#### 研究成果報告書 科学研究費助成事業



元 年 今和 6 月 10 日現在

機関番号: 32641

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2016~2018 課題番号: 16 K 0 3 5 5 6

研究課題名(和文)時間遅延をもつ非線形経済動学モデルの研究

研究課題名(英文)Study on nonlinear economic dynamic model with time delays

#### 研究代表者

松本 昭夫 (Matsumoto, Akio)

中央大学・経済学部・教授

研究者番号:50149473

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文):時間遅延を含む動学分析の重要性は1930年代頃から認識されていたが、遅延微分方程式システムは状態空間が無限次元となり解析的分析が難しく、遅延に起因する不安定性の考察は十分行われてこなかった。本研究では、近年進展した数理分析と数値分析を基礎に、独占、寡占を含む不完全市場におけるミクロ的な遅延動学の分析と新古典派経済成分に大いて複数の遅延を導入したマクロ遅延動学分析と応用として

環境汚染に対する環境政策の有効性について分析した。 主な成果は以下である。定常解の安定性が満たされない場合でも、モデルの非線形性と遅延効果の相互作用により、極限循環や周期倍化分岐を通じてカオスを含む複雑な動学が出現する。

研究成果の学術的意義や社会的意義 単一時間遅延動学システムの分析はすでに確立しているが、複数の時間遅延をもつ動学システムの解析は不十分 であった。本研究は経済学の様々なモデルに時間遅延を導入し、それが動学に及ぼす影響について数理的かつ数 値的に分析を行い、以下の点を明らかにした。複数遅延システムにおいては遅延の不安定効果に加え、質的に異 なる効果、遅延の長さが変化するに従い安定性交代と呼ばれる「安定から不安定」への転換と「不安定から安 定」への転換が交互に起こること、周期倍化を繰り返しながら、カオスを含む複雑な動学が出現するによる。 ことができた。これにより現実の経済で観察される持続的不規則変動を数理的に説明することが可能になる。

研究成果の概要(英文): It has been well-known that a time delay plays a crucial roles in microeconomic and macroeconomic flucutuations. However, due to difficulties for analyzing a delay system of differential equations, we have only limited knowledge on the effects caused by time delays on economic dynamics. In this study, we initiated delays into microeconomic dynamics. models in imperfect competitive markets including monopoly and oligopoly and a neoclassical economic growth model to consider how the time delays affect dynamics in those models. As an application, we also consider effects on environmental policy for non-point source pollutions where accumulation of pollutions needs time.

The main conclusions are followings. If the lengths of the delays are large enough, the delays destabilize otherwise stable stationary state and could be sources for various dynamics ranging from simple cyclic oscillations to complex dynamics including chaos.

研究分野: 非線形経済動学

キーワード: 固定時間遅延 連続分布遅延 経済成長 不完全競争 安定性交代 複数の時間遅延 非線形動学 遅

延動学

# 様 式 C-19、F-19-1、Z-19、CK-19(共通)

# 1.研究開始当初の背景

全ての経済活動には「時間」がかかる事は普く知られている。さらに、ミクロ的・マクロ 的経 済変動の主要因の一つは時間遅延の不安定効果にあるとの認識も共有されている。それ故、時 間遅延をもつ経済動学分析は長い歴史がある。ミクロ経済動学では、農生産物価格の循環的な 変動を生み出す Cobweb モデルを嚆矢とする。Kaldor (1934)や Ezekiel (1938)の離散時間モデ ルがよく知られているが、Haldane (1933)は生物学の種の変動と経済学の価格変動の類似性に 基づく連続時間の遅延モデルを提唱した。他方、資本蓄積を基礎にもつマクロ経済動学では、 独自の資本と利子の時間依存理論を展開した Boehm-Bawerk (1889, Kapital and Kapitalizins) に代表されるオーストリア学派の資本理論は「生産には時間がかかる」という考えに帰着でき る。Tinbergen(1930)は船舶製造のサイクルの解明に「懐妊ラグ」の考えを導入し、遅延微分方 程式を援用した。Kalecki (1933-ポーランド語論文、1935 英語論文)は投資の懐妊ラグを明示 的に含むマクロ動学モデルを構築し、時間遅延に起因する国民経済の循環変動を示した。彼ら の問題意識は内生的な因果による経済循環の導出あり、特筆すべきはすでに、1930年代に経済 活動に必然的に付随する様々な遅延を循環の主要要因の一つに考えていたことである。 然し 乍ら、時間遅延を導入した連続時間動学システムは状態空間の次元が無限次元となるので、 解 析的分析が難しく、遅延に起因する不安定性の検討は限定的であった。事実多くの時間遅延を もつ動学分析は時間遅延が一つのケースしか取り扱うことしかできず、例えば「生産に付随す る遅延」と「経済政策に関する遅延」というような異なる性質をもつ二つ以上の遅延が混在す るようなケースの分析は行われていなかった。

