

令和元年6月10日現在

機関番号：11601

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K01233

研究課題名(和文) 提携の拡大・形成を導く利得配分としての新たな解概念とナッシュプログラム

研究課題名(英文) A solution concept inducing larger coalitions in a coalition formation process and the Nash program

研究代表者

藤本 勝成 (FUJIMOTO, Katsushige)

福島大学・共生システム理工学類・教授

研究者番号：50271888

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、全体提携が維持される。つまり、どのプレイヤーも全体提携から逸脱することがない配分であるコアの精緻化としての配分およびその配分の枠組みについて議論した。コア配分下においては、全体提携は維持されるが、必ずしも、全体提携を導く、つまり、コア配分を目指して、全体提携が形成されるわけではない。

本研究では、いくつかの提携の拡大が、直接、各プレイヤーの利得の拡大に結びつくような、利得配分の枠組みの概念を導入して、この配分の枠組みについて議論し、種々の性質を明らかにした。また、この提案概念と既存概念との比較と存在のための必要十分条件を与えた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、協力ゲームの枠組みを用いて、どのような利得配分の枠組みが、協力行動の拡大・推進をもたらすのかについて議論した。また、協力行動を壊さないことと、拡大・推進することの差異についても議論した。この議論の中で、ある種の公正性が、協力行動を積極的に促すこと、ある局面においては、協力行動を維持するだけであれば、公正性は、必ずしも重要ではないことも明らかにした。

以上のことから、協力行動の拡大・維持に関するインセンティブの与え方について、考える上での1つの示唆を与えたことは、学術的にも社会的にも意義があるといえる。

研究成果の概要(英文)：The core is a solution concept for coalitional games that require no coalition to break away from the grand coalition and take a joint action that makes all of them better off. In other words, no player has an incentive to split from the grand coalition under core allocations; more specifically, under core allocations, the grand coalition is maintained and stable.

In this study, we propose and discuss a new solution concept (i.e., set of allocations) under which each player has some incentive to form the grand coalition and a new notion of allocation scheme, sub-population monotonic allocation scheme (sub-pmas for short), as an extension of population monotonic allocation scheme (pmas for short).

Furthermore, some relations among the notion of core, pmas, and sub-pmas and an existing theorem of sub-pmas are shown.

研究分野：社会・安全システム工学

キーワード：利得配分枠組み 協力ゲーム 提携形成

様式 C - 19, F - 19 - 1, Z - 19, CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

従来の協力ゲームの理論では, [提携形成 配分の受入] のアプローチより, 提携内のプレイヤー全員が受け入れられる(受け入れざるを得ない) 配分とは何かについて, 様々な解概念が研究されてきた. 一方, 各プレイヤーの利得において, パレート改善が見込めるがゆえ, 協力・提携関係が拡大されていくという観点([配分の提示 提携の拡大・形成]) から配分を考えていくというアプローチは, 十分に研究されていない. また, 従来のゲーム理論においては, 不公正な配分に対して, コストを払ってでも, 相手を罰するような不合理とも言えるような行動は想定していない. ただし, 現実の局面においては, 互酬性やコストをかけた懲罰行動が見られることは少なくない. 例えば, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $v(1) = v(2) = v(3) = 0, v(12) = v(23) = v(13) = 2, v(123) = v(124) = v(234) = 3, v(N) = 6$ のとき, 配分 $(0, 2, 2, 2)$ は, 1 つのコア配分であるが, これを目指して, 全体提携 $N = \{1, 2, 3, 4\}$ を形成するであろうか? $S = \{2, 3, 4\}$ に対して, 懲罰的に, 全体提携 N の形成を拒否することは十分に考えられる. 実際, この場合の $S = \{2, 3, 4\}$ における利得配分は $(1, 1, 1)$ となる(プレイヤー1 の配分も 0 となる).

2. 研究の目的

本研究では, この従来の「動けなくなる配分(コア)」に対して(加えて), 「そこに動きたくなくなる配分(本研究で提案・議論する配分)」について考察し, 新たな解概念を提案すると共に, それが得られるメカニズムについてゲーム理論的アプローチから明らかにしていく. また, これらの2 つの配分の強弱, 包含関係等についても明らかにすることを目的とする. さらに, これらの配分が実現可能なものであるのか, また, 実現可能となる条件はどのようなものか? 更には, どのように提示するのかなどの, 配分の枠組みについても検討する. これらにより, より効率的かつ公正な利得配分とはなにかについて探っていくことを目的とする.

3. 研究の方法

本研究では, 次の4 つのフェーズから成る研究を行った:

- ・フェーズ1: パレート改善を行動基準(目標) として, 提携の形成(拡大) を進めた際に, その帰結として獲得しうる利得配分の集合を新たな解概念として提案する(便宜上, $A(N, v)$ とする).
- ・フェーズ2: $A(N, v)$ とコア等との比較を通して, 「そこから動けなくなる配分(コア)」と「そこに動きたくなくなる配分 ($A(N, v)$)」の概念としての関係を明らかにする.
- ・フェーズ3: 提携拡大・形成を促すような利得の配分枠組みを提案し, その性質について議論し, 明らかにする.
- ・フェーズ4: フェーズ3 で提案された枠組みが存在するための必要十分条件を明らかにする.

