

令和 4 年 5 月 10 日現在

機関番号：13903
 研究種目：基盤研究(C)（一般）
 研究期間：2016～2021
 課題番号：16K05126
 研究課題名（和文）ケーラーグラフのラプラシアンの特値

研究課題名（英文）Spectra of Laplacians for Kaehler graphs

研究代表者

足立 俊明 (Adachi, Toshiaki)

名古屋工業大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：60191855

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：頂点と2種類の辺から成るケーラーグラフにおいて主辺 p 個補助辺 q 個進む (p,q) -2色彩道を考え、閉道の個数の長さに関する生成関数である (p,q) -ゼータ関数を考察しその有理性を示したが、ケーラーグラフが無向であるにもかかわらず有向グラフに対応する性質を示した。そこで複素空間形の離散モデルとして、正則であり主辺と補助辺のそれぞれの隣接行列が可換であるという正規性を仮定して考察した。正規ケーラーグラフでは、固有値を考察することで (p,q) -2色彩道による誘導グラフの連結性と非2部性とを判定でき、与えられたグラフの性質で全ての (p,q) -ゼータ関数の極の様子を把握できることが分かった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

頂点と辺とからなるグラフは、古くからリーマン多様体の離散モデルとして扱われてきて、辺の連続である道は測地線に対応すると考えられ、辺による頂点の隣接性を表す隣接作用素は情報伝搬表示として多様体のラプラシアンに相当する物として考察されてきた。研究者は、幾何構造を持つリーマン多様体では測地線だけではなく幾何構造に付随した曲線族をも対象として考察し、幾何構造に対応する磁場のもとでの軌道の研究をしてきた。今回の研究ではこのような多様体の離散モデルを構成し、軌道やラプラシアンに相当する物を導入して基本性質を調べることで、複素等質多様体に対応する正規ケーラーグラフを得、この方面の研究の基礎が構築された。

研究成果の概要（英文）：A Kaehler graph is formed by sets of vertices, of principal edges and of auxiliary edges. On this graph we consider (p,q) -bicolored paths which are formed by p -step paths of principal edges followed by q -step paths of auxiliary edges. We studied the (p,q) -zeta function, which is the generating function of closed (p,q) -bicolored paths, and showed that it is meromorphic on the whole plane. Though Kaehler graphs themselves are non-directed, their (p,q) -zeta functions have properties similar to those for directed graphs. Therefore, as a model corresponding to complex space forms, we considered normal Kaehler graphs which are regular and whose adjacency matrices obtained by principal and auxiliary edges are commutative. Under an assumption on a given Kaehler graph, we could show connectivity and non-bipartiteness of the (p,q) -derived graph for every pair (p,q) by studying eigenvalues of adjacency operators, and obtain poles of zeta functions only by properties of the Kaehler graph.

研究分野：リーマン幾何学

キーワード：ケーラーグラフ 隣接行列 正規性 ゼータ関数 2色彩道 誘導グラフ

1. 研究開始当初の背景

頂点と辺とで構成される 1 次元構造物のグラフは、幾何学の分野ではリーマン多様体の離散モデルとして古くから捉えられてきた。連続する辺達でできる道は多様体上の測地線に対応すると考えられ、辺による頂点のつながり具合を表す隣接作用素は、多様体上のラプラス作用素に相当する物として、そのスペクトラムの考察が成されてきた。一方研究者は、複素構造など幾何構造を持つリーマン多様体において幾何構造に対応した磁場を考え、磁場の下での軌道を利用して多様体や幾何構造の性質を調べるという研究を行って来て、軌道の考察のさらなる進展を図るために、幾何構造を持つリーマン多様体の離散モデルとして主辺と補助辺という 2 種類の辺を持つケーラーグラフを提案したが、その妥当性についてまでの考察を行っていなかった。妥当性を検証する上でもケーラーグラフの幾何学的性質を考察する価値があり、その研究が磁場を有する多様体の研究に新しい視点を与える可能性があると考えていた。

