

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 6 年 6 月 4 日現在

機関番号：22604

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2023

課題番号：16K01248

研究課題名(和文)2次元n人リアルオプション問題とその計算アルゴリズムの開発

研究課題名(英文)2-dimensional n-person real options problem and its calculation algorithm

研究代表者

八木 恭子 (Yagi, Kyoko)

東京都立大学・経営学研究科・准教授

研究者番号：80451847

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：リアルオプション評価法を用いて、債務の戦略的延滞問題や企業合併の意思決定問題、感染症に関する最適なロックダウン問題に取り組んだ。債務の戦略的延滞問題では、債務を相互に保有する状況をモデル化し、株主が株式価値を最大にするような戦略の下で、返済の減免提案として、債務を株式へ交換する交渉について分析を行った。企業合併の意思決定問題では、敵対的買収と友好的買収に関するさまざまな分析を行った。また、感染症に関する最適なロックダウン問題ではワクチンの有効接種率を考慮した確率的SIRモデルに基づき感染症を制御する最適停止問題を考察した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

戦略的延滞問題および合併問題は、経済的インパクトが大きく、国際問題を扱う一方で、広くは経済学における主要なテーマである企業行動の問題である。また、感染症に関する最適なロックダウン問題は、COVID-19等の感染症が世界的に流行する下で、多くの国の意思決定者が経済活動への社会的影響と医療負担との間の実質的なトレードオフを考えた深刻な問題であった。本研究で用いているリアルオプションアプローチは、定量的な指針を武器として、さまざまな問題の解明に寄与すると信じている。

研究成果の概要(英文)：We consider strategic debt delinquency problems, M&A decision-making problems, and optimal lockdown problems related to infectious diseases using the real options approach. In the strategic debt delinquency problem, we model a situation in which debt is mutually held and analyze negotiations to exchange debt for equity as a proposal for reduction or exemption of repayments under a strategy that allows shareholders to maximize the value of their equity. Regarding M&A decision-making problems, we conduct various analyzes of hostile takeovers and friendly takeovers. Furthermore, in the optimal lockdown problem related to infectious diseases, we consider the optimal shutdown problem to control infectious diseases based on a stochastic SIR model that considers the effective vaccination rate.

研究分野：金融工学

キーワード：リアルオプション 戦略的延滞債務 コーポレートファイナンス 企業買収 株式公開買付け 確率的SIRモデル ロックダウン 最適停止問題

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

リアルオプションアプローチとは、個人もしくは企業の経済的な意思決定問題に対する計量的な手法のひとつであり、1970年代に提唱された金融オプション理論を実物資産の問題に援用することで発展してきた。意思決定者が、将来の経済状態の変化に応じて、最適に行動できることを、確率過程とその制御を用いて表現する点が特徴である。中心的な目標は、意思決定者の保有する財産（あるいは利得）を最大化するような、最適な意思決定（行動）を明らかにすることである。本研究では、以下で述べるように意思決定者が n 人 ($n \geq 2$) (価値関数が n 個) 存在し、2次元の状態変数で表現される問題のうち、学術的・経済的に重要な3つの具体的問題に取り組み、さらには計算アルゴリズムの開発を行う。適用対象は、参入・撤退問題に加えて、かねてより研究してきた企業合併に関する意思決定問題、および債務の戦略的延滞問題である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、これまで1人の意思決定者による1次元問題として扱われてきた参入・撤退問題、および、企業合併の意思決定問題、債務の戦略的延滞問題を2次元 n 人の意思決定問題へ拡張することである。参入・撤退問題はさまざまに拡張されてきた研究対象であり、本研究では意思決定者を増やすという本質的な拡張を行う。企業合併の意思決定問題は、上場企業にとって重要な課題の一つであるといえる。本研究では、合併費用を最小化し、経済厚生を高めるための情報を与える。また債務の戦略的延滞問題は、国家同士で見られる国際問題である。本研究では、その相互依存関係を計量的に明らかにする。 n 人問題への拡張は計算機負荷の高い問題であるため、計算アルゴリズムの開発にも取り組む。

