

令和 3 年 5 月 22 日現在

機関番号：16201

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K00332

研究課題名(和文) 複雑系のレジリエンス性向上のためのパラメータ制御法の開発

研究課題名(英文) Development of Parametric Controller to Enhance Resilience of Dynamical Systems

研究代表者

藤本 憲市 (Fujimoto, Ken'ichi)

香川大学・創造工学部・准教授

研究者番号：20300626

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：複雑系のレジリエンス性向上のための基礎技術確立を目指し、数理モデルにみられる状態の安定度を操作する制御系について研究した。複雑系数理モデルにおける状態の安定度はシステムパラメータ値によって変化し、状態が不安定化する方向にパラメータ値が変化するとやがて状態が急変する分岐現象を生じることがある。システム状態の安定度をリアプノフ指数やスペクトル半径の指標に基づいて定義し、その安定度を操作することで分岐現象の発生を回避するパラメータ制御系を構築した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、常微分方程式や常差分方程式で記述される数理モデルにみられる安定な状態が、システムパラメータ変化によって急変することを回避するパラメータ制御系を開発した。開発した制御系は数理モデルとして記述できるさまざまな複雑系に対して適用可能であり、生命系、電力網、情報通信ネットワークなどの幅広い分野におけるシステムについて、そのレジリエンス性を向上させるための基礎技術となりうる。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this study is to develop parametric control systems for handling the state stability of complex systems described by nonlinear differential or difference equations. In dynamical systems, steady-state stability depends on the value of system parameters. Changing the parameter value can lead to bifurcation that means the disappearance of the current state and the occurrence of another state. The principal investigator has developed parametric controllers to handle the steady-state stability defined with the Lyapunov exponents or the spectral radius of a linearization system. The parametric controllers are available to avoid bifurcations caused by unexpected changes in system-parameter values.

研究分野：数理工学

キーワード：複雑系 レジリエンス性 パラメータ制御系 リアプノフ指数 スペクトル半径 分岐回避

1. 研究開始当初の背景

生体システム、電力網、情報・通信ネットワークなどの大規模複雑系のレジリエンス性（予期せぬ環境変化に対して系の状態を正常に保つ自己復元能力）を向上させる制御法の開発は現代社会における重要課題である。例えば、耳鳴りや心臓の重大疾患の一つである交互脈は、数理モデルの解析から、パラメータ値の変化に起因する分岐現象（状態が急激に切り替わる現象）によって発生することが知られている。高いレジリエンス性を有するシステムを構築するためには、システムパラメータ値の予期せぬ変化に対して、システムが常に正常状態を保つ又は異常状態から正常状態へ自己復元できるパラメータ制御機構が必要となる。

2. 研究の目的

離散時間動的システムにおける定常状態（安定な固定点や周期点）の安定度を最大リアプノフ指数に基づいて定義し、その安定度を操作できるパラメータ制御系が提案されている [1]。本研究では、そのパラメータ制御系を、離散時間動的システムにおける非周期点や連続時間動的システムに見られる安定周期解へ適用できるように拡張し、汎用性の高いパラメータ制御系を開発することが目的である。

3. 研究の方法

(1) 最大リアプノフ指数を評価関数とする最急降下法に基づいたパラメータ制御系 [1] とは別のアプローチについて検討する。安定固定点の分岐発生条件がヤコビ行列のスペクトル半径によって定義できることに着目し、分岐発生回避問題をスペクトル半径の最小化問題に帰着させた上で、最急降下法に基づいたパラメータ制御系を構築する。

(2) 離散時間動的システムにみられる安定準周期点（安定非周期点）の分岐回避問題を検討するため、第2リアプノフ指数の最小化問題を考え、最急降下法に基づいたパラメータ制御系を構築する。

(3) 非自律系（外力が印加される連続時間動的システム）にみられる安定周期解は、外力の周期に基づいたストロボ写像を用いることにより、ポアンカレ断面上的の周期点として捉えることができる。これらを踏まえて離散時間動的システムに対するパラメータ制御系 [1] を理論的に拡張することにより、非自律系における安定周期解の安定度を操作するパラメータ制御系を構築する。

