

令和元年6月24日現在

機関番号：32690

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K03603

研究課題名(和文) 実現ボラティリティにおける長期記憶性の検証

研究課題名(英文) Investigation of Long Memory Property in Realized Volatility

研究代表者

浅井 学 (Asai, Manabu)

創価大学・経済学部・教授

研究者番号：90319484

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,500,000円

研究成果の概要(和文)：近年、金融市場の分析では、毎分観測されるデータや、取引ごとに記録であるティック・データなど高頻度データの活用が注目されている。このデータを用いて、日々変動するボラティリティの推定値として「実現ボラティリティ」を求めることができる。この実現ボラティリティは、金融資産のリスク予測に役立てられている。この研究では、時系列分析の分野における近年の研究成果を使って、ボラティリティ変動モデルを様々な拡張した。その結果、新たなモデルでは、予測力の向上が見られた。研究成果は8編の論文にまとめられた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

例えば、日経新聞社は日経225株価指数のボラティリティとして、日経RVを公表している。実現ボラティリティについて、その変動特性を明らかにすることは単に研究者の間だけでなく、金融実務家にとっても重要なことである。また、この研究成果の一つとして、モデルの推定と予測を比較的簡単に行えるように、カルマン・フィルターによる推定方法について検討し、その有用性を示した。

研究成果の概要(英文)：In recent years, in the analysis of financial markets, utilization of high-frequency data such as data observed every minute and tick data recorded for each transaction has attracted attention. This data can be used to obtain "realized volatility" as an estimate of the daily changing volatility. This realized volatility is used to predict the risk of financial assets. In this study, I have extended volatility models in various ways using recent researches in the field of time series analysis. As a result, the new models showed improvement on forecasting. The research results are summarized in eight articles.

研究分野：計量ファイナンス

キーワード：実現ボラティリティ 長期記憶

## 1. 研究開始当初の背景

近年、金融市場の分析では、市場のマイクロ・ストラクチャーの調べるために、毎分観測されるデータや、取引ごとに記録であるティック・データが注目されている。そして、分次データによるボラティリティの推定値は「実現ボラティリティ (または Realized Volatility, RV)」とよばれる。例えば、日経新聞社は日経 225 株価指数のボラティリティとして、日経 RV を公表している。この実現ボラティリティの変動特性を明らかにすることは単に研究者の間だけでなく、金融実務家にとっても重要なことである。

さて近年、ボラティリティの問題とは関係なく、時系列データ長期記憶性について 2 つの関心もたれている。1 つは、「ARFIMA の拡張である Gegenbauer 過程」の利用である。この Gegenbauer 過程の特徴は、長期記憶性と周期性を併せもっている点といえる。例えば、Dissanayale, Peiris and Proietti (2015)では、太陽の黒点の分析に Gegenbauer 過程を用いている。また、McElroy and Holan (2012)は Gegenbauer 過程をさらに一般化した確率過程を考案している。

もう一つは、「見せかけの長期記憶性」への懸念である。この 15 年ほどで Diebold and Inoue (2001)などの研究により、長期記憶性をもたない ARMA 過程の平均がシフトする場合に、ARFIMA モデルを当てはめて長期記憶パラメータを推定すると統計的に有意な結果が得られるという問題が明らかになってきた。当初はシミュレーション実験による結果だけであったが、近年では Perron and Qu (2010)や Qu (2011)の検定統計量を使って、検証することができるようになった。また McCloskey and Perron (2013)では、長期記憶性と平均のシフトが混在するときのパラメータの推定方法を提案している。

## 2. 研究の目的

上述のように、時系列データの長期記憶性に関する近年研究動向から考えると、「長期記憶型モデルの一般化」と「見せかけの長期記憶性」の問題は、ボラティリティの研究において重要なトピックとなると予想される。申請者のこれまでの研究成果を活かして、実現ボラティリティのより適切なモデル化の方法を明らかにして参りたい。

