定、LASSO 等、多種の次元縮小の手法が存在するが、多変量時系列についての因子モデルは次元縮小の点で有用な手段の一つである。

申請者が在外研究で訪問したロンドン大学のロンドンスクール・オブ・エコノミクス (LSE) の Yao 教授の研究グループは、多変量時系列因子モデルについての研究を、定常性と非定常性の両方の仮定の下で行っている。近年、特に、多変量時系列因子モデルの次元縮小に関する研究に力を入れている。高次元の時系列が、より低次元な因子時系列から成る動的部分とホワイトノイズから成る静的部分に分割できるという単純な仮定の下で、非負定値行列の固有値解析を利用した手法により、因子の数と因子荷重の両方の推定法を導いている。このような概念的に単純な分割は統計的推測を容易にし、時系列の次元が数千の大きさの場合でも利用可能である。統計的推測の理論的結果は

- (i) 時系列の次元の数を固定して、標本の数を無限大に近づける場合と
 - (ii) 時系列の次元の数と標本の数の両方を無限大に近づける場合
- の両方の設定において述べられる。

2. 研究の目的

Yao 教授等の時系列因子モデルにおける一連の研究においては、 β -混合係数の総和性を時間に一様に課すことで、非定常時系列を含むモデルを可能としているが、特定の非定常な現象を想定しているものではない。一概に非定常時系列と言っても、個々の時系列の持つ非定常性には様々な性質がある。例えば、変化点を含む時系列では、変化点の前と後で構造が異なるので非定常になる。また、ランダムウォークは現在の値が、イノベーション過程の過去から現在までの全ての値の和で与えられる時系列であるので、非常に強い長期記憶性を持ち、その長期記憶性から非定常となる。それぞれの非定常性の持つ漸近的な性質は全く異なってくるので、非定常時系列を考える際には、どのような非定常性を想定するかが重要となる。近年 Dahlhaus 教授は重要な非定常過程のクラスの一つである局所定常過程を正確な漸近的フレームワークを用いて定式化した。局所定常過程は、時間と共にスペクトル構造が滑らかに変化するモデルであり、実証研究においてしばしば現れる相関構造が時間と共に緩やかに変化するような現象を記述するのに適している。

Yao 教授等の一連の結果は、推定量の一致性の議論に留まっており、それぞれの非定常性の持つ漸近的な特徴を導くことができていない。非定常性の特徴を明らかにするためには、特定の非定常時系列モデルを想定した上で、更なる議論が必要となる。本研究課題では、高次元局所定常時系列因子モデルについて、因子の数と因子荷重を推定する方法を提案し、大規模金融データに対する次元縮小に利用する。

- (i) 次元を固定した設定の下での、多変量局所定常時系列因子モデルの漸近理論

まず初めに、次元を固定した設定の下で、局所定常時系列因子モデルの漸近理論を発展させる。固有値解析を利用した手法の漸近正規性の基礎結果について、平均二乗誤差 (MSE) を評価し、その他の既存の推定量に対する漸近相対有効性 (ARE) を求める。また、局所漸近正規性 (LAN) に基づく真に漸近最適な手法も提案する。更に、イノベーションの分布が未知の場合の、セミパラメトリックモデルを考える。ランク推定法はセミパラメトリックモデルにおいて漸近最適な推定法として、ベイズ法と並んで、近年、再注目を浴びている推定法である。イノベーションの分布が未知な多変量局所定常時系列因子モデルにランク推定法を応用し、セミパラメトリック漸近最適な推測方式を導く。

- (ii) 時間変化する因子荷重行列の推測

初期段階では、観測時系列をより次元の低い因子時系列に分解する因子荷重行列は、時間変化せず一定であると仮定する。しかしながら、局所定常時系列は時と共に相関構造が緩やかに変化し、時間による時系列の構造変化を記述できるのが特徴である。従って、次の段階では因子荷重行列も時と共に緩やかに時間変化するようなモデルを提案し、より一般的な因子荷重行列関数の推測方式を導く。

- (iii) 高次元多変量局所定常時系列因子モデルへの拡張

上述の (i), (ii) で得られた理論を時系列の次元の数と標本の数の両方を無限大に近づける設定の場合に拡張し、高次元時系列データの次元縮小に応用する。

(iv) 大規模金融時系列データへの応用

得られた統計手法を実際の時系列データに応用する。大規模金融時系列データ等の中で、スペクトル構造が時間変化するようなデータに対して、高次元局所定常時系列因子モデルをあてはめて、データの非定常構造を調べる。更に、既存の定常時系列因子モデルをあてはめた場合との比較検討も行う。