2. 研究の目的

幾何構造から誘導される磁場を持つリーマン多様体の離散モデルとしてケーラーグラフが提案されていたが、基本的な性質は満たしているが、更に詳しく調べた上で多様体が有する性質に対応する状況をこのグラフが満たしているのか、という観点に立った離散モデルとして妥当性の考察が成されていなかった。今回の研究では、複素空間形のような対称性の高い基本的多様体に対応するケーラーグラフは何か、という点に注目して、隣接作用素の性質、特に第 1 固有値の様子と閉道の個数の長さに関する漸近挙動を考察した。

3. 研究の方法

研究を遂行するにあたり、ケーラーグラフの隣接作用素をはじめとする幾何学的考察は当然として、連続モデルである磁場を有するリーマン多様体の軌道の様子についても、対比を考える上で考察を進めた。

(1) ケーラーグラフのゼータ関数の考察

閉じた 2 色彩道の個数の長さに関する漸近挙動を調べるために、基本 2 色彩道を辺と考えてできる誘導グラフについてその推移性を仮定して 2 色彩道のゼータ関数の解析性、極の存在を調べ、磁場の軌道が作るゼータ関数の様子と比較した。

(2) 複素空間形に対応する正規ケーラーグラフの導入と構成

軌道線分で構成される磁性球面平均化作用素は、一般には非対称であるが複素空間形においては対称であることが分かっていた。ケーラーグラフでも基本 2 色彩道による隣接作用素は非対称であるので、対称性を保証する条件として主辺による隣接作用素と補助辺による隣接作用素とが可換である正則グラフという正規性を考えることにした。正規ケーラーグラフが実際に構成できるのか、構成できるための条件は何か考察した。

(3) 正規ケーラーグラフの 2 色彩道から誘導されるグラフの性質

正規ケーラーグラフに対して、基本 2 色彩道が構成する全ての誘導グラフについて、推移的であるか、2 部グラフになるか否か、というゼータ関数の様子に直結する性質を、元のケーラーグラフの主辺と補助辺でできるグラフの性質を元に、誘導グラフの隣接作用素のスペクトラムを調べることで考察した。

(4) 複素空間形内の実超曲面上の測地線と佐々木磁場に対する軌道の考察

離散モデルのケーラーグラフの考察を進める上で、連続モデルとして複素空間形内の等質実超曲面上に複素構造から誘導される接触構造に対応する佐々木磁場を考えて、その軌道や磁力が働かない場合の測地線の様子を考察した。特に接触断面曲率が一定である佐々木空間形は特別な実超曲面で実現できることが知られており、佐々木空間形の閉測地線について、等長写像に関する同値類の長さに関する分布を考察した。

4. 研究成果

(1) ケーラーグラフは主辺と補助辺という 2 種類の辺から構成されているので、まず主辺を p ステップ進み補助辺を q ステップ進むという (p, q) -基本 2 色彩道を考える。連続する基本 2 色彩道を 2 色彩道と呼ぶが、磁力が働かない場合は主辺による道であった物が磁力 q/p の磁場の影響の下で曲げられて 2 色彩道になったと考えて、1 次元構造物であるグラフに磁場に相当する概念を導入した。 p ステップの主辺を与えてもそれに引き続く補助辺はたくさんあることから、このような補助辺全体で重みが 1 となるように 2 色彩道に確率的重みを考えて、重み付きの閉 (p, q) -2 色彩道の個数の長さに関する生成関数としてケーラーグラフの (p, q) -ゼータ関数を定義した。 (p, q) -基本 2 色彩道を 1 つの辺と見てできる (p, q) -誘導グラフを考えたととき、辺に重みをつけて隣接作用素を考えると、 (p, q) -2 色彩道の生成作用素になっているので、通常の有向グラフに関するゼータ関数の考察と似た手法を用いることで、 (p, q) -ゼータ関数をこの作用素