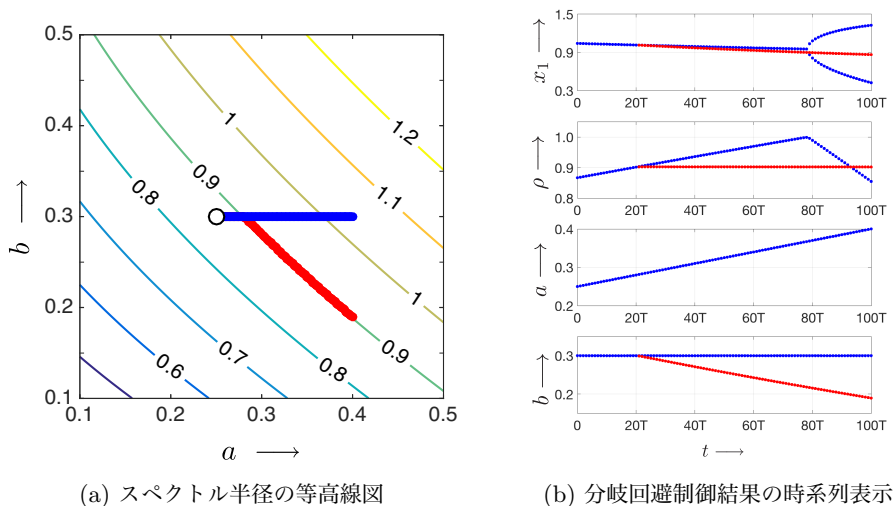
4. 研究成果

(1) 離散時間動的システムにおける安定固定点の最大リアプノフ指数がスペクトル半径に対応することに着目し、スペクトル半径最小化のアイデアに基づいた離散時間動的システムの安定固定点に対するパラメータ制御系構築を理論及び数値実験の両面から並行して実施した [2]。Kima らによるスペクトル半径の勾配計算法を利用して、最急降下法に基づいたパラメータ制御アルゴリズムを導出した。構築したパラメータ制御系を Hénon 写像

$$x_1(t+1) = 1 + x_2(t) - a(t)x_1^2(t) \quad (1)$$

$$x_2(t+1) = b(t)x_1(t) \quad (2)$$

にみられる安定固定点の分岐回避問題へ適用し、図 1 に示す結果を得た。ここで、図 1(a) における白丸の位置は初期パラメータ設定値を表す。このとき $\rho = 0.867$ となる安定固定点、すなわち図 1(b) の



(a) スペクトル半径の等高線図

(b) 分岐回避制御結果の時系列表示

図 1 Hénon 写像における安定固定点の分岐回避制御結果

x_1 に関する図において、ある時刻における x_1 の点が一つになる状態が観測された。ここで、青色と赤色の点列は、それぞれ非制御下と制御下での実験結果を示している。図 1(a) における青色点列に沿って a の値を増加させたところ、図 1(b) に示すとおり、 $t = 78T$ のときに $\rho \geq 1$ となり、安定固定点の周期倍分岐発生に伴い、システムの状態は安定 2 周期点 (ある時刻において x_1 の点が二つになる状態) へと遷移した。一方、 $\rho = 1$ のときに分岐が生じることから、制御量を加えるしきい値を $\rho^* = 0.9$ として制御を行った場合を赤色点列で示す。 $\rho > \rho^*$ となる $t \geq 21T$ の区間において、 $\rho \simeq 0.9$ が維持されており、周期倍分岐の発生を回避できていることがわかる。

