

令和元年6月12日現在

機関番号：32680

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16K05048

研究課題名(和文) 超離散解析による工学システムに対する新手法の提案

研究課題名(英文) Proposal of a new method to engineering systems by means of ultradiscrete analysis

研究代表者

薩摩 順吉 (SATSUMA, Junkichi)

武蔵野大学・工学部・教授

研究者番号：70093242

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：独立変数、従属変数ともに離散的である超離散方程式系や、それに関わる差分方程式の数理的構造についていくつかの新しい知見を得た。また、超離散方程式の解と対応する非線形微分方程式の解の関連についても考察を加え、両者は密接に関連していることを明らかにした。また、非線形差分方程式に対応する超離散系に対するカルマンフィルターを提案し、数値実験を通してその有効性を確認した。この結果は、超離散系の工学システムへ応用可能性を強く示唆している。さらに、交通流のモデルとなり得る非局所非線形発展方程式の差分化について議論し、新しいタイプの非線形差分方程式を提案した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で主な対象とした超離散的手法はコンピュータによる解析に適したもので、従来の連続解析では得られない結果も出てくることが予想される。本研究の成果が生かされて、超離散解析が新しい解析の一手法となることを強く期待している。

研究成果の概要(英文)： We found several new aspects of the solutions and mathematical structures for ultradiscrete (both of the independent and dependent variables are discrete), and related discrete equations. We also studied the relationship between the solutions of ultradiscrete equations and those of the corresponding nonlinear differential equations, and made clear that both are closely related. We also proposed a Kalman filter for the ultradiscrete system corresponding to a nonlinear difference equation and confirmed its validity through numerical experiment. This result strongly suggests an applicability of the ultradiscrete equations to engineering systems. Furthermore, we propose a new type of nonlocal nonlinear difference equation, which is a model of traffic flow and can give a new insight on the relation between discrete and ultradiscrete systems.

研究分野：工学、応用数理、数理物理学

キーワード：応用数学 数理工学 セルオートマトン 非線形差分方程式 超離散系 カルマンフィルター

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

研究代表者はこれまで非線形波動、とくに可積分系理論の研究をすすめてきたが、その中で、離散系の方が連続系より、解の数学的構造を捉えやすく、系の本質をよく反映しているとの認識をもつようになった。また、近年の研究の中で、離散可積分系が工学上も重要な意味を持っていることが明らかになってきた。さらに、ソリトン理論の研究を押し進める中で、研究代表者たちは「可積分な非線形偏微分方程式に対して(独立変数が離散的である)差分方程式を構成する。その差分方程式に、超離散化という手法を用いるとセルオートマトン系(独立変数だけでなく従属変数も離散的な系、以下超離散系と呼ぶ)に到達することができる。得られた超離散系は、解の構造や対称性など、もとの偏微分方程式の持っている可積分性の本質的な部分をすべて保存している。」という事実を発見した。その後、この事実に基づいた研究の中で、研究代表者たちは、広いクラスの連続版ソリトン方程式が対応する超離散系を持つことを明らかにしてきた。また、可積分でない系に対しても、この結果が応用できることも明らかにした。以上の研究成果から、連続系と超離散系をつなぐ試みを工学システムに適用し、新しい解析手法を見いだせる可能性があるかと判断した。

2. 研究の目的

本研究は、超離散解析を工学システムに応用し、カルマンフィルターなどの具体的な対象について、これまでの離散解析では取り扱いが難しかった問題に対して新しい知見・解決策を見いだすこと、及び、得られた結果を用いてさまざまな非線形工学システムに対して超離散化・逆超離散化を用いた新しい解析手法の提案を行うことを目的としている。

3. 研究の方法

研究方法は次の3つに要約される。

- (1) 離散工学システムに対応する微分方程式と超離散方程式の解の普遍的な構造を抽出する。
- (2) (1)で得られた構造から離散工学システムに関する問題に対して新しい解決策を見いだす。
- (3) 超離散化の手法を用いて、非線形工学システムに対する解析手法の提案を行う。とくに、非線形系に対し超離散化を施し、高速に実行できるカルマンフィルターを構成する。