## 3. 研究の方法

この研究は、実現ボラティリティのデータを使用して、ボラティリティのもつ長期記憶性について分析していく。特に、確率的なボラティリティが一般化 ARFIMA 過程に従うモデルを考えて、その仮定が適切かどうかを検証する。このため、近年の時系列分析研究の発展を実現ボラティリティに応用していく。

## 4. 研究成果

### (1) 論文 “Realized Stochastic Volatility with General Asymmetry and Long Memory” について

Realized Stochastic Volatility (RSV) モデルは、金融資産のボラティリティ・モデルの推定において、収益率と実現ボラティリティの両方の情報を使うモデルである。このため、SV モデルに比べて効率的な推定を行うことができる。この論文では、RSV モデルに長期記憶性と非対称性を取り入れたモデルを考案した。特に非対称性についてはエルミート多項式による高次の特定化を試みた。推定方法として、Whittle 尤度による推定方法を検討し、モンテカルロ実験を行った。また、新たなモデルによるボラティリティの予測方法を考案した。アメリカ企業 3 社のデータを用いて分析したところ、新たなモデルによる予測結果は、既存のモデルを上回ることがわかった。

### (2) 論文 “Realized Stochastic Volatility Models with Generalized Gegenbauer Long Memory” について

ボラティリティの長期記憶性に注目し、RSV モデルについて 2 種類の拡張を検討した。1 つは一般化 Gegenbauer 過程による RSV-GGLM モデルで、もう 1 つは季節長期記憶過程による RSV-SLM モデルである。いずれも ARFIMA とは異なり、スペクトル分析では長期記憶性を示す周波数の位置がゼロではない。この論文では、周波数の位置を特定する方法を紹介し、残りのパラメータを Whittle 尤度で推定するという 2 段階推定法を提案し、モンテカルロ実験を行った。さらに 2 つのモデルの比較のために、RSV-SLM モデルを帰無仮説とし RSV-GGLM モデルを対立仮説とする擬似尤度比検定を提案した。アメリカ、イギリス、日本の株価指数の収益率と実現ボラティリティを用いて分析したところ、このような拡張により、ボラティリティの予測力は向上する可能性があることがわかった。

(3) 論文「カルマン・フィルターによる Realized Stochastic Volatility モデルの擬似最尤推定について」について

RSV モデルでは、金融資産のボラティリティ・モデルの推定において、収益率と実現ボラティリティの両方の情報を使うため、SV モデルに比べて効率的な推定を行うことができる。RSV モデルの推定には、ベイジアン・マルコフ連鎖モンテカルロ法やモンテカルロ尤度によるシミュレーション最尤法を用いる方法が主流であるが、この論文ではカルマン・フィルターによる疑似最尤法について検討した。単純な RSV モデルと SV モデルの推定を比較すると、実現ボラティリティの情報を使うことで、推定量の効率性が著しく向上することが確認できた。また、モンテカルロ尤度によるシミュレーション最尤法と比較しても、やや劣る程度の効率性をもつことがわかった。またボラティリティのモデル化において重要な性質である、非対称性・長期記憶・裾の厚い分布という 3 点について、RSV モデルの拡張を紹介し、カルマン・フィルターによる推定方法を説明した。アメリカ・イギリス・日本の株価指数を用いて、さまざまな RSV モデルを推定し、予測力を比較した。モデルの推定では、非対称性に加えて、長期記憶を考慮したモデルの有用性が示された。また予測においては、非対称性・裾の厚い分布・長期記憶のすべてを考慮した RSV-ALM モデルのパフォーマンスが 1 番優れていた。カルマン・フィルターによる疑似最尤法は、ベイジアン・マルコフ連鎖モンテカルロ法に比べて計算負荷が非常に小さい。このため GARCH 型のモデルの発展のように、今後は、様々な RSV モデルを用いた実証研究の展開が期待される。

(4) 論文“A Simulation Smoother for Long Memory Time Series with Correlated and Heteroskedastic Additive Noise”について

