

令和元年6月24日現在

機関番号：14302

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K00961

研究課題名(和文) 数学理解を育む可視化や表現変換のプロセスを味わうための高大連携教材の開発的研究

研究課題名(英文) Development study on university-high school cooperation teaching materials that enhance understanding of mathematics through visualization and transformation of representation

研究代表者

大竹 博巳(Ohtake, Hiromi)

京都教育大学・教育学部・教授

研究者番号：70168970

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：数学の特徴に汎用性と抽象性がある。このため数学は、我々の世界のいろいろな事象との関係があり、いろいろな対象への適用が可能となる。高等学校数学と違い大学数学では、この汎用性と抽象性が表面に現れ、これが高大数学の大きなギャップとなっている。本研究では、このギャップを埋めるため、数学的な事象・対象の可視化と表現変換に焦点を当て、大学数学への接続と理解を促す高大連携的な数学教材を開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

数学教育において「可視化」は"Visualization"(視覚化)の分野で研究がなされてきた。1980年代終盤から、そうした視覚化のツールとして、動的幾何環境や数式処理システムの教育への応用が提案されたりするなどし、かなり実践的研究に変化した。本研究は、そうしたコンピュータ環境下での可視化ツールも研究射程に入るが、より重要なポイントは、特定の数学内容の学習に特化しない、人類が歴史的に数学を創る中で工夫・獲得してきた、汎用的な「可視化・表現変換の手法」、特に、それらを味わうことができるような「教材」の構成を目指したものであることが特徴であり、学術的意義である。

研究成果の概要(英文)：Generality and versatility are characteristics of mathematics. Therefore, mathematics can be applied to various objects. These generality and versatility, however, make shifts from high school mathematics to university mathematics difficult. To decrease this difficulty, we have focused on visualization of mathematical objects and transformation of representation, and developed university-high school cooperation teaching materials.

研究分野：複素解析学、数学教育

キーワード：数学教育 高大接続教育 高大連携教育 数学教材開発 科学教育

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

高等学校への進学率が95%を超えて久しいが、大学入学者の4割以上が推薦入試やAO入試等によるといった実態は、高等学校における数学学習を取り巻く状況を大きく変えつつあり、以前にも増して高校数学と大学数学を接続させることは困難になってきている。そうした数学学習における高大連携の問題に対応すべく、本研究グループは、これまで数学教材の開発を行ってきた。

ところが、こうした一連の開発的研究を進めるにつれ、本研究グループに意識された始めた問題は、一般的な高校数学と大学数学の間に顕著にあらわれる、抽象的概念を表現する方法や表現そのものの違いである。特に、高等学校から大学にかけて、そうした表現や表現方法の差異を明示的に認識しつつ、その差を埋めるための幾つかの方法(表現を変えてみる、可視化してみる等)を、そのプロセスまで含めて学習する機会が殆ど無いという問題であった。例えば、数学の文化的価値の一つである「美しさ」を伝えるためによく持ち出される「三平方の定理の証明」の一つは、命題が含意する線分・面積間の関係を可視化(図的視覚化)することによって、その証明プロセスまで理解可能になる利点がある。ところが、一般的な数学指導では、そうした可視化のプロセスを味わい、様々な表現への変換を通じて、より深い概念理解を獲得しようとする学習機会は多くない。数学のカリキュラムに「可視化」や「表現」のような横断的領域がない故に、数学の領域を横断して可視化のプロセスを学ぶ機会を生徒は一般的に持たない。特に、抽象的な概念を新たに学ぼうとするときには可視化のような手法が理解の助けになるであろうし、また、既習の概念をより一般的・抽象的な概念の下に統合的に見るときには、可視化に加えて表現の変換という手法が大いに数学学習の助けになる場合がある。その意味で、そうした様々な「可視化」や「表現変換」の手法を体系的に学ぶ機会を提供することは、高大連携カリキュラムを構想する際には重要な検討事項であった。

2. 研究の目的

数学の特徴に汎用性と抽象性がある。このため数学は、我々の世界のいろいろな事象との関係があり、いろいろな対象への適用が可能となる。高等学校数学と違い、大学数学では、この汎用性と抽象性が表面に現れ、これが高大数学の大きなギャップとなっている。本研究は、このギャップを埋め、大学数学への接続と理解を促すための方法論として、数学的な事象・対象の可視化と表現変換に焦点を当て、そうした数学的方法論を学習できる高大連携的な数学教材を開発することを目的とするものである。

3. 研究の方法

本研究では、研究参加者を、幾何班と代数・解析班の二つの教材開発グループと評価グループの合計三つのグループに分け、個別グループでの作業と全体会での協議を織り交ぜながら、PDCA サイクルを採用して研究を行った。具体的には、教材開発グループによる各領域での様々な可視化・表現変換の手法の発掘とその教材化・教具化の検討(Plan)、全体会での具体的な教材・指導案等の検討と高校教諭及び評価グループによるそれらの使用(授業実践や公開講座)やパブリックスペース等での一般展示の実施(Do)、それらの評価グループによる評価(Check)、評価を受けた教材等の全体会での修正(Act)という方法で本研究の目的に合う教材・教具の開発を行った。

