様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科研費 KAKENHI

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　 元 年 　 ５ 月 １５ 日現在

機関番号：１４１０１
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2016～2018
課題番号：１６Ｋ０５０５６

研究課題名（和文）Hilbert 保型形式のShimura対応とその応用

研究課題名（英文）Shimura lifting of Hilbert modular forms and its applicaion

研究代表者
露峰　茂明（Tsuyumine, Shigeaki）

三重大学・教育学部・特任教授（教育担当）

研究者番号：７０１９７７６３

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　1,500,000円

研究成果の概要（和文）：(1)レベルと重さに条件を付け，半整数の重さのHilbert保型形式の志村liftができることを示し，フーリエ係数の対応を記述した．またテータ級数の3乗もlift可能であり，応用としてルート２を含む２次体Kで整数が３つの平方数の和に書ける条件を求め，その表現数とKの総虚２次拡大体の相対類数の関係を求めた．
(2)保型形式f,gのn番目のフーリエ係数をそれぞれa(n),b(n)とし，a(n),そしてb(n)の複素共役を積をn番目の係数とするディリクレ級数を考える．f,gの重さや指標が異なっていてもそのL関数が全複素平面への解析接続を示し，またその関数等式を具体的に求めた．二次形式等への応用も示した

研究成果の学術的意義や社会的意義
(1) Hilbert保型形式のShimura liftingが尖点形式に限定せず，Fourier係数を使って記述されたのは初めてである．応用としてルート２を含む２次体の総虚２次拡大体の類数が初等的な計算のみで求められるようになった．ルート２を含む２次体以外でも限定的ではあるがこれが可能である． (2) 全複素平面に有理的に解析接続し，関数等式を持つL関数の種類を増やした．2次形式への応用は既に得られているが，これを始め，様々な応用があると期待される．

研究成果の概要（英文）：(1) It is shown that Hilbert modular forms of half integral weight have Shimura lifting, provided that the level is divisible by 16 and the weight is at least 5/2. The lifting map is described explicitly in terms of Fourier coefficients. Though the condition is not satisfied, the third power of theta series has lift. As its application, the condition that algebraic integers in the quadratic field K containing square root of 2 are the sums of three squares, is obtained. Also the class numbers of the imaginary quadratic extensions of K is ordained.
(2) Let f,g be elliptic modular forms of level N, and let a(n),b(n) be their n-th Fourier coefficients respectively. Let L(s;f,g) be the Dirichlet series whose n-th coefficient is a product of a(n) and the complex conjugate of b(n). Then it is shown that L(s;f,g) extends meromorphically to the whole s plane, and that it has a functional equation. Also the applications to quadratic forms are shown.

研究分野：代数学

キーワード：Hilbert modular form　Shimura lifting　quadratic form　L function

１．研究開始当初の背景　（1）１変数の（尖点形式に限らない）保型形式の Shimura lifting は研究代表者による先行研究があった．実２次体虚２次拡大の類数は Maass の結果を利用した H. Cohn による，$\mathbb{Q}(\sqrt{5})$の虚２次拡大のものがあった．（2）L 関数$L(s;f,g)$については，先行研究は保型形式$f(z),g(z)$が等しい整数の重さを持ち，かつ等しい指標を持つ場合のみであった．どちらかが尖点形式の場合ついてはこのＬ関数は古くから研究されていた．

２．研究の目的 半整数の重さの Hilbert 保型形式の理論を構築すること．及び実２次体の虚２次拡大の類数を，すべての場合にやるのは不可能であるが，実２次体の判別式があまり大きくならない範囲で，類数の arithmetic な公式を得ることを目的としていた．

３．研究の方法 文献等により先行研究を修得し，また代数体の相対２次拡大についての，類数の計算に必要となる様々な不変量の計算の仕方を研究した．対象となる実２次体の Hilbert modular 多様体の幾何的な性質も重要で，rational な多様体により近い方が計算がしやすい．重さ 1/2 の Eisenstein 級数の（厳密には重さ$1/2+s\,(s\in\mathbb{C})$の Eisenstein 級数の$s=0$で与えられる非正則関数）の Fourier 係数には実２次体および虚２次体すべて現れる．こういった情報を取り出し方を考慮し，文献等によりＬ関数についての先行研究を調べた．