#### 2 . 研究の目的

本研究では様々な 経済動学モデルを遅延微分方程式システムとして再構築し、解の漸近挙動について、近年開 発された分析手法の援用、数値的分析を行い、経済動学研究に新 たな体系的な貢献をなすことを目的としている。具体的には、数学の専門家との共同研究を 通じて、理論分析では遅延を含む多数財競争市場や不完全市場の安定条件の吟味や経済成長 に与える時間遅延の効果を考察することなどが本研究の主な課題である。

#### 3.研究の方法

大きくミクロ動学、マクロ動学と応用として環境政策に関する分野に分けて研究を行う。

# [ミクロ動学]

不完全競争市場で議論される価格や数量などのミクロ変数に時間遅延が存在する場合の動学を中心に具体的な研究内容を詳述する。

- (a) 1930年代の初期の貢献を除けば、ミクロ経済動学の分野では各企業が独自の時間遅延に直面しているHoyroyd-Russel (1984, JME) のN-企業クールノーモデルが重要である。彼らの重要な貢献はN種の異なる遅延がある状況で、均衡点の安定性の十分条件を導き出したことである。彼らのモデルを基礎に置きながらHoyroyd-Russelmodelの再考察を図る。(a-1) 企業数にN=2に限定し、安定の為の必要十分条件を導出する。(a-2) 遅延の種類は二つに限定する。一つは自己の経済活動に関する遅延(implementation delay)であり、他の一つは、競争企業の経済活動に関する情報収集での遅延(information delay)である。これらの二種類の遅延がある場合の一般的なN企業での安定の為の必要・十分条件を導出する。
- (b) 1980年代に経済主体の行動方程式の非線形性に注目した非線形動学理論が経済の動学分析にも導入されて、様々な離散時間の経済モデルの動学が再考察され、「強い非線形性はカオスを含む複雑な動学を生み出す源泉」であることが示された。他方、対応する連続時間モデルは同様の条件の下で多くの場合、安定的な振る舞いをした。従来、離散時間モデルと連続時間モデルは類似の動学を生みだすので、どちらのモデルを使うかはいわば "matter of opinion" と言われていたが、非線形動学理論は明らかに質の異なる動学が出現することを示している。遅延微分方程式モデルは二つのモデルの中間的な位置に存在するので、二つのモデルの「橋渡し的」役割を持ち、どのような条件の下で離散動学的になり、あるいは連続時間動学的になるかを解明する。また、遅延差分モデルと遅延連続モデルの異同も考察する。

# [マクロ動学]

マクロ経済動学分析のプロトタイプ・モデルとして Solow モデルに時間遅延を組み込む。 投資のラグや time-to-build などに起因する時間遅延が1つである場合にはすでにいくつ かの結果が出ている。(i) 遅延に閾値があり、それ以下であれば安定性に影響を及ぼさな いが、それ以上であると定常点を不安定化させ、循環解を発生させる:(ii) 生産関数に強 い非線形性があるならば、周期的な変動に加えカオス的な非周期的な複雑な解が生み出さ れる。この結果を前提として、Solow model に二つの異なる固定遅延がある場合と固定遅 延の代わりに分布遅延を想定した場合とに分けて、まずは各遅延の下での安定条件を導出、 次いで、遅延の違いがどのように安定条件影響を及ぼすかを考察する。安定条件は均衡点 近傍の小域的分析であるが、数値分析による大域的分析および比較も考察する予定である。

# [環境政策]

遅延微分方程式の応用として、汚染源の特定が難しい空気汚染、河川汚染、湖沼汚染などを含むNPS(Non-Point Source)汚染に対する環境政策を考察する.先行研究の多くは汚染源の蓄積に通常時間遅延があることを配慮しない分析が多く、画竜点睛を欠く

#### 4. 研究成果

本研究の目的はほぼ達成できたと考えている。

- (1) ミクロ動学に関しては クールノーの複占モデルに二つの異なる遅延を導入し、 Hoyroyd-Russel (1984, JME)の提示した安定のための十分条件を必要十分条件にまで 拡張することができ,数値分析により循環解の存在も確かめることができた(業績[2])。 今後は複占モデルを一般の N-企業寡占モデルに拡張することである。不完全競争市場 (独占、寡占)における遅延動学の成果を纏めることができた(業績[4])
- (2) マクロ動学に関しても新古典派経済成長モデル(Solow model)に二つの固定遅延を導入したケース(業績[3])と二つの異なる連続的分布遅延を導入したケース(業績[1])を考察することができ、時間遅延が複数存在する場合は単一の時間遅延と比べて質的に異なる動学が発生することを確かめた。今後の研究は2部門経済成長モデルへの時間遅延が及ぼす影響について考察を進める。
- (3) 不完全競争市場における汚染の発生源が特定化できない非点源(NPS)汚染に対する環境政策の有効性について考察した(業績[5]).ただし、遅延動学分析を含むが、分析手法としては比較静学が中心であり、今後動学の分野まで分析を広げる必要がある。

# 5 . 主な発表論文等

- [1] Guerrini, L., Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Neoclassical growth model with multiple distributed delays, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 79, 234-247, 2019. 10.1016/j.cncnc.2018.10.005.
- [2] Guerrini, L., Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Delay Cournot duopoly revisited, *Chaos: Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 28,093113, 2018. 10.1063/1.5020903.
- [3] Guerrini, L., Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Neoclassical growth model with two fixed delays, *Metroeconomica*, 2018, 10.1111/meca.12257.
- [4] Matsumoto, A., Szidarovszky, F., *Dynamic Oligopolies with Time Delays*, Springer, 2018, 266 頁.
- [5] Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Environmental effects of ambient charge in Cournot oligopoly, *Journal of Environmental Economics and Policy*, 7, 41-56, 2017,

#### [雑誌論文](計13件)

Matsumoto,A., Szidarovszky, F., Delay dynamics in a classical IS-LM model with taxation, *Metroeconomica*, 67, 667-669,2016, 10.1111/meca.12128.有.