4. 研究成果

この目的及び関連した非線形系の取り扱いに関して得られた成果は以下の通りである。

- (1) 超離散系に対するカルマンフィルターを提案するとともに、数値実験により、その有効性を示した。今後、超離散化の方法を変えることにより結果がどう変わるかを考察するとともに、対象とする系の拡張可能性を検討し、有用な非線形カルマンフィルターの構成を試みる予定である。
- (2) 線形化可能な非線形差分方程式の可積分性判定法について、解の次数の増大度をもとにした議論を行い、増大度の違いにより、方程式のクラスが異なることを示した。この結果は連続系・離散系・超離散系の関係を明らかにするための一つの知見を与えたものである。

(3) 非対称な構造を持つ離散パンルヴェ方程式を分類し、加法的な方程式の場合の解の構造を明らかにした。またいくつかの新しいタイプの可積分離散方程式を提案した。この結果も連続系・離散系の関係を明らかにするための知見を与えたものである。

(4) アフィンワイル群 E_8 に関連した非線形差分方程式を提出した。そのうちのいくつかは線形化可能なものであり、別のいくつかは楕円関数を解に持つものであるが、この結果も連続系・離散系・超離散系の関係を明らかにするための一つの知見を与えたものである。

(5) 閉じ込められない特異性を持つ写像の代数的エントロピーの新しい計算法を提示した。この方法はそれまでのものと比べ容易に実行できるものであり、今後の応用が期待できる。この結果も連続系・離散系の関係を明らかにするための知見を与えたものである。

(6) 交通流のモデルとなる非局所非線形発展方程式の差分化について議論するとともに、新しいタイプの非線形差分方程式を提案した。これらの結果は離散系と超離散系の関係にこれまでにない見方ができることを示すもので、今後実用化も含めてさらに綿密な研究を進めていく予定である。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計 8件)

B.Grammaticos, A.Ramani, R and J. Satsuma, Linearisable mappings, revisited,
J. Nonlinear Math. Phys. Vol.23, 2016, 466-473

DOI 10.1080/14029251.2016.1237196

磯島伸、薩摩順吉、ある物理系への超離散カルマンフィルターの応用、
武蔵野大学数理工学センター紀要、Vol.1, 2016, 27-35 (DOI なし)

B.Grammaticos, A.Ramani, K.M.Tamizhmani, T.Tamizhmani and Junkichi Satsuma, Strongly
Asymmetric discrete Painleve equation: the multiplicative case,
J. Math. Phys. Vol.57, 2016, 043506

DOI:10.1063/1.4947061

B.Grammaticos, A.Ramani, R.Wilcox and J. Satsuma, Multiplicative equations related
to the affine Weyl group E_8 , B.Grammaticos,
J. Math. Phys. Vol.58, 2017, 083502

DOI:10.1063/1.4997166

A.Ramani, B.Grammaticos, R.Wilcox, T.Mase and J. Satsuma,
Calculating the algebraic entropy of mappings with unconfined singularities
J. Integrable Systems Vol.3, 2018, xyy006

DOI:10.1093/integr/xyy006

薩摩順吉、友枝明保、ある非局所非線形発展方程式の差分化、
武蔵野大学数理工学センター紀要、Vol.3, 2017, 7-11 (DOI なし)

A.Ramani, B.Grammaticos, J. Satsuma, K.M. T Tamizhmani,
On the canonical forms of QRT mappings and discrete Painleve equations,
J. Phys. A Vol.51, 2018, 39

DOI:10.1088/1751-8121/aad8c3

東康平、糠谷樹、薩摩順吉、友枝明保、交通流を記述する新しい非線形離散モデルについて、
武蔵野大学数理工学センター紀要、Vol.4, 2018, 42-49 (DOI なし)

〔学会発表〕(計 3件)

薩摩順吉、On occasion of fifty years of the Today lattice, 台湾中央科学院数学研究所セミナー
(招待講演) 2017

薩摩順吉、戸田先生から学んだこと、日本応用数学会年会(招待講演) 2017年

薩摩順吉、ある非局所非線形発展方程式の差分化、龍谷大学武蔵野大学連携シンポジウム
(招待講演) 2018

〔その他〕

ホームページ等

https://cv01.ufinity.jp/musashino/index.php?action=pages_view_main&active_action=cvclient_view_main_init&cvid=jsa&display_type=cv&block_id=262#_262

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。