3. 研究の方法

本研究では、3つのリアルオプション問題について、意思決定者が複数人存在する場合の最適戦略を分析する。(1)債務の戦略的延滞問題では、債務を相互に保有する状況をモデル化し、株主が株式価値を最大にするような戦略の下で、返済の減免提案として、債務を株式へ交換する交渉について分析を行う。(2)企業合併の意思決定問題では、敵対的買収と友好的買収に関するさまざまな分析を行う。最後に、(3)感染症に関する最適なロックダウン問題では、ワクチンの有効接種率を考慮した確率的 SIR モデルに基づき感染症を制御する最適停止問題を考察する。

4. 研究成果

(1) 債務の戦略的延滞問題

2人の意思決定者が、2次元で記述される経済の下で、互いの意思決定の影響を受けながら、最適戦略を求める問題として、債務を相互に保有する企業の戦略的延滞に関する分析を行った。戦略的延滞とは、債務不履行に伴う経済損失を盾にして、貸し手から譲歩を引きだそうとする債務者の戦略的な行動で、支払い金利や返済額の延滞や減免提案をいう。この問題は企業ファイナンスの分野で多く研究されているが、これまでは1次元1人問題として扱われてきている。本研究では、債務を相互に保有する状況を2次元2人問題としてモデル化を行い、株主が株式価値を最大にするような戦略の下で、返済の減免提案として、債務を株式へ交換する交渉について分析を行った。2次元問題の数値解法として PSOR アルゴリズム (Projected Successive Over-Relaxation) を応用して、債務不履行において債務者のどちらが先に延滞交渉に入るか、また延滞交渉は同時に起きるのかを明らかにし、最適戦略を分析した。多次元問題への拡張として、複数の企業間でのクレジットデフォルトスワップ (CDS) の持ち合いを考慮したデフォルトの分析にも取り組んだ。満期のみでデフォルトが起こる Black and Cox モデルの下で、CDS の持ち合いに関するモデル化とアルゴリズムを提案し、持ち合いにおけるデフォルトの波及効果を分析した。シミュレーションによって、債券の持ち合いの下ではデフォルトの波及が抑えられるのに対し、CDS の持ち合いの下ではデフォルトが推進されることを数値的に示した。

(2) 企業合併の意思決定問題

上場企業の買収には、合併により行われる一段階取引と株式公開買付けとその後の合併により行われる二段階取引の2種類ある。一段階取引は被買収会社の取締役会および株主総会の決議で合意すれば友好的に合併が起こるのに対して、二段階取引では株式公開買付け (Take Over Bid, TOB) により、被買収企業の株式を取得した上で、合併が起こる。公開買付けによる株式の取得による企業買収は、被買収企業の経営者の同意が無く、敵対的に起こることがある。本研究では二段階取引による合併における株式の保有に着目した。特に、株式公開買付けにおける被買収企業の株式売却を買収企

業の株式との交換オプションとして、問題を考えた。株式公開買付けが始まり、被買収企業は交換オプションを行使して、株式を売却する。交換オプションの行使により買収企業は株式を取得し、その後、合併が起こる。株式公開買付けでは被買収企業の株主が買収企業の株式の割合をどの程度受け取れるかを定める必要がある。リアルオプションアプローチを用いたこれまでの研究では、一段階取引の合併モデルを分析しているものがほとんどで、二段階取引での合併を扱っているものはほとんどない。本研究ではリアルオプションアプローチを用いて株式公開買付けによる株式の取得の二段階動的モデルを開発し、買収企業の価値を最大化するような被買収企業が株式公開買付けで受け取る買収企業の株式の割合を内生的に求め、最適な株式公開買付けと株式取得、合併のタイミングを分析した。