So (1999)により、長期記憶をもつ時系列データについても、カルマン・フィルターのようにフィルタリングや平滑化、シミュレーション平滑化を行えるようになった。この論文では So (1999)を拡張して、誤差項に不均一分散や相関がある場合でも、フィルタリングや平滑化またシミュレーション平滑化を行えるようにアルゴリズムを導出した。既存の研究では、長期記憶性を持つ非対称 SV モデルをベイジアン・マルコフ連鎖モンテカルロ法で推定するには、50 次の自己回帰モデルのように高次の自己回帰モデルによる近似を使って、カルマン・フィルターによるシミュレーション平滑化が行われていた。論文では、新たに考案したアルゴリズムを使って、長期記憶性を持つ非対称 SV モデルを近似せずに推定する方法を紹介した。

(5) 論文“Forecasting the Volatility of Nikkei 225 Futures”について

この論文では、先物の収益率のボラティリティを予測するのに、原資産のボラティリティ予測を用いた間接的な予測法を提案している。その方法とは、まず原資産のボラティリティを予測し、原資産の実現ボラティリティと先物の実現ボラティリティの関係性から、先物のボラティリティの予測値を得るものである。その際に、原資産のボラティリティの予測には、長期記憶型非対称 SV モデルを用いた。論文では、日経 225 の高頻度データを使って実証分析を行った。先物の実現ボラティリティのデータを擬似的な長期系列とみなして予測するよりも、新たな手法で予測するほうが予測力は向上することが示された。

(6) 論文“Asymptotic Theory for Extended Asymmetric Multivariate GARCH Processes”について

この論文では、非対称 BEKK モデルおよびその拡張としての長期記憶をもつ非対称 BEKK モデルについて、最尤推定量が漸近的に正規分布に従うことを証明した。通常のアプローチと異なり、この論文では非対称 BEKK モデルを表現するのに、ランダム係数ベクトル自己回帰モデルの 2 次形式を用いているのが特徴である。

(7) 論文“Estimating and Forecasting Generalized Fractional Long Memory Stochastic Volatility Models”について

この論文では、ボラティリティの長期記憶性を分析するために、長期記憶型確率的ボラティリティ変動 (General Long Memory Stochastic Volatility, GLMSV) モデルを Gegenbauer 過程を用いた SV モデルに拡張した。その Whittle 尤度による推定方法を提案し、モンテカルロ実験により有限標本における性質を調べた。為替レートデータのデータについて、GLMSV モデルを当てはめたところ、GARCH 型のモデルに比べて予測力の向上が見られた。

(8) 論文“Generalized Fractional Processes with Long Memory and Time Dependent Volatility Revisited”について

この論文では、Gegenbauer 型の長期記憶をもつ ARMA モデル (GARMA) について、その誤差項が不均一分散をもつときの推定方法について扱っている。まず、GARMA 過程の誤差項が GARCH モデルに従うときに、最尤推定量が漸近的に正規分布に従うことを証明した。次に GARMA 過程の誤差項が SV モデルに従うときに、モンテカルロ最尤法による推定を検討し、モンテカルロ実験により有限標本における性質を調べた。フランス、日本、アメリカのインフ

レ率の月次データを使って分析したところ、GARMA 型モデルの有用性と不均一分散の存在が確認された。

#### (9) まとめ

上記の論文(5) - (8)のように、ARFIMA だけでなく、Gegenbauer 型の長期記憶をもつ様々なボラティリティ変動モデルを考案し、その推定方法を確立することができた。また実証分析により、その有用性を示すことができた。続いて、実現ボラティリティのデータを使って、見せかけの長期記憶の問題について取り組んだ。特に構造変化が存在するときに、短期記憶モデルを誤って長期記憶を持つと判断されやすいため、まず CUSUM テストを使って構造変化の時点を特定した。続いて、構造変化が起きていないとみなされる期間について長期記憶性を検証したところ、予想に反して、常に長期記憶パラメータの推定値は有意という結果を得た。この結果から、ボラティリティの真の構造が長期記憶をもつから長期記憶モデルを考えるのではなく、モデルの予測力を向上させるために長期記憶モデルまた一般化長期記憶モデルを使うほうが効果的であることがわかった。この実証分析の結果を踏まえて、上記の論文(1) - (4)の研究に取り組んだ。上記(1) - (8)の論文は、すべて学術誌に掲載されている。

### 5 . 主な発表論文等

#### [雑誌論文](計 8 件)

Asai, M., C.-L. Chang, and M. McAleer, “Realized Stochastic Volatility with General Asymmetry and Long Memory”, *Journal of Econometrics*, Vol.187, pp.436-446, 2017, 査読有り.