４．研究成果 (1) K を有理数体 Q 上 n 次の総実代数体とする．$\mathcal{O}_K,\mathfrak{d}_K,h$を K の整数環，共役差積，類数を表すものとする．$\alpha\in K$に対し$\alpha^{(1)}=\alpha,\alpha^{(2)},\cdots,\alpha^{(n)}$を定められた順に並べた　αの共役とする．$\mathfrak{A}$を K の分数イデアルとし，また$\mathfrak{N}_0$を整イデアルで４で割り切れるものとし，$\psi_0$を法$\mathfrak{N}_0$の指標とする．$\psi_0$が偶かあるいは奇かに従って，$e_{\psi_0}$は０または１となる記号とする．イデアル$\mathfrak{A},\mathfrak{B}$に対し群$\Gamma(\mathfrak{A},\mathfrak{B})$を$\{\begin{pmatrix}\alpha & \beta\\ \gamma & \delta\end{pmatrix}|\alpha,\delta\in\mathcal{O}_K\ \beta\in\mathfrak{A},\ \gamma\in\mathfrak{B},\ \alpha\delta-\beta\gamma=1\}$で定義する．

$J(M,\mathfrak{z})$を $\mathfrak{A}$に対して決まる theta 級数の保型因子とする．K を ψ_0 と偶奇が同じ自然数としたとき，$\psi_0(d)J(M,\mathfrak{z})|cz+d|^k$を保型因子とする Hilbert 保型形式の空間を$M_{k+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0;\mathfrak{A})$と表す．$M_{k+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0;\mathfrak{A})$の保型形式$f$は

$$f(\mathfrak{z})=\textstyle\sum_\nu c(\nu;\ \mathfrak{A})e((1/2)tr(\nu\mathfrak{z}))$$

という Fourier 係数を持つ，ここでνは０あるいは総正な$\mathfrak{A}^2$の元である．$\mathfrak{A}_1=\mathfrak{A},\mathfrak{A}_2,\cdots,\mathfrak{A}_\mathfrak{h}$をイデアル類の代表とする．$A_i=\begin{pmatrix}\alpha_i & \beta_i\\ \gamma_i & \delta_i\end{pmatrix}$をイデアル$\mathfrak{A}$をイデアル$\mathfrak{A}_i$に写すものとする．正確には

$\mathfrak{A}_i=(\alpha_i\mathfrak{A},2^{-1}\gamma_i\mathfrak{A}^{-1}\mathfrak{d}_K^{-1})$となるようなものとする．このとき$f|_{A_i}(\mathfrak{z})$は$M_{k+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0;\mathfrak{A}_i)$の保型形式となる．

$$\mathcal{M}_{\mathscr{k}+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)\quad:=\textstyle\prod_i M_{k+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0;\mathfrak{A}_i)$$

とおくと$f=(\cdots,f|_{A_i},\cdots)$は $\mathcal{M}_{\mathscr{k}+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$ の保型形式である．各$f|_{A_i}$は保型形式fの，イデアル$\mathfrak{A}_i$の対応する尖点での Fourier 展開とみることもできる．各$f|_{A_i}$は群 $\Gamma(\mathfrak{A}_i^{-2}\mathfrak{d}_{\mathfrak{K}}^{-1},\ \mathfrak{N}_0\mathfrak{A}^2\mathfrak{d}_K)$の保型形式である．

αを総正なKの整数とする．αの分解を$\alpha=\mathfrak{R}\mathfrak{T}^2$とし$\mathfrak{R}$は平方因子を含まないものとする．また２次拡大$K(\sqrt{\alpha})/K$に対応する指標を$\psi_\alpha$とする．このとき上記 f の Shimura lift を

$$\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0,\mathfrak{A}\mathfrak{T}^{-1}}(f)(\mathfrak{z})=C+\textstyle\sum_{\nu\in\mathfrak{A}\mathfrak{T}^{-1}}\quad\sum_{\mathfrak{D}}\quad(\psi_\alpha\psi_0)(\mathfrak{D})N(\mathcal{D})^{k-1}c(\alpha\nu^2;\mathfrak{A}\mathfrak{D})\ e(tr(\nu\mathfrak{z}))$$