(2) 離散時間動的システムにおける安定準周期点の最大リアプノフ指数は常に $\lambda_1 = 0$ であり、第 2 リアプノフ λ_2 が 0 にまで上昇したときに分岐を生じる。そこで、安定準周期点を制御対象とし、第 2 リアプノフ指数の最小化問題に基づくパラメータ制御系を理論及び数値実験の両面から並行して実施した [3]。問題を簡単にするため、2次元の離散時間動的システムについて検討した。第 2 リアプノフ指数がリアプノフ指数の総和から最大リアプノフ指数を差し引くことで計算できることを利用して、最急降下法に基づいたパラメータ制御アルゴリズムを導出し、川上写像

$$x_1(t+1) = a(t)x_1(t) + x_2(t) \quad (3)$$

$$x_2(t+1) = x_1^2(t) + b(t) \quad (4)$$

にみられる安定準周期点の分岐回避問題へ適用した。実験結果を図 2 に示す。図 2(a) における G, I, N は、それぞれ接線分岐、周期倍分岐、Neimark-Sacker 分岐の分岐点集合を表す。まず、パラメータ値を白丸の位置に設定することで、安定準周期点すなわち図 2(b) の x_1 に関する図において、ある時刻における x_1 の点列が多数となる状態を発生させた。図 2(b) の上 2 段目の図において、青色と赤色の点列はそれぞれ、非制御下と制御下での最大リアプノフ指数 λ_1 を示しており、安定準周期点の最大リアプノフ指数が常に 0 であることがみてとれる。同様に、緑色とマゼンタ色の点列が、それぞれ非制御下と制御下での第 2 リアプノフ指数 λ_2 を表している。図 2(a) における青色点列に沿って b の値を増加させたとき、非制御下での第 2 リアプノフ指数 (緑色点列) は $t = 70T$ 付近において $\lambda_2 \geq 0$ となり、Neimark-Sacker 分岐の発生に伴ってシステムの状態が安定固定点へと遷移した (図 2(b) の x_1 に関する図の青色点列を参照)。次に、制御量を加えるしきい値を $\lambda_2^* = -0.1$ として制御を行った結果、 $\lambda_2 > \lambda_2^*$ となる $t \geq 27T$ の区間において、マゼンタ色点列で示すとおり $\lambda_2 \simeq -0.1$ が維持され、Neimark-Sacker 分岐を発生させることなく安定準周期解の状態を保持できていることがわかる。