DOI: 10.1016/j.jeconom.2017.05.010

Asai, M., M. McAleer, and S. Peiris, “Realized Stochastic Volatility Models with Generalized Gegenbauer Long Memory”, *Econometrics and Statistics* に掲載決定(電子版で掲載済み), 2018, 査読有り.

DOI: 10.1016/j.ecosta.2018.12.005

浅井 学, 「カルマン・フィルターによる Realized Stochastic Volatility モデルの擬似最尤推定について」, 日本統計学会誌 シリーズ J, 48, 215-238, 査読有り.

Asai, M. and M.K.P. So, “A Simulation Smoother for Long Memory Time Series with Correlated and Heteroskedastic Additive Noise”, *Communications in Statistics - Simulation and Computation* に掲載決定(電子版では掲載済み), 2018, 査読有り.

DOI: 10.1080/03610918.2018.1554120

Asai, M. and M. McAleer, “Forecasting the Volatility of Nikkei 225 Futures”, *Journal of Futures Markets*, 37, pp.1141-1152, 2017, 査読有り.

DOI: 10.1002/fut.21847

Asai, M. and M. McAleer, “Asymptotic Theory for Extended Asymmetric Multivariate GARCH Processes”, *International Journal of Statistics and Probability*, 6, pp.13-23, 2017, 査読有り.

DOI: 10.5539/ijsp.v6n6p13

Peiris, S., M. Asai, and M. McAleer, “Estimating and Forecasting Generalized Fractional Long Memory Stochastic Volatility Models”, *Journal of Risk and Financial Management*, 2017, 10(4), 23, 査読有り.

DOI: 10.3390/jrfm10040023

Peiris, S. and M. Asai, “Generalized Fractional Processes with Long Memory and Time Dependent Volatility Revisited” (with Shelton Peiris), *Econometrics*, 2016, 4(3), 37, 査読有り.

DOI: 10.3390/econometrics4030037

#### [学会発表](計 8 件)

Manabu Asai, “Realized Stochastic Volatility Models with Generalized Gegenbauer Long Memory”, The 2nd International Conference on Econometrics and Statistics, 2018.

Manabu Asai, “Realized Matrix-Exponential Stochastic Volatility with General Asymmetry, Long Memory and Spillovers”, The 14th International Symposium on Econometric Theory and Applications, 2018.

Manabu Asai, “Realized Matrix-Exponential Stochastic Volatility with General Asymmetry, Long Memory and Spillovers”, Time Series Analysis of Higher Moments and Distributions of Financial Data, 2018.

浅井 学, 「実現ボラティリティのモデル化と推定・予測について」, 日本統計学会連合大会, 2018.

Manabu Asai, “Realized Matrix-Exponential Stochastic Volatility with Asymmetry, Long Memory and Spillovers”, The 70th European Meeting of Econometric Society,

2017.

Manabu Asai, “Realized Asymmetric Long Memory Stochastic Volatility Models”, The 1st International Conference on Econometrics and Statistics, 2017.

Manabu Asai, “Bayesian Analysis of Alternative Long Memory Stochastic Volatility Models Using Realized Volatility Measure”, The 10th International Conference on Computational and Financial Econometrics, 2016.

Manabu Asai, “Bayesian Analysis of Alternative Long Memory Stochastic Volatility Models Using Realized Volatility Measure”, International Society for Bayesian Analysis 2016 World Meeting, 2016.

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。