Matsumoto, A., Szidarovszky,F., A heterogeneous agent model of asset price with three time delays, *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*, 10.3389/fams.2016.00015.2016. 有.

Matsumoto,A., Merlone, U., Szidarovszky, F., Extended dynamic oligopolies with flexible workforce and isoelastic price function, *Frontiers in Applied Mathematics and Statistics*, 10.3389/fams.2016.00019, 2016. 有.

Matsumoto, A., Merlone, U., Szidarovszky, F., Goodwin accelerator model revisited with fixed time delays, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 58, 233-248,2017,10.1016/j.cncns,2017.06.024. 有.

Matsumoto, A., Szidarovszky, U., Yabuta, M., Environmental effects of ambient charge in Cournot oligopoly, *Journal of Environmental Economics and Policy*, 7, 41-56, 2017, 10.10802/216065544.2017.1347527. 有.

Matsumoto, A., Merlone, U., Szidarovszky, F., Extended oligopolies with contingent workforce, *Journal of Evolutionary Economics*, 27, 989-1005, 2017, 10.1007/s00191-017-0500-1. 有.

Bischi, G., David, H., Dieci, R., Matsumoto, A., Introduction to the special issue, Nonlinear Economic Dynamics, *Journal of Evolutionary Economics*, 27, 825-830, 2017, 10.1007/soo191-017-9533-5. 有.

Guerrini, L., Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Neoclassical growth model with multiple distributed delays, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations*, 79, 234-247, 2019. 10.1016/j.cncnc.2018.10.005. 有.

Guerrini, L., Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Delay Cournot duopoly revisited, *Chaos: Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 28,093113, 2018. 10.1063/1.5020903. 有.

Guerrini, L., Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Neoclassical growth model with two fixed delays, *Metroeconomica*, 2018, 10.1111/meca.12257. 有.

Ishikawa, T., Matsumoto, A., Szidarovszky, Regulation of non-point source pollution under n-firm Bertrand competition, *Environmental Economics and Policy Studies*, 2019. 10.1007/s10018-019-00243-9. 有.

Matsumoto, A., Szidarovszky, F., Takizawa, H., Extended oligopolies with pollution penalties and rewards, *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2018. 10.1155/2018/7861432. 有.

Matsumoto, A., Szidarovszky, F., A delay dynamic model of love affairs with cautious partners, *AIP advances*, 2018/10.1063/1.5020926. 有.

#### [学会発表](計6件)

Matsumoto, A, A heterogeneous agent model of asset price with time delays, Dynamic Models in Economics and Finance MDEF 2016, 2016.

Matsumoto, A., Environmental effect of ambient charge in a Cournot oligopoly model,  $25^{th}$  Pacific conference of the RSAI, 2017.

Matsumoto, A., Optimal growth model with production delay,  $10^{th}$  international conference on nonlinear economic dynamics, 2017.

Matsumoto, A., A dynamic multiplier process with delay in tax collection,  $16^{th}$  international conference of the Japan economic policy association, 2017.

Matsumoto, A., Delay Cournot duopoly model revisited, 28<sup>th</sup> international conference of SCTPLS, 2018.

Matsumoto, A., Delay Cournot duopoly model revisited, Dynamic models in Economics and Finance MDEF 2018, 2018.

# [図書](計4件)

Matsumoto, A., Szidarovszky, F., *Game Theory and its Applications*, Springer, 2016, 268 頁

Matsumoto, A., Szidarovszky, F, Asada, T.,(eds) *Essays in Econoic Dynamics: Theory, Simulations and Methodorogical Study*, Springer, 2016,57-79 頁, 191-206 頁.

Matsumoto, A.,(eds), *Optimization and Dynamics with Their Applications*, Springer, 2017, 344 頁.

松本 昭夫 (編著)『経済理論・応用・実証分析の新展開』、中央大学出版部、2017、319 頁.

Matsumoto, A., Szidarovszky, F., *Dynamic Oligopolies with Time Delays*, Springer, 2018, 266 頁.

# 〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称: 発明者: 権利者: 種号: 番号: 出内外の別:

取得状況(計0件)

名称: 発明者: 権利者: 種類: 番号: 取得年: 国内外の別:

〔その他〕 ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究分担者 研究分担者氏名:

ローマ字氏名:

所属研究機関名:

部局名:

職名:

研究者番号(8桁):

(2)研究協力者 研究協力者氏名: ローマ字氏名:

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。