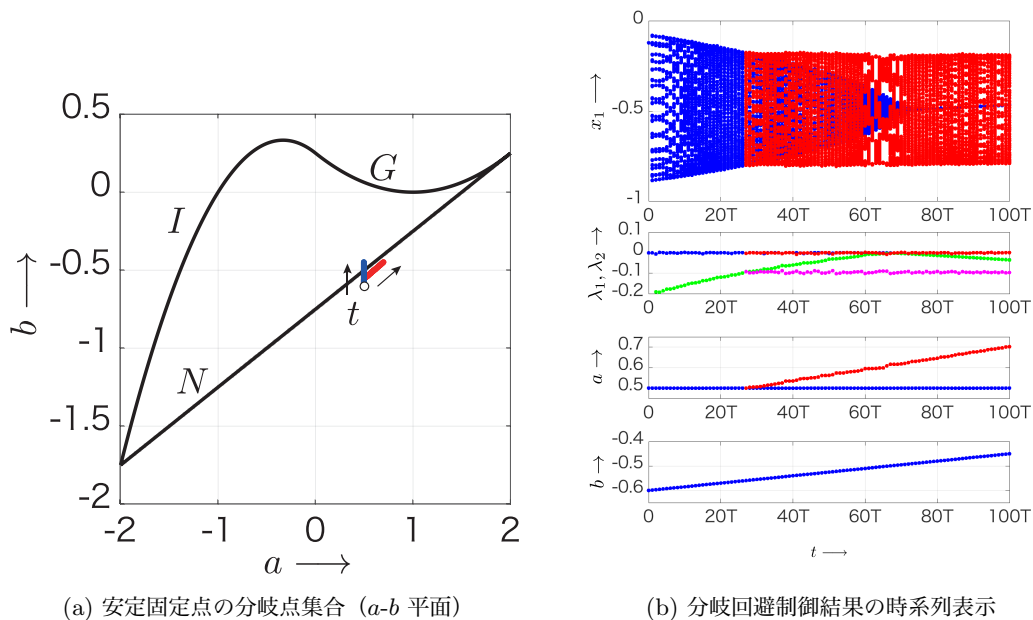


図 2 川上写像における安定準周期点の分岐回避制御結果

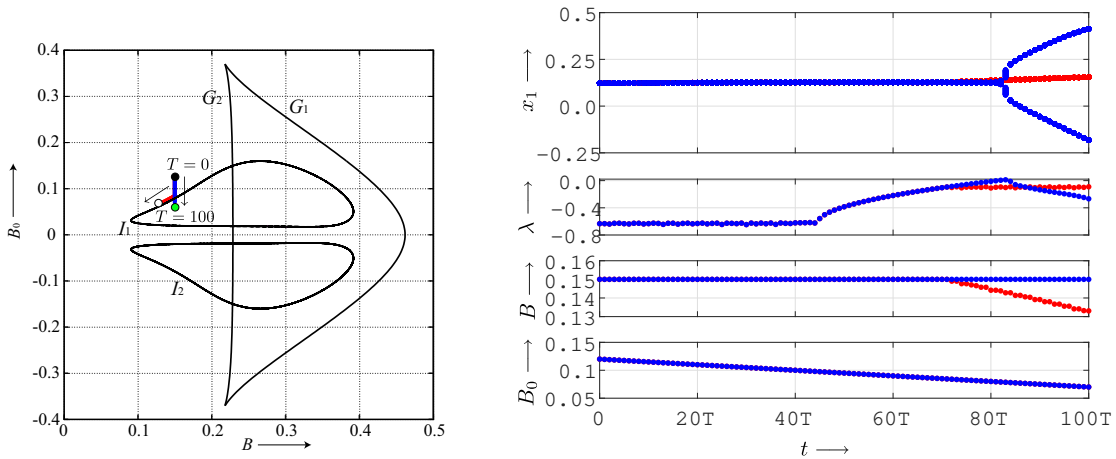
(3) 非自律系に対するパラメータ制御系の構築を理論及び数値実験の両面から並行して実施した [4]。非自律系における安定周期解は、外力周期 (T) のストロボ写像によるポアンカレ断面上の固定点 (周期点) として取り扱うことができる。更に、そのポアンカレ断面の通過点に対して変分方程式も導出可能である。これらを踏まえ、最大リアプノフ指数に基づいたパラメータ制御系を理論的に拡張することで、非自律系における安定周期解の安定度を操作するパラメータ制御アルゴリズムを導出した。構築し

たパラメータ制御系を Duffing 方程式

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad (5)$$

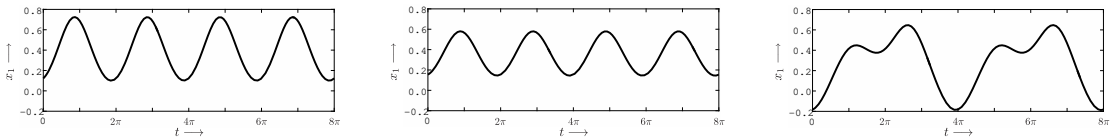
$$\frac{dx_2}{dt} = -Cx_2 - x_1^3 + B_0(t) + B(t) \cos t \quad (6)$$