フェーズ1, 2 は, いわゆるコア配分の精緻化を試みるものであり, フェーズ3, 4 は, population monotonic allocation scheme の一般化を試みるものである. また, population monotonic allocation scheme 自身も, コア配分の精緻化を目指した概念である. このため, 本研究のアプローチとしては, コア配分の精緻化とその精緻化の一般化を目指したものであるとも解釈できる. このため, これらの2 つの試みを統合的に捉え, 解釈を与えるという方法論によって研究を進めた.

4. 研究成果

本研究では, 協力ゲームの枠組みを用いて, どのような利得配分の枠組みが, 協利行動の拡大・推進をもたらすのかについて議論した. また, 協利行動を壊さないことと, 拡大・推進することの差異や強弱についても議論した. この議論の中で, 協利行動を維持することよりも, 協利行動を推進することの方が一般的には困難であること, ある種の公正性が, 協利行動を積極的に促すこと, ある局面においては, 協利行動を維持するだけであれば, 公正性は, 必ずしも重要ではないことなどを明らかにした. つまり, 協利行動の拡大・維持に関するインセンティブの与え方について考える上での1 つの示唆を与えた. これらを, 数編の論文および数件の口頭発表によって, 国内外に発信した.

具体的には, 以下のような成果が, 主な成果として挙げられる:

- (1) 協利行動を拡大・形成することが促されている状況においては, 協利行動は維持される. しかしながら, 協利行動が維持されている状況が, 必ずしも, 協利行動の拡大・形成を促すとは限らないことを明らかにした. また, 協力による効果が顕著である場合(ゲームが

凸である場合), 提携の維持と拡大は両立することも明らかにされた:

協力ゲーム (N, v) において,
 コア $C(N, v) = \{x \in R^N \mid \sum_{i \in S} x_i \geq v(S) \ \forall S \subseteq N, \sum_{i \in N} x_i = v(N)\}$ と
 パレート改善を行動基準として, 以下のように達成される利得配分 $A(N, v)$

$$A(N, v^i) = v^i(i)$$

$$A(N, v^S) = \bigcap_{T \in \mathcal{H}(S, v^S)} \bigcup_{y^T \in A(T, v^T)} \{x \in R^S \mid x_i \geq y_i^T \ \forall i \in T\} \text{ for any } S \subseteq N, |S| > 1, \\ \text{where, } \mathcal{H}(S, v^S) = \{T \subset S \mid A(T, v^T) \neq \phi, T \neq \phi\} \text{ and } v^S \text{ is the subgame on } S.$$

を導入した. この利得配分 $A(N, v)$ は, 1人サブゲームにおける配分は, 自身の利得そのものであり, 2人以上のゲーム (N, v^S) においては, $A(N, v^S)$ は, 提携 $S \subseteq N$ に至る, あらゆる提携形成過程において, すべてのプレイヤーが, 配分利得を増加させながら, 提携拡大を行った結果と得られる可能性のある利得を, 再帰的に, 求めたものである. 一般的には, $A(T, v^S) \neq \phi$ となるとは限らない. 例えば, $N = \{1, 2, 3, 4\}, v(1) = v(2) = v(3) = 0, v(12) = v(23) = v(13) = v(123) = 1$ であれば, $A(123, v^{123}) = \phi$ となる.

以上のような利得配分を考えたとき, $C(N, v)$ と $A(N, v)$ 間には, $C(N, v) \subseteq A(N, v)$ が常に成り立つ. また, プレイヤーが3人以下の場合には, 等号が成立し, 4人以上の場合には, 等号が成立しないゲームが必ず存在することも示された. つまり, 3人以下においては, 維持できる提携は, 必ず, 形成可能であり, これらの概念に差異が認められるのは4人以上のプレイヤーが存在するゲームにおいてのみであることがわかる. また, ゲームが凸であるときには, 常に等号が成立する.