3. 研究の方法

(i) 理論の整備

新しい時系列解析の手法を導くための理論、即ち、大規模金融データに対する局所定常時系列因子モデルの統計的漸近理論の整備を行う。新しい統計手法を導きたい時、準備として、既存の手法について詳細に調査することが不可欠である。多変量因子モデルについての手法は、広範囲に渡って研究され整備されている。また、多変量時系列因子モデルについても様々な研究が行われてきている。従って、まず初めに、数理統計学関連図書、因子分析関連図書、時系列関連図書を用いて、多変量因子モデルや多変量時系列因子モデルの統計手法についての基本知識を整理する。この際に、独立観測の多変量因子モデルについてまで詳細に調査することは、本研究計画を遂行する上での基礎を固めるために不可欠であるだけでなく、本研究計画の視野を広げる可能性を内包している。独立観測の多変量因子モデルの歴史は長く、20世紀初頭に心理学の応用として誕生し、多種多様な手法が提案されている。

次に、既存の手法を局所定常時系列因子モデルに拡張することを考える。特に、局所定常過程のイノベーションが未知の場合には、セミパラメトリック漸近最適理論に基づく新たな手法が必要になる。この問題の解決法として、ベイズ法、ランク推定法が挙げられる。ランク推定法は、近年、セミパラメトリック漸近最適な推定法として、再び脚光を浴びている。その理論は現在進行形で発展しているので、最新の資料の提供・閲覧を依頼する必要がある。また、国内外の学会や国際会議等に参加し、最近の研究についての講演を聴き、議論する必要がある。局所定常過程やランク推定法といった最新の研究における新しいアイデアが必要となるが、これら最新の研究の専門家は国内外に目を向けてみても希少である。そのような専門家を訪問し、交流して、研究打ち合わせを行うことが重要となる。

(ii) 大規模金融時系列データへの応用

構築した新しい時系列解析の手法を実際の金融時系列データに応用する。局所定常時系列は、時間と共にスペクトル構造が変化するので、正則条件を満たすためには、長期に渡って観測される時系列データを用いる必要がある。

また、時系列の次元を無限大に近づけることも想定しているため、数千の単位の時系列が並ぶことになる。そのため、解析の対象となるデータは、長期間の高次元時系列データである。以上のことから、効率的な計算プログラムを用いても、計算量が膨大になることが容易に予想される。従って、高速ワークステーションを用いて、効率よく計算し、計算時間を短くする必要がある。これに付随して、統計用数値計算のためのソフトウェアを導入する。研究の初期段階においては、金融時系列データは入手しやすいものを利用し、基礎となる結果を得ることを優先する。インターネット等からデータを入手したり、統計ソフトに付随する時系列データ等を用いる。

(iii) 研究発表

得られた結果をプレプリント等にして配布する。また、学会、国際会議等で研究発表し、国内外の研究者と交流を図り、研究を発展させる。特に、金融工学分野において実際に観測されるデータの中で高次元局所定常時系列因子モデルが適していると判断されるデータについての意見を募る

(iv) 結果のフィードバック

得られた基礎的な結果を更に発展させていく。国内外の様々な分野の専門家と交流した際に得た意見やアドバイス等を、先に得られた基礎的な結果にフィードバックしていく。特に、金融工学分野の研究者や実務家から局所定常時系列因子モデルの方が適している金融時系列データ、非定常性を調査することに大きな意義が見出せる様なデータ等についての意見を募り、そのようなデータに対して、構築した手法を応用する。その際に、金融工学関連図書を用いて、理論面での発展を目指す。利用すべき金融データが専門的なものである場合には、データを入手するために専門知識の提供が必要となる。この段階においては、他の研究者との交流の機会を多く持ち、発表や議論を重ねて、結果にフィードバックしていくことが重要になる。従って、学会や国際会議等の場だけでなく、国内外でのセミナー等、より少人数での研究打ち合わせや議論も多く行う必要がある。そのような場所でのプレゼンテーション用として、ラップトップ型のコンピュータを用いる。得られた結果をプレプリントにまとめ学術雑誌等に投稿する。

4. 研究成果

大規模金融データに対する次元縮小のための局所定常時系列因子モデルの理論の整備を行うために、まず準備として、有限次元の局所定常時系列因子モデルの統計的漸近理論の整備を行った。共分散行列を重ねた非負定値行列の単純な固有値解析を用いて、因子の数と因子負荷量