合併・買収(M&A)のニュースがしばしばマスコミに取り上げられ、大きな話題となっている。企業が内部投資による事業の拡大よりも、合併・買収という手段によって外部から直接に事業の獲得をすることにより、自らの事業を拡大する経営戦略の表れであろう。歴史的には、規制緩和と経済のグローバル化が合併・買収を促進してきた。合併・買収に関する研究には、数多くの実証研究や事例研究があるが、理論的または解析的な研究は少ない。本研究では、リアルオプション手法によって、合併のタイミングと買収額を決める問題、対象企業と買収企業および合併後の企業の収益構造にシナジーとリスク分散をモデル化、合併前と後の企業収益とリスクの比較、の3点を理論的枠組みとするシナジー効果とリスク分散の視点から合併・買収の評価モデルを提案した。さらに、合併のインセンティブと買収額がどのようにリンクしているかを明らかにし、合併領域はモデルのパラメータによってどのように変化するかを定性的に数値的に分析した。本研究では確率的シナジー効果を一次同次に限定せず、合併領域の定性的な性質を分析し、さらに買収額に上限・下限を導入した。また、合併・買収に関する実証研究からの知見やファクトファイディングとして、資本市場は合併・買収に対してセミ強効率的であり、買収額、特に敵対的買収額は過大になりやすく、株式による買収は負のアブノーマルリターンをもたらし、インフレとデフレのときは合併が起こりやすく、敵対的買収は友好的買収よりも時間がかかるなどがある。これらの実証研究の結果と我々の理論モデルの結果が整合的であることを示した。

(3) 感染症に関する最適なロックダウン問題

COVID-19等の感染症が世界的に流行する下で、各国政府は感染症の流行拡大に対抗する手段としてロックダウンまたは緊急事態宣言の発出を繰り返した。ロックダウンまたは緊急事態宣言を実施するタイミングすなわちいつ発出し解除するかは意思決定は、社会経済活動と国民の健康被害との間の厳しい冷酷なトレードオフを模索する問題である。政府によるロックダウンまたは緊急事態宣言の発出が遅くなれば、更なる感染拡大により医療システムの逼迫を招き、救えたであろう人の命が失われることに繋がる。ロックダウンまたは緊急事態宣言の解除が早すぎれば、感染症流行のリバンドを招き、結果としてロックダウンまたは緊急事態宣言が繰り返されて社会経済活動へのダメージがより大きくなる。ロックダウンまたは緊急事態宣言をいつ発出し解除するかは意思決定は、どのような指標に基づいて行うかに依存する。本研究では、リアルオプションアプローチを用いて、感染症が人と人との接触により感染拡大することに鑑み社会的距離を保つ政策に代表される接触率を制御することで、感染拡大の抑制をコントロールする問題を確率微分方程式に基づき定式化した。ロックダウンまたは緊急事態宣言の発出時点で、ワクチンが利用可能とし、ワクチンの接種率と有効性の積として、ワクチンの有効接種率を表すことで、ワクチン接種後に閉じた人口母集団の中で感受性者数の比率を表した。したがって、ワクチンの接種率の増減が感染者数や死亡者数にどのような影響を及ぼすかを計量的に考察することが可能となった。そして、ロックダウンまたは緊急事態宣言の発出による効果に時間的遅れがあることに加えて、ワクチンの有効接種率を考慮した確率的SIRモデルに基づき感染症を制御する最適停止問題を考察した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 2件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 佐藤公俊・八木恭子・澤木勝茂	4. 巻 15
2. 論文標題 感染症の確率的SIRモデルによるロックダウンの発出・解除に関する最適停止問題について	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 リアルオプション研究	6. 最初と最後の頁 1～16
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.12949/realopn.15.1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kyoko Yagi, Kimitoshi Sato, Kastushige Sawaki	4. 巻 2272
2. 論文標題 Optimal Lockdown Decisions of the Stochastic SIR Model with the Allocation Medical Resources	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 京都大学数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 46～62
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sato Kimitoshi, Yagi Kyoko, Shimazaki Masahito	4. 巻 35
2. 論文標題 A Stochastic Inventory Model for a Random Yield Supply Chain with Wholesale-Price and Shortage Penalty Contracts	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Asia-Pacific Journal of Operational Research	6. 最初と最後の頁 1850040～1850040
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0217595918500409	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 佐藤公俊・澤木勝茂・八木恭子	4. 巻 10
2. 論文標題 シナジー効果とリスク分散を考慮したリアルオプション手法による合併・買収の評価モデルについて	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 日本リアルオプション学会機関誌「リアルオプションと戦略」	6. 最初と最後の頁 35～41
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計18件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 9件）