- (2) 協利行動を拡大・形成するための利得配分の枠組みを提案し, その枠組みが存在するための必要十分条件を与えた. [計算によって, その存在を確かめる計算式による定量的な条件と そのような枠組みが存在する状況とはどのような状況であるかを示す定性的な条件の2種類の条件を与えた]:

協力ゲーム (N, v) において, 次のような配分のベクトル $(x_i^S)_{i \in S, S \in \mathcal{A}} \in \prod_{S \in \mathcal{A}} R^S$ を sub-population allocation scheme とよび, 提携が拡大・形成されうる配分の枠組みとして定義した ($\mathcal{A} \subseteq 2^N$):

$$\sum_{i \in S} x_i^S = v(S) \text{ for any } S \in \mathcal{A},$$

$$x_i^S \leq x_i^T \text{ for any } i \in S \text{ whenever } S, T \in \mathcal{A}, S \subseteq T,$$

$$\text{If } T \notin \mathcal{A}, \text{ for any vector } (x_i^S)_{i \in S, S \in \mathcal{A}} \in \prod_{S \in \mathcal{A}} R^S \\ \text{satisfying the condition 1 and 2 above, } \exists (y_i^T)_{i \in T} \\ \text{s.t. } x_i^S \leq y_i^T \text{ for any } i \in S \in \mathcal{A} \text{ such as } S \subseteq T.$$

ここで, 提携の集合 $\mathcal{A} \subseteq 2^N$ は 形成・実現されうる提携の集合を表し, $(x_i^S)_{i \in S, S \in \mathcal{A}} \in \prod_{S \in \mathcal{A}} R^S$ は, 提携 $S \in \mathcal{A}$ が形成された際の, 各プレイヤー $i \in S$ への利得配分枠組みを表している. このとき, $\mathcal{A} = \mathcal{H}(S, v^N)$, $(x_i^S)_{i \in S} \in A(N, v^S)$ が成り立つ. つまり, $S \in \mathcal{A}$ ならば, $A(S, v^S) \neq \phi$ であり, $T \notin \mathcal{A}$ ならば, $A(T, v^T) = \phi$ である.

また, このような提携拡大・形成が起こりうる状況, つまり, 上で定義された $A(N, v)$ および $(x_i^S)_{i \in S, S \in \mathcal{A}} \in \prod_{S \in \mathcal{A}} R^S$ が存在するための必要十分条件が以下のように与えられた:

拒否権プレイヤーを持つシンプルゲームの集合 $(N, v_k)_{k \in K}$ と正の係数集合 $(a_k)_{k \in K}$ が存在して (i.e., $v_k(S) \in \{0, 1\}, v_k(S - i) = 0 \ \forall S \in 2^N, \forall k \in K$), 次の3条件を満たす:

$$v(S) = \sum_{k \in K} a_k v_k(S) \ \forall S \subseteq N$$

$$v_k(S) \leq v_k(T) \text{ for any } i \in S \text{ whenever } S, T \in \mathcal{A}, S \subseteq T,$$

$$\text{If } T \notin \mathcal{A}, \exists S(T \supseteq S) \in \mathcal{A}, k \in K \text{ s.t. } v_k(S) > v_k(T)$$

つまり, このような提携拡大・形成が起こりうる状況は, つぎの \sim を満たすような状況であるといえる: 拒否権を持つプレイヤーが存在するシンプルゲーム (拒否権ゲーム) の正の線型結合として表すことができる. また, それらの拒否権ゲームは, すべて, \mathcal{A} 上では

単調である。一方、任意の提携 $T \in \mathcal{A}$ は、少なくとも1つの拒否権ゲーム v_k において、ある $S \in \mathcal{A}$ との間の単調性を崩す。また、上記 \sim と Farkas の補題より、このような状況が起こるとき(ため)の v に関する不等式群が導かれる。この不等式群は、非常に複雑であるため、ここでの詳細な説明は割愛するが、直感的には、 $v(12) + v(23) + v(34) \leq v(123) + v(234)$ (1,4 が1回, 2,3 が2回出現するような場合) や、 $v(12) + v(23) + v(34) + v(14) \leq 2v(1234)$ (1,2,3,4 が各2回出現するような場合) のように、全体としては、より大きな提携 $\{123\}$ や $\{234\}$ (1,4 が1回, 2,3 が2回出現するような場合) や $\{1234\}$ (1,2,3,4 が各2回出現するような場合) を形成する方がより大きな利得を生むような状況を表現している不等式群となっている。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計1件)

Katsushige FUJIMOTO, On Inheritance of Complementarity in Non-Additive Measures Under Bounded Interactions, Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, 22(1), 27-33, 2018, 査読有,
doi:10.20965/jaciii.2018.p0027

[学会発表](計5件)

藤本勝成, サブ人口単調配分スキームの特徴付け, 第23回曖昧な気持ちに挑むワークショップ, 2018

Katsushige FUJIMOTO, Coalition formation and sub-population monotonic allocation schemes, The 15th International Conference on Modeling Decisions for Artificial Intelligence (MDAI 2018), Mallorca, 2018

Katsushige FUJIMOTO, Incentives to form the grand coalition versus no incentive to split off from the grand coalition, 慶応義塾大学 経済研究所 ミクロ経済学ワークショップ, 2017

藤本勝成, 提携形成と sub-population monotonic allocation schemes, 第22回 曖昧な気持ちに挑むワークショップ, 2017

Katsushige FUJIMOTO, On complementarity and alternativity of non-additive measures with restricted domains, The 13th International Conference on Modeling Decisions for Artificial Intelligence (MDAI 2016), Andorra, 2016

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。