4. 研究成果

幾何班では、9回の会合(2016年度6/3、9/14、12/19、2017年度5/19、8/19-20、11/28、2018年度5/12、8/18-19、11/30)を実施した。重松は、可視化の手法の習得と活用に関わる、内面的なプロセスとしての認知とメタ認知についての働きのプロセスを考察し、生徒の内面に育成するとよいプロセスを明らかにした。花木は、可視化の方法とそのよさを書籍『証明の展覧会』や『見える数学』を中心に考察した。行列で表現されるものとして、マルコフ過程、離散グラフの隣接行列、対称性と置換群への応用を紹介した。また、パーフェクトシャッフル(トランプのシャッフル)は置換を使って数学的に捉えられることを指摘した。題材の一部は酒井によって教材化され実践されている。横は、ベクトルの内積に関する問題を幾何的に解く方法を考察したり、人口増加など、個体密度のふるまいをロジスティックモデルに関する授業実践を行ったりした。酒井は、集合に関する教材やウールワースの教材を開発し、実践を行った。

代数・解析班では、10回の会合(2016年度8/28、9/22、12/23、3/5、2017年度5/21、9/9、12/3、3/4、2018年度5/20、9/2)を実施した。笠谷は平方三角数等の可視的解法(図形を用いた公式の証明)について考察した。種村は、この解法を実現する模型を作成し実践を行った。長谷川は、学習成果をより正確に計るための問題形式と評価法について考察した。また、身近に存在する数学を見つけ数学的に分析する実践事例を報告した。大竹(博)は、大学初年次教育で行った、大学数学を学ぶ上で必要な「わかる」前に自力でできるようになってほしい数学的基礎力を身に付けるための教材について紹介し、Catalan 数と一筆書きを題材とした高大連携授業について報告した。梶田は循環小数について扱った実践結果を報告した。中井は新たに作成した動画教材について報告した。

加えて、全体会合を9回(2016年度6/5、9/22、12/23、2017年度5/21、9/9、12/3、2018年度5/20、9/2、12/2)を実施した。南郷は2進表現で表すことにより生徒の理解が進むと考えられる問題を紹介した。河野は代数の問題の幾何学的考察事例を紹介した。喜田は勤務校で行っている課題学習について報告した。山田は、報告のあった事例を踏まえ、本研究を進める上での研究課題を事例を挙げて整理した。

以上の研究成果は全体会でメンバー全員と共有し、改善を行った上で、学会発表や書籍等で社会に還元した。また、上記の成果をまとめた研究成果報告書(全212頁)を作成した。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 4件)

加勢 順子、長谷川 貴之、河原 治、笠谷 昌弘、偶順列、奇順列を用いた行列式の定義を学ぶ意義と眼前の必要性について、富山高等専門学校紀要、査読無、6巻、2019、1-4
南郷 毅、高等学校数学科と情報科の教科書における双方向性の構築、中研紀要 教科書フォーラム、査読有、2018、34-48

南郷 毅、学生による展開の視覚化について、弓削商船高等専門学校紀要、査読無、40巻、2018、29-32

南郷 毅、学生による因数分解手法の視覚化について、弓削商船高等専門学校紀要、査読無、39巻、2017、45-50

[学会発表](計 13件)

南郷 毅、数学のよさを強調した指導について 学力が比較的低い集団を対象として、日本数学教育学会第100回全国算数・数学教育(東京)大会、2018

河原 治、笠谷 昌弘、第1学年学科混成クラスでの数学授業 ―クラス集団の違いによる授業への影響―、第67回北陸四県数学教育研究(小松)大会高等専門学校部会、2018

榎田 直、循環小数について～オープンキャンパス2017～、第65回近畿算数・数学教育研究滋賀大会高等学校第3部会教育内容II、2018

花木 良、「空間グラフを用いた教育実践」と「結び目の影の研究」、岐阜大学トポロジーセミナー、2018

花木 良、修士課程における「教科内容構成(数学)」の授業開発、日本教科内容学会第4回大会(招待講演)、2017

中井 保行、 $1=2$ ですね。廊下に置いた数学科ホワイトボードの効用、日本数学教育学会第99回全国算数・数学研究(和歌山)大会、2017

南郷 毅、数学のよさを強調した指導について 学生レポートの記述と授業時間変更の影響、日本数学教育学会第99回全国算数・数学研究(和歌山)大会、2017

横 弥直浩、高等学校数学における問題解決の研究(22)深い学びの実現についての教材開発、日本数学教育学会第99回全国算数・数学研究(和歌山)大会、2017

吉岡 淳、数学的活動の充実を図った指導のあり方に関する研究(3)～教室文化としてのコミュニケーションを重視して～、日本数学教育学会第99回全国算数・数学研究(和歌山)大会、2017