で定義する，ここで$\mathfrak{D}$は $\nu\mathfrak{A}^{-1}\mathfrak{T}\subset\mathfrak{D}$ を満たす整イデアルであり，また定数 C は $\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0,\mathfrak{A}\mathfrak{T}^{-1}}(f)(\mathfrak{z})$が重さ$2k$の Hilbert 保型形式になるように選ぶ．この C は存在すると限らないわけであるが，もし存在すればただ一通りである．

$$\mathcal{M}_{2\mathscr{k}}:=\textstyle\prod_{i=1}^h\quad M_{2k}(\Gamma(\mathfrak{A}_i^{-1}\mathfrak{d}_{\mathfrak{K}}^{-1},(1/2)\mathfrak{N}_0\mathfrak{A}_i\mathfrak{d}_K),\ \psi_0^2)$$

とおくと，$\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0}:=\prod_{i=1}^h\quad\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0,\mathcal{A}_i\mathcal{T}^{-1}}$は

$$\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0,}:\ \mathcal{M}_{\mathscr{k}+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)\longrightarrow\mathcal{M}_{2\mathscr{k}}$$

という写像になる．本研究により，以下の定理が証明された．

定理 $\widetilde{\mathcal{M}_{\mathscr{k}+1/2}}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$を$\mathcal{M}_{\mathscr{k}+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$の部分空間で，theta 級数の共通零点となっている尖点で消える保型形式，及びそれらの Heck 作用素の像で張られる空間とする．また$\widetilde{\mathcal{M}'_{k+1/2}}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$を$\widetilde{\mathcal{M}_{k+1/2}}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$の部分空間で，Eisenstein 級数と theta 級数の積，尖点形式およびそれらの Hecke 作用素の像が張るものとする．

(A) $k\geq1$ に対し $\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0}$は $\widetilde{\mathcal{M}'_{k+1/2}}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$ から $\mathcal{M}_{2\mathscr{k}}$への線形写像で Hecke 作用素と可換となるものを与える．

(B) $k\geq2$ に対し $\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0}$は $\widetilde{\mathcal{M}_{\mathscr{k}+1/2}}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$ から $\mathcal{M}_{2\mathscr{k}}$への線形写像で Hecke 作用素と可換となるものを与える．

(C) $k\geq2$ かつ $16|\mathfrak{N}_0$ ならば $\mathcal{S}_{\alpha,\psi_0}$は $\mathcal{M}_{\mathscr{k}+1/2}(\mathfrak{N}_0,\psi_0)$ から$\mathcal{M}_{2\mathscr{k}}$への線形写像で Hecke 作用素と可換となるものを与える．

以下$K=\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ とし，$\mathfrak{A}=\mathcal{O}_K$ とする．$r_3(\nu)$で K の整数環において，νが３つの平方数の和として表すときの表し方の総数とする．$r_3(0)=1$ であり，$\nu(\neq0)$ が総正でなかったら$r_3(\nu)=$

0である．theta 級数 $\theta(\mathfrak{z})$ に対し，その３乗 $\theta(\mathfrak{z})^3$ は $r_3(\nu)$ の生成関数である．$\theta(\mathfrak{z})^3$ は定理の(A)に該当しており Shimura lift を持つ．それを用いて$r_3(\nu)$ を求めることができる．$\mathrm{Q}(\sqrt{2})$は類数が 1 であるので$\alpha\in\mathcal{O}_K$ が常に平方因子を持たないと仮定できる．$h_K(-\alpha)$ で体 $\mathrm{Q}(\sqrt{2},\sqrt{-\alpha})$ の類数を表す．また1_2を２と素なイデアルに１を，そうでないイデアルには 0 を対応させる指標とし，μ_K を２次体Kのメービウス関数とする．総正なν，イデアル$\mathfrak{M}$，指標ψに対し

$$\sigma_{k-1,\psi}(\nu,\mathfrak{M}) := \sum_{\nu\mathfrak{M}\subset\mathfrak{B}\subset\mathcal{O}_K} \psi(\mathfrak{B})\ \mathrm{N}(\mathfrak{B})^{k-1}$$