を使って表現することができた。この結果、重み付き (p, q) -隣接作用素のスペクトラム(固有値)を調べて、ゼータ関数は全平面で有理関数になっていて、 (p, q) -誘導グラフが連結かつ2部グラフではなければ、最大固有値に対応する範囲で正則で有り、最大固有値に対応する点で1位の極を持つことが分かった。

(2) ケーラーグラフのゼータ関数の考察を行った結果、元のケーラーグラフは無向グラフであるがゼータ関数は有向グラフや力学系などのゼータ関数と似た性質を持つことが分かった。これは、基本2色彩道がまず主辺を進み次に補助辺を進むという指定が成されている点に起因する物と考えられる。有向ケーラーグラフを考えることは可能であることから、無向性を保つような誘導グラフが構成できないかと考えを進めることにした。これは連続モデルであるケーラー磁場の軌道で考えたとき、長さ r を指定した軌道線分でできる磁性球面平均化作用素を考えたとき、一般のケーラー多様体では非対称な作用素になるのに複素空間形という対称性が高い多様体では対称作用素になることが念頭にあった。対称性が高いケーラーグラフを考える必要があるので、まず各頂点から出る主辺の数と補助辺の数が頂点によらずに一定であるという正則性を考えたが、それぞれの隣接作用素が対称であるにもかかわらずケーラーグラフとしては重み付き隣接作用素は一般に非対称であった。そこで更に主辺と補助辺の隣接行列が可換であるという正規性の条件を考えることにした。これは補助辺の後主辺に進むという双対ケーラーグラフを考えても元のグラフと終点が一致するという性質を持つ。

定義はしたが、正規ケーラーグラフを実際に構成できるかという問題がまず生じる。まず行ったのが古典的なグラフの直積という操作である。デカルト積、強積、テンソル積、辞書積を組み合わせることで2つの通常のグラフからケーラーグラフを構成してみて、与えられたグラフの連結性や2部性を考えて構成されたケーラーグラフの連結性や2部性について考察を行い、正規ケーラーグラフが構成できることが分かった。しかしこの手法ではどうしても頂点の個数がかなり大きい物になるため別の手法として、円周上に対称的に頂点を配置して平面の等長写像である回転と反転とを利用して構成することを考えた。その結果、頂点の数を n としたとき n が5であり、更に n が奇数かつ主辺の数 d_p も補助辺の数 d_a も偶数、 n が偶数かつ d_p, d_a のどちらか一方が偶数、 n が4の倍数かつ d_p, d_a 共に奇数、のいずれかの条件を満たせば、正規ケーラーグラフを構成できることが分かった。

(3) 正則ケーラーグラフが正規になるための隣接作用素の可換性条件は、任意の2つの頂点 v, w に対して v から w への $(1, 1)$ -基本2色彩道の個数と w から v への $(1, 1)$ -基本2色彩道の個数が等しい、という条件に書き直すことができ、正規であれば一般の (p, q) に対して (p, q) -基本2色彩道に関しても同じ性質を満たすことが分かる。そこで2頂点間の (p, q) -基本2色彩道という有向道の集合に同値関係を導入して無向道を構成して、これを辺とする (p, q) -誘導無向グラフを構成する。 (p, q) -誘導グラフが推移的であるための条件はこの誘導無向グラフが連結であることになる。与えられた正規ケーラーグラフに対して (p, q) -ゼータ関数の性質を示すためには、与えられたグラフの性質から誘導無向グラフの性質を示す必要がある。正則グラフでは k -ステップの隣接作用素が隣り合う3ステップ間の隣接作用素による漸化式を満たすことを使って、 (p, q) -隣接作用素の固有値の絶対値を評価することで (p, q) -誘導無向グラフの性質を調べた。例えば、正規ケーラーグラフで主辺による主グラフと補助辺による補助グラフとが共に連結かつ非2部グラフである場合、主グラフまたは補助グラフの少なくとも一方が円形グラフではなければ、全ての (p, q) について (p, q) -誘導無向グラフは連結で非2部グラフであることが分かった。

以上の考察により、正規ケーラーグラフはケーラーグラフの中でも対称性が高く、ケーラーグラフの族においては、ケーラー多様体の族における複素空間形のような参照対象であると考えられることができると結論づけている。