長谷川 貴之、河原 治、笠谷 昌弘、新入生基礎学力テスト2種類の結果分析、第66回北陸四県数学教育研究(砺波)大会、2017

笠谷 昌弘、数学の基礎的計算力養成とモチベーションアップの試み、第66回北陸四県数学教育研究(砺波)大会、2017

長谷川 貴之、スーガクG、第65回北陸四県数学教育研究(福井)大会、2016

花木 良、科学館を用いた幾何学の発信、RIMS 共同研究「直観幾何学を用いた数学教師に必要な数学能力開発の研究」、2016

[図書](計 2件)

大竹 真一、門田 英子、土岐 博、河野 芳文、思 沁夫、深尾 葉子、長谷川 貴之、角 大輝、安富 歩、栗原 佐智子、横戸 宏紀、大阪大学出版会、どうして高校生が数学を学ばなければならないの?、2017、252

内研究参加者執筆部分

・大竹 真一、若者と受験と数学と……、pp.22-52

・河野 芳文、数学との出会い、pp.72-87

・長谷川 貴之、生物の「時間知覚」は数学で説明できるのか? 学際分野での数学、pp.124-147

吉田 明史、酒井 淳平、横 弥直浩、吉岡 淳他12名、明治図書、アクティブ・ラーニングを位置づけた高校数学の授業プラン、2017、136

内研究参加者執筆部分

・酒井 淳平、わかりやすく図で表現しよう!、pp.14-19

・横 弥直浩、球面は大円によっていくつの部分に分けられる?、pp.98-103

・横 弥直浩、数学を使って海難救助について考えよう!、pp.116-121

- ・吉岡 淳、群数列の規則性をつかもう！、pp.92-97
- ・吉岡 淳、吉田 明史、直線によって分けられる平面の個数の求め方を考えよう！、pp.104-109

〔産業財産権〕

出願状況（計 0件）

取得状況（計 0件）

〔その他〕

(1) 演示

花木 良他、このコマ回るかな？、「サイエンスフェア 2018」岐阜県先端科学技術体験センターサイエンスワールド、2018

花木 良・山本 春輝、いろいろな万華鏡を楽しもう！、「サイエンスフェア 2017」、岐阜市科学館、2017

(2) 今回の研究をまとめた研究成果報告書はインターネットで公開予定である。

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：長谷川 貴之

ローマ字氏名：(HASEGAWA, takayuki)

所属研究機関名：富山高等専門学校

部局名：一般教養科

職名：教授

研究者番号(8桁)：70553197

研究分担者氏名：山田 篤史

ローマ字氏名：(YAMADA, atsushi)

所属研究機関名：愛知教育大学

部局名：教育学部

職名：教授

研究者番号(8桁)：20273823

研究分担者氏名：花木 良

ローマ字氏名：(HANAKI, ryo)

所属研究機関名：岐阜大学

部局名：教育学部

職名：准教授

研究者番号(8桁)：70549162

研究分担者氏名：河崎 哲嗣

ローマ字氏名：(KAWASAKI, tetsushi)

所属研究機関名：岐阜大学

部局名：教育学部

職名：准教授

研究者番号(8桁)：00582488

(2) 連携研究者

連携研究者氏名：重松 敬一

ローマ字氏名：SHIGEMATSU, keiichi

連携研究者氏名：河野 芳文

ローマ字氏名：KOHNO, yoshifumi

連携研究者氏名：中谷 亮子
ローマ字氏名：NAKATANI, akiko

(3)研究協力者

研究協力者氏名：大竹 真一
ローマ字氏名：OTAKE, shinichi
研究協力者氏名：笠谷 昌弘
ローマ字氏名：KASATANI, masahiro
研究協力者氏名：喜田 英昭
ローマ字氏名：KIDA, hideaki
研究協力者氏名：酒井 淳平
ローマ字氏名：SAKAI, junpei
研究協力者氏名：種村 篤
ローマ字氏名：TANEMURA, atsushi
研究協力者氏名：丹後 弘司
ローマ字氏名：TANGO, hiroshi
研究協力者氏名：竺沙 敏彦
ローマ字氏名：CHIKUSA, toshihiko
研究協力者氏名：槌田 直
ローマ字氏名：TSUCHIDA, naoshi
研究協力者氏名：富田 佳子
ローマ字氏名：TOMITA, yoshiko
研究協力者氏名：中井 保行
ローマ字氏名：NAKAI, yasuyuki
研究協力者氏名：南郷 毅
ローマ字氏名：NANGO, tsuyoshi
研究協力者氏名：横 弥直浩
ローマ字氏名：YOKO, yasuhiro
研究協力者氏名：吉井 貴寿
ローマ字氏名：YOSHII, takatoshi
研究協力者氏名：吉岡 淳
ローマ字氏名：YOSHIOKA, atsushi

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。