にみられる安定 1 周期解の分岐回避問題へ適用し、図 3 に示す結果を得た。図 3(a) における $G_{\{1,2\}}$ は接線分岐曲線、 $I_{\{1,2\}}$ は周期倍分岐曲線、黒丸の位置は初期パラメータ設定値を表す。この初期パラメータ値において観測される安定 1 周期解 (図 3(c) の波形) に対して青色点列に沿って B_0 の値を減少させたところ、 $t = 82T$ において最大リアプノフ指数が $\lambda \geq 0$ となり、周期倍分岐の発生に伴って図 3(e) に示す安定 2 周期解へとシステムの状態が遷移した。次に、制御量を加えるしきい値を $\lambda^* = -0.1$ として制御を行った。その結果、 $\lambda > \lambda^*$ となる $t \geq 72T$ の区間において、赤色点列で示すとおり $\lambda \simeq -0.1$ が維持され、周期倍分岐を発生させることなく安定 1 周期解 (図 3(d) の波形) の状態を保持できていることがわかる。



(a) 安定 1 周期解の分岐点集合 (B - B_0 平面)

(b) 分岐回避制御結果の時系列表示



(c) 黒丸上でみられる安定 1 周期解

(d) 白丸上でみられる安定 1 周期解

(e) 緑丸上でみられる安定 2 周期解

図 3 Duffing 方程式における安定 1 周期解の分岐回避制御結果

参考文献

- [1] K. Fujimoto and K. Aihara, "Bifurcation avoidance control of stable periodic points using the maximum local Lyapunov exponent," *Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE*, vol. 6, pp. 2–14, 2015.
- [2] K. Fujimoto, "Controller to Avoid Bifurcations of Stable Fixed Point Using Spectral Radius Optimization," *Proceedings of the 6th International Conference on Advances in Engineering and Technology*, pp. 71–73, 2017.
- [3] K. Fujimoto, "A Method to Control Stability Index of Quasi-Periodic Behavior in Discrete-Time Dynamical Systems," *The 8th International Conference on Electronics, Communications and Networks*, Bangkok, 2018.
- [4] K. Fujimoto, T. Otsu, H. Kitajima, and T. Ueta, "Control Technique of Maximum Local Lyapunov Exponent on Stable Periodic Solution in Continuous-Time Non-Autonomous Dynamical Systems," *International Journal of Computing, Communication and Instrumentation Engineering*, vol. 3, pp. 349–353, 2016.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Ken'ichi Fujimoto, Tomohiro Otsu, Hiroyuki Kitajima, and Tetsushi Ueta	4. 巻 3
2. 論文標題 Control Technique of Maximum Local Lyapunov Exponent on Stable Periodic Solution in Continuous-Time Non-Autonomous Dynamical Systems	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 International Journal of Computing, Communication and Instrumentation Engineering	6. 最初と最後の頁 349-353
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.15242/IJCCIE.AE0616114	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件/うち国際学会 5件）

1. 発表者名 Ken'ichi Fujimoto
2. 発表標題 A Method to Compute Gradient of Local Lyapunov Exponents
3. 学会等名 28th Bucharest International Conference on Latest Trends in Engineering and Technology (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Ken'ichi Fujimoto
2. 発表標題 A Method to Control Stability Index of Quasi-Periodic Behavior in Discrete-Time Dynamical Systems
3. 学会等名 8th International Conference on Electronics, Communications and Networks (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Ken'ichi Fujimoto
2. 発表標題 Controller to Avoid Bifurcations of Stable Fixed Point Using Spectral Radius Optimization
3. 学会等名 6th International Conference on Advances in Engineering and Technology (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 藤本 恵市
2. 発表標題 スペクトル半径最適化法を用いた安定固定点の分岐回避制御系
3. 学会等名 平成29年電気学会電子・情報・システム部門大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Ken'ichi Fujimoto, Tomohiro Otsu, Hiroyuki Kitajima, and Tetsushi Ueta
2. 発表標題 Control Technique of Maximum Local Lyapunov Exponent on Stable Periodic Solution in Continuous-Time Non-Autonomous Dynamical Systems
3. 学会等名 International Conference on Advances in Engineering & Technology Research (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Ken'ichi Fujimoto
2. 発表標題 Bifurcation Avoidance of Stable Periodic Motion in Non-Autonomous Dynamical System
3. 学会等名 2016 International Congress on Recent Development in Engineering and Technology (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------