とおく．ν が総正でないときは，これを０であるとする．このとき $r_3(\alpha\nu^2)$ は$2^3h_K(-\alpha)$倍の以下のものに等しい．

$$\begin{array}{ll}
\sum_{\mu|\nu} (\psi_\alpha\, 1_2\, \mu_K)\ (\nu/\mu)\ \sigma_1(\mu,\mathcal{O}_K) & \left(\alpha\equiv 1,\ 3+2\sqrt{2}(\mathrm{mod}4)\right),\\
\sum_{\mu|\nu} (\psi_\alpha\, 1_2\, \mu_K)\ (\nu/\mu)\ \{\sigma_1(\mu,\mathcal{O}_K)+\sigma_{1,1_2}(\mu,\mathcal{O}_K)\} & \left(\alpha\equiv 7,\ 5+2\sqrt{2}(\mathrm{mod}4\sqrt{2})\right),\\
\sum_{\mu|\nu} (\psi_\alpha\, 1_2\, \mu_K)(\nu/\mu)\ \{3\sigma_1(\mu,\mathcal{O}_K)+\sigma_{1,1_2}(\mu,\mathcal{O}_K)\} & \left(\alpha\equiv 3,\ 1+2\sqrt{2}(\mathrm{mod}4\sqrt{2})\right),\\
2^{-1}\sum_{\mu|\nu} (\psi_\alpha\, 1_2\, \mu_K)(\nu/\mu)\ \{\sigma_1(\mu,\mathcal{O}_K)-\sigma_{1,1_2}(\mu,\mathcal{O}_K)\} & (\alpha\not\equiv 1\,(\mathrm{mod}2)).
\end{array}$$

特に K の代数的整数 $a+b\sqrt{2}$ は総正かつ b が偶数のとき，またそのときに限り３つの平方数の和で書けることが分かる．３つの平方数の和に書ける数の特徴付けは，有理整数のときはルジャンドル，ガウスの結果があり，$\mathrm{Q}(\sqrt{5})$ については Maass(1941)結果がある．これは，それら以外の初めての結果である．また$r_3(\alpha)$は具体的な計算で求めることができる数である．上の公式より$h_K(-\alpha)$がその具体的な計算で求まることになる．$\mathrm{Q}(\sqrt{2},\sqrt{-\alpha})$ の類数は次に等しい．

$$\begin{array}{ll}
2^{-3}3^{-1}r_3(\alpha) & \left(\alpha\equiv 1,\ 3+2\sqrt{2}(\mathrm{mod}4)\right),\\
2^{-4}3^{-1}r_3(\alpha) & \left(\alpha\equiv 7,\ 5+2\sqrt{2}(\mathrm{mod}4\sqrt{2})\right),\\
2^{-5}3^{-1}r_3(\alpha) & \left(\alpha\equiv 3,\ 1+2\sqrt{2}(\mathrm{mod}4\sqrt{2})\right),\\
2^{-3}3^{-1}r_3(2\alpha) & (\alpha\not\equiv 1\,(\mathrm{mod}2)).
\end{array}$$

さらに$\mathrm{Q}(\sqrt{17})$あるいは $\mathrm{Q}(\sqrt{3})$ については，同様のことを示すために，現在計算中である．

(2) Rankin(1939)と Selberg(1940)は重さ 0 の Eisenstein 級数の解析性から，１変数の尖点形式の Fourier 係数から作られるL関数が全複素平面へ有理的に解析接続があること及び関数等式を満たすことを導いた．Petersson(1949)はいわゆる Petersson 内積を導入し，そのL関数ある点での留数と尖点形式と Petersson 内積についての関係を述べている．Zagier(1981)は$SL_2(\mathrm{Z})$の尖点形式でない保型形式についても同様のことが成り立つことを示した．