(4) ケーラーグラフの研究と並行して等質多様体上の軌道の考察も対比のために行った。複素空間形内の等質実超曲面上の接触構造に関係する佐々木磁場の軌道の様子を調べるために、軌道を超曲面の埋め込みを通して複素空間形における曲線と見なしたとき円に見える条件を調べた。特に接触断面曲率が一定という佐々木空間形は等質実超曲面で実現できるので、その上の閉測地線をまず考察対象とした。接触断面曲率が無理数のとき本質的に長さで合同類が確定し、有理数の場合は同じ長さを持つ閉測地線の合同類の数は有限ではあるが、長さを変化させると個数は非有界であり、接触断面曲率によらず長さ L 以下の閉測地線の数は L^2 のオーダーで増加する。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計19件（うち査読付論文 18件／うち国際共著 6件／うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Adachi Toshiaki	4. 巻 76
2. 論文標題 Distances From Unbounded Trajectories to Their Limit-Strings on a Hadamard Kähler Manifold	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Results in Mathematics	6. 最初と最後の頁 (154) 12pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00025-021-01464-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Adachi Toshiaki	4. 巻 345
2. 論文標題 A note on zeta functions of Ihara type for normal Kaehler graphs	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete Mathematics	6. 最初と最後の頁 (112688) 14pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.disc.2021.112688	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Adachi Toshiaki	4. 巻
2. 論文標題 Kaehler graphs whose principal graphs are of Cartesian product type	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 New Horizons in Differential Geometry and its Related Fields	6. 最初と最後の頁 209 ~ 231
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/9789811248108.0013	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Adachi Toshiaki, Chen Guanyuan	4. 巻 36
2. 論文標題 Regular and vertex-transitive Kaehler graphs having commutative principal and auxiliary adjacency operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Graphs and Combinatorics	6. 最初と最後の頁 933 ~ 958
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00373-020-02151-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Adachi Toshiaki, Maeda Sadahiro	4. 巻 70
2. 論文標題 Length spectrum of complete simply connected Sasakian space forms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Differential Geometry and its Applications	6. 最初と最後の頁 101625 (13頁)
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.difgeo.2020.101625	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 SHI Qingsong, ADACHI Toshiaki	4. 巻 43
2. 論文標題 Asymptotic behaviors of trajectories on a Hadamard Kaehler manifold	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Tokyo Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 481 ~ 495
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3836/tjm/1502179311	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki ADACHI & Qingsong SHI	4. 巻 48
2. 論文標題 Comparison theorem on trajectory-harps for Kaehler magnetic fields which are holomorphic at their arches	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Hokkaido Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 427-441
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14492/hokmj/1562810518	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Toshiaki ADACHI	4. 巻
2. 論文標題 Eigenvalues of regular Kaehler graphs having commutative adjacency operators	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Recent Topics in Differential Geometry and its Related Fields	6. 最初と最後の頁 83-106
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki ADACHI & Tuya BAO	4. 巻
2. 論文標題 Extrinsic shapes of trajectories on real hypersurfaces of type (B) in a complex hyperbolic space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Recent Topics in Differential Geometry and its Related Fields	6. 最初と最後の頁 183-202
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Toshiaki ADACHI	4. 巻
2. 論文標題 A study on trajectory-horns for Kaehler magnetic fields	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Contemporary Perspectives in Differential Geometry and its Related Fields	6. 最初と最後の頁 95--112
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki ADACHI, Yaermainaiti TUERXUNMAIMAITI	4. 巻 41
2. 論文標題 Zeta functions for a Kaehler graph	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Kodai Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 227--239
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2996/kmj/1530496832	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Toshiaki ADACHI	4. 巻 70
2. 論文標題 Accurate trajectory-harps for Kähler magnetic fields	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 1337--1346
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/76397639	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tuya BAO, Toshiaki ADACHI	4. 巻 54