の両方についての推定量を与えた。既存の多くの手法は、推定量の一致性までしか調べていないため、定常な場合と非定常な場合で、一様な結果となっている。そのため、非定常性が推定量にどのような影響を与えるかを判断することができない。この問題を解決するために、提案した推定量の一致性だけでなく、漸近正規性を示した。推定量の漸近分散を調べることで、局所定常時系列因子モデルを仮定した場合と定常時系列因子モデルを仮定した場合の提案した推定量の性質の違いを明らかにした。今後は、得られた基礎理論を時系列の次元の数と標本の数の両方を無限大に近づける設定の場合に拡張し、高次元時系列データの次元縮小に応用する。また、1次の自己回帰過程は、自己回帰係数の絶対値が1に近いとき単位根周辺過程と呼ばれる。特に、1よりも大きいけれど、標本の数が多くなるにつれて1に緩やかに近づいていく場合に、緩やかに爆発する過程と呼ばれる。金融時系列データの特徴である時間と共に相関構造が滑らかに変化していく様な現象を記述するには、局所定常イノベーションが適している。局所定常イノベーションを持つ緩やかに爆発する過程の漸近理論を導いた。緩やかに爆発する過程により、バブル期の金融時系列データを記述し、バブル期の始まりと終焉の時期を識別するのに応用した。今後は、大規模金融データに対する局所定常時系列因子モデルをバブル期の前、中、後に、それぞれあてはめることにより、何故バブル期が生まれ、はじけたかの要因を明らかにする。得られた結果を将来のバブル期の予測に応用する。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Junichi Hirukawa	4. 巻 20
2. 論文標題 Time series regression models with locally stationary disturbance	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Statistical Inference for Stochastic Processes	6. 最初と最後の頁 329-346
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） doi:10.1007/s11203-017-9155-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計11件（うち招待講演 4件 / うち国際学会 9件）

1. 発表者名 Hirukawa, J., Lee, S
2. 発表標題 Asymptotic Properties of Mildly Explosive Processes with Locally Stationary Disturbance.
3. 学会等名 2nd International Conference on Econometrics and Statistics (EcoSta 2018), 於 City University of Hong Kong, Hong Kong, (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hirukawa, J., Lee, S
2. 発表標題 Asymptotic Properties of Mildly Explosive Processes with Locally Stationary Disturbance.
3. 学会等名 Waseda International Symposium ``Introduction of general causality to various data and its innovation of the optimal inference'' 於 早稲田大学基幹理工学部 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hirukawa, J., Lee, S
2. 発表標題 Asymptotic Properties of Mildly Explosive Processes with Locally Stationary Disturbance.
3. 学会等名 ``International Symposium on Statistical Theory and Methodology for Large Complex Data'' 於 筑波大学 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hirukawa, J., Lee, S
2. 発表標題 Asymptotic Properties of Mildly Explosive Processes with Locally Stationary Disturbance.
3. 学会等名 科研費シンポジウム「漸近理論、角度または時系列のための統計解析に関する様々な研究」於 南山大学
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Junichi Hirukawa
2. 発表標題 Functional central limit theorem for locally stationary processes
3. 学会等名 海外セミナー講演 於 Department of Statistics, Seoul National University 韓国（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Junichi Hirukawa, Sangyeol Lee
2. 発表標題 Asymptotic Properties of Mildly Explosive Processes with Locally Stationary Disturbance
3. 学会等名 科研費シンポジウム「多様な分野における統計科学の総合的研究 ``Overall study of statistical science in the various fields''」 於 コープシティ花園（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Junichi Hirukawa, Sangyeol Lee
2. 発表標題 Asymptotic Properties of Mildly Explosive Processes with Locally Stationary Disturbance
3. 学会等名 Waseda International Symposium ``Recent Developments for Statistical Asymptotic Theory for Time Series & Circular Distributions'' 於 早稲田大学基幹理工学部（国際学会）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Junichi HIRUKAWA
2. 発表標題 Functional central limit theorem for locally stationary processes
3. 学会等名 第90回米沢数学セミナー『可換Banach環と関連分野研究集会』
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Junichi HIRUKAWA
2. 発表標題 Functional central limit theorem for locally stationary processes
3. 学会等名 チリ, バルパライソ大学, 統計学セミナー(招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Junichi Hirukawa, Minehiro Takahashi, Ryota Tanaka
2. 発表標題 On the extension of Lo's modified R/S statistics against to locally stationary short-range dependence
3. 学会等名 Hokkaido International Symposium "Recent Developments of Statistical Theory in Statistical Science" (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Junichi Hirukawa, Minehiro Takahashi, Ryota Tanaka
2. 発表標題 On the extension of Lo's modified R/S statistics against to locally stationary short-range dependence
3. 学会等名 9th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Masanobu Taniguchi, Hiroshi Shiraishi, Junichi Hirukawa, Hiroko Solvang Kato, Takashi Yamashita	4. 発行年 2017年
2. 出版社 CRC Press	5. 総ページ数 388
3. 書名 Statistical portfolio estimation	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----