以下群は$\Gamma_0(N)$とする．k を自然数とする．Mを N の正の約数とし，χを法Mの指標， χ' を法N/Mの指標とする．積 $\chi\chi'$ は法 N の指標と見なせるが，その偶奇はkと等しいように取る．Eisenstein 級数

$$E_{k,\chi}^{\chi'}(z;s) = \sum_{c,d} \overline{\chi}(d)\chi'(c/M)\ (cz+d)^k|cz+d|^s$$

とおく，ここで c,d は互いに素な整数で $c\equiv 0(\mathrm{mod}\,M)$を満たすものとする．$s$ は複素変数でありこの級数は $k+s$ の実部が十分大きいとき収束し，さらにs について全複素平面に有理的に解析接続する．$E_{k,\chi}^{\chi'}(z;0)$ は多くの場合正則であり，そうでなくても実解析的な関数にはなる．kが半整数の場合はN を 4 の倍数に取り，theta 級数の保型因子を使い，同様に Eisenstein 級数を定義する．これらを使い，次が証明される．

定理 $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n\,e(nz), g(z)=\sum_{n=0}^{\infty}b_n\,e(nz)$ を正則保型形式でともに重さがkであるとする．ここで f,g の指標は等しくても異なっていてもよい．kは$1/2$以上の整数もしくは半整数とする．L 関数を$L(s;f,g)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\,\overline{b}_n n^{-s}$ で定義すると，これはsについて全複素平面に有理的に解析接続をし，$k-s\mapsto k-1+s$ における関数等式を持つ．指標が等しくかつ$k\neq 1$のときは，等式

$$\langle f,g\rangle = 3^{-1}4^{-k}\pi^{-k+1}\Gamma(k)N\ \prod_{p|N}(1+p^{-1})\ \mathrm{Res}_{s=k}\ L(s;f,g)$$

が成り立つ．ここで$\langle f,g\rangle$は Petersson 内積であり，また$\mathrm{Res}_{s=k}$は留数を表す記号である．

関数等式も具体的に記述されるが，多少複雑なため省略する．f,gの重さが異なるときは次の定理を得る．

定理 $f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n\,e(nz), g(z)=\sum_{n=0}^{\infty}b_n\,e(nz)$ を正則保型形式で，fの重さはl，gの重さは$l-k$であるとする，ここで $0<k\leq l$ と仮定している．このとき$L(s;f,g)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\,\overline{b}_n n^{-s}$ は全複素平面に有理的に解析接続し，$l-k-s\mapsto l-1+s$ についての関数等式を持つ．$f\overline{g}$の指標をρとする．$k\geq 1$あるいは，ρが法 N の原始指標であるとすると，等式

$$\langle f,g\rangle = (4\pi)^{-l+1}\Gamma(l-1)\ L(l-1;f,g)$$

が成り立つ．

この証明は Rankin-Selberg の方法を尖点形式でない場合にまで拡張することによって行われる．これらにより，L関数の種類を増やしている．特別な場合とし theta 級数$\theta(z)$に対して $L(s;\theta,\theta)$ は Riemann ゼータ関数となり，theta 級数のツイスト$\theta_\omega(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\omega(n)e(nz)$に対し$L(s;\theta_\omega,\theta)$は Dirichlet の$L$関数となる．

$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n\,e(nz), g(z)=\sum_{n=0}^{\infty}b_n\,e(nz)$がそれぞれ重さが$l,l'$ の保型形式であり，各 $a_n\,\overline{b}_n$ $(n\in N)$ が非負であるとき具体的に計算できる定数 C に対し

$$\sum_{0<n<X} a_n \overline{b}_n \sim C\frac{X^{l+l'-1}}{l+l'-1} \quad (X \to \infty)$$

が成り立つことが示せる．これは$L(s;f,g)$にWiner-Ikeharaの定理を適用することにより得られる．特に重さ$l \in (1/2)\mathbb{Z}, \geq 3/2$の正則保型形式$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n e(nz)$について

$$\sum_{0<n\leq X} |a_n|^2 \sim \frac{2^{2l}\pi^{2l}\varphi(N)\zeta(2l-1)}{\Gamma(l)^2\zeta(2l)\prod_p(1-p^{-2l})} \sum_r \frac{\left|a_0^{(r)}\right|^2 \prod_p(1-p^{-2l+1})}{\left(M^{(r)^2},N\right)\varphi(N/M^{(r)})M^{(r)^{2l-1}}} \frac{X^{2l-1}}{2l-1}$$