2. 論文標題 Extrinsic circular trajectories on geodesic spheres in a complex projective space	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Osaka Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 737-747
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Toshiaki ADACHI	4. 巻 4
2. 論文標題 Horocycle trajectories and their limit-strings on a complex hyperbolic space	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Journal of Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 37-40
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Tuya BAO, Toshiaki ADACHI	4. 巻 4
2. 論文標題 Homogeneous Hopf hypersurfaces in a complex hyperbolic space and extrinsic shapes of their trajectories	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Jopurnal of Pure Mathematics	6. 最初と最後の頁 22-25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Bao TUYA, Toshiaki ADACHI	4. 巻 48
2. 論文標題 Characterizations of some homogeneous Hopf real hypersurfaces in a nonflat complex space form by extrinsic shapes of trajectories	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Differential Geometry and its Applications	6. 最初と最後の頁 104--118
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.difgeo.2016.06.007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yaermainaiti TUERXUNMAIMAITI, Toshiaki ADACHI	4. 巻 45
2. 論文標題 A note on vertex-transitive Kaehler graphs	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Hokkaido Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 419--433
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14492/hokmj/1478487618	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bao TUYA, Toshiaki ADACHI	4. 巻 39
2. 論文標題 Extrinsic circular trajectories on totally eta-umbilic real hypersurfaces in a complex hyperbolic space	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Kodai Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 615--631
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2996/kmj/1478073776	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Toshiaki ADACHI	4. 巻 37 Suppl 1
2. 論文標題 Trajectories on real hypersurfaces of type A_2 which can be seen as circles in a complex hyperbolic space	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Note di Matematica	6. 最初と最後の頁 19--33
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件 (うち招待講演 4件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 足立俊明
2. 発表標題 「正規ケーラーグラフに対する井原型ゼータ関数」の習作
3. 学会等名 還暦記念研究集会 「Hideya60」 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Toshiaki ADACHI
2. 発表標題 Distance from unbounded trajectories to their limit-strings on a Hadamard Kaehler manifold
3. 学会等名 Inteernational Conference on Recent Advances in Pure and Applied Mathematics 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki ADACHI
2. 発表標題 Asymptotic Behaviors of Trajectories on a Hadamard Kaehler manifold
3. 学会等名 Geometric Days in Iasi 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki ADACHI
2. 発表標題 Eigenvalues of finite vertex-transitive Kaehler graphs and their Zeta Functions
3. 学会等名 6th Inteernational Colloquium on Differential Geometry and its Related Fields (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Toshiaki ADACHI
2. 発表標題 Vertex-transitive $K\pi$ ahler graphs whose adjacency operators are commutative
3. 学会等名 2nd Malta Conference in Graph Theory and Combinatorics (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Toshiaki ADCHI
2. 発表標題 Horocycle trajectories and their limit-strings on a complex hyperbolic space
3. 学会等名 The 2017 International Conference on Differential Geometry and Applications
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tuya BAO, Toshiaki ADCHI
2. 発表標題 Homogeneous Hopf hypersurfaces in a complex hyperbolic space and extrinsic shapes of their trajectories
3. 学会等名 The 2017 International Conference on Differential Geometry and Applications
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 足立俊明
2. 発表標題 アダマール・ケーラー多様体上の軌道ハープ
3. 学会等名 2017年度福岡大学微分幾何研究会(招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Toshiaki ADACHI
2. 発表標題 Trajectory-harps and horns for Kaehler magnetic fields
3. 学会等名 5th International Colloquium on Differential Geometry and its Related Fields(国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 Adachi Toshiaki, Hashimoto Hideya	4. 発行年 2022年
2. 出版社 World Scientific Co.	5. 総ページ数 248
3. 書名 New Horizons in Differential Geometry and its Related Fields	

1. 著者名 Toshiaki ADACHI & Hideya HASHIMOTO	4. 発行年 2020年
2. 出版社 World Scientific Co.	5. 総ページ数 209
3. 書名 Recent Topics in Differential Geometry and its Related Fields	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
中華人民共和国	内蒙古民族大学数学学院		