1. 発表者名 西崎薫・内山朋規・八木恭子
2. 発表標題 コモディティ市場におけるファクターの特徴とファクター間の関係性
3. 学会等名 JAFEE2023冬季大会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 八木恭子・佐藤公俊・澤木勝茂
2. 発表標題 Optimal Lockdown Decisions of the Stochastic SIR Model Controlling Medical Resources
3. 学会等名 2023年度数理解析研究所研究集会 「ファイナンスの数理解析とその応用」
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 佐藤公俊・八木恭子・澤木勝茂
2. 発表標題 確率的SIRモデルによるロックダウンの最適停止問題
3. 学会等名 日本経営工学会2022年春季大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 佐藤公俊・八木恭子・澤木勝茂
2. 発表標題 感染症の SIR モデルにおけるロックダウンの最適停止問題について
3. 学会等名 日本リアルオプション学会 2021 年研究発表大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 鈴木輝好・八木恭子
2. 発表標題 The Dynamics of Takeovers through Exchange Offers
3. 学会等名 2020年度数理解析研究所研究集会 「ファイナンスの数理解析とその応用」
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Katsushige Sawaki, Kyoko Yagi, Kimitoshi Sato
2. 発表標題 Optimal Timing and Terms of Mergers and Acquisitions Based on a Real Options Approach
3. 学会等名 2018 INFORMS International Conference (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 陳文君, 鈴木 輝好, 八木 恭子
2. 発表標題 The Dynamics of Exchange Offer
3. 学会等名 日本ファイナンス学会第26回大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 西出 勝正, 鈴木 輝好, 八木 恭子
2. 発表標題 Default Contagion and Systemic Risk in the Presence of Credit Default Swaps
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2018年秋季研究発表会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 澤木勝茂, 佐藤公俊, 八木恭子
2. 発表標題 シナジー効果とリスク分散を考慮したリアルオプション手法による合併・買収の評価モデルについて
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2019年春季研究発表会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Wenjun Chen, Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 A Dynamic Model of Tender and Exchange Offer
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance 2017 Conference (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Wenjun Chen, Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 A Dynamic Model of Tender and Exchange Offer
3. 学会等名 Mathematics of Risk-Conference (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Katsumasa Nishide, Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 Default Contagion and Systemic Risk in the Presence of Credit Default Swaps
3. 学会等名 Mathematics of Risk-Conference (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 西出勝正・鈴木輝好・八木恭子
2. 発表標題 Default Contagion and Systemic Risk in the Presence of Credit Default Swaps
3. 学会等名 日本經濟学会2017年度春季大会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Katsumasa Nishide, Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 Default Contagion and Systemic Risk in the Presence of Credit Default Swaps
3. 学会等名 Winter Workshop on Operations Research, Finance and Mathematics, 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 Debt-Equity Swap and Strategic Debt Service with Firms' Cross-holdings of Debts
3. 学会等名 Quantitative Methods in Finance 2016 Conference (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 Debt-Equity Swap and Strategic Debt Service with Firms' Cross-holdings of Debts
3. 学会等名 BACHELIER FINANCE SOCIETY 2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Katsumasa Nishide, Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 Default Contagion and Systemic Risk in the Financial Markets with Credit Default Swap
3. 学会等名 BACHELIER FINANCE SOCIETY 2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Teruyoshi Suzuki and Kyoko Yagi
2. 発表標題 Debt-Equity Swap and Strategic Debt Service with Firms' Cross-holdings of Debts
3. 学会等名 INFORMS International 2016 Meeting (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 八木 恭子、澤木 勝茂	4. 発行年 2018年
2. 出版社 ミネルヴァ書房	5. 総ページ数 212
3. 書名 証券投資理論	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関