が成り立つが示せる．ここでrは$\Gamma_0(N)$ の尖点の代表すべてに渡り，$a_0^{(r)}$は尖点 r での $f(z)$ のFourier展開の定数項を表し，またrはi/M $(M|N)$ の形の尖点のどれかひとつと同値となるがこの分母Mを$M^{(r)}$ で表している．前の方の $\prod_p$ の p の動く範囲は $p|N$ で，後ろの方は$p|(N/M^{(r)})$である．

$f(z), g(z)$がともに２次形式のtheta級数ならば「各$a_n \overline{b}_n$ $(n \in N)$ が非負」の条件はいつも満たされる．$r_k(n)$ で n が k 個の平方数の和で表される表し方の総数とする．((1)では，これは２次体$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$の整数でのものであったが，今は有理整数での記号として使っている.) このとき$k \geq 3$に対し

$$\sum_{0<n\leq X} r_k(n)^2 \sim \frac{\pi^k\zeta(k-1)}{\Gamma(k/2)^2\zeta(k)(1-2^{-2k})} \frac{X^{k-1}}{k-1}$$

が示せる．この結果自体は Müller(1995)の結果から導けるが，本研究の手法はさらに一般化を与える．例えば,$k > \max\{4m, 2\}$ を満たす自然数 k と整数 m に対し

$$\sum_{0<n\leq X} r_k(n)r_{k-4m}(n) \sim \frac{\{1-(1-(-1)^m)2^{-k+2m+1}\pi^{k-2m}\zeta(k-2m-1)}{\Gamma(k/2-2m)\Gamma(k/2)\zeta(k-2m)(1-2^{-k+2m})} \frac{X^{k-2m-1}}{k-2m-1}$$

が成り立つことが分かる．さらに$k > 2m$, $m \equiv 1 \pmod 2$にたいしては

$$\sum_{0<n\leq X} r_k(n)r_{k-2m}(n) \sim \frac{\pi^{k-m}L(k-m-1,\chi_{-4})}{\Gamma(k/2-m)\Gamma(k/2)\zeta(k-2m)L(k-m,\chi_{-4})} \frac{X^{k-m-1}}{k-m-1},$$

$k \geq 3/2, k > m, m \equiv 1 \pmod 2$に対しては

$$\sum_{0<n\leq X} r_k(n)r_{k-m}(n) \sim \frac{\{1+\chi_8(m)2^{-k+(m-3)/2}-2^{-2k+m+2}\}\pi^{k-m/2}\zeta(2k-m-2)}{\Gamma((k-m)/2)\Gamma(k/2)\zeta(2k-m-1)(1-2^{-2k+m+1})} \frac{X^{k-m/2-1}}{k-m/2-1}$$

を得る．任意の整係数正定値２次形式についても，対応するtheta級数の各尖点での値が求まれば同じような結果を得ることが可能となった.

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計　2　件）

(1) S. Tsuyumine, Petersson scalar products and L-functions arising from modular forms, Ramanujan Journal (doi:10.1007/s11139-019-00159-8), 査読あり 2019 (巻号は未定, ページ数は 40)
(2) S. Tsuyumine, On Shimura lifting of Hilbert modular forms, Research in Number Theory, 査読あり, Vol. 4, No. 40, 2018, pp. 1 ― 45 (doi:10.1007/s40993-018-0133-y)

〔学会発表〕（計　1　件）

露峰茂明, Sums of three squares under congruence condition modulo a prime
香川セミナー 2016年11月26日（土）15:30～17:00

〔図書〕（計　0　件）

〔産業財産権〕
○出願状況（計　0　件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：

出願年：
国内外の別：

○取得状況（計　0　件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

６．研究組織

(1)研究分担者
研究分担者氏名：

ローマ字氏名：

所属研究機関名：

部局名：

職名：

研究者番号（8 桁）：

(2)研究協力者
研究協力者氏名：
ローマ字